



# DATTA'S EDUCATIONAL SERIES.

PRACTICAL GEOMETRY, DEMONSTRATION, LAND  
SURVEYING & LEVELLING

In Bengali

With numerous examples

Compiled

for the use of schools and Professors' use.

By NARIN CHANDRA DATTA.

Author of "Khagola Bibaran" or Astronomy  
in Bengali.

ব্যবহারিক জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার,  
জরীপ এবং সমস্থলপ্রক্রিয়া ।

বহুল প্রশ্ন সমেত ।

শ্রীনবীনচন্দ্র দত্ত প্রণীত ।

কালকাতা

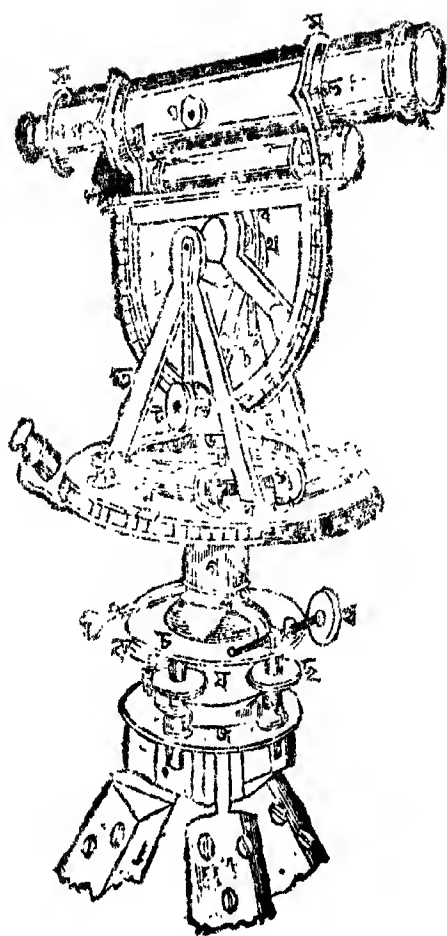
( সিমুলিয়া কঁাসারি পাড়ায় )

সংগ্রহনী যোমের ছুটি, কৃকদাস পালের লেন

নং ১ বাড়িতে হিটলরী বক্সে

প্রাইকেন সচল বন্দোপাধ্যায় কর্তৃক মুদ্রিত ।

১২৭৬ ।



## গ্রন্থাপণ ।

প্রীতিভাজন শ্রীমুরু ইশানচন্দ্র মুখোপাধ্যায়  
দ্বিতীয় স্বহস্তে

আমি ।

গ্রন্থাপণে লোকের হয় ধনা দিয়া সদাশয়।  
সুখশ্রীতঃ ন্যায়পর মহাপুরুষদিগকেই লক্ষ্য  
করে। মহাশয় যদিও ধনী নাহেন তথাচ য  
সকল গুণে মানব প্রকৃতির সমুন্নতি সাধিত হয়  
সেই সকল গুণ বহুদূর পরিমাণে আপনাকে  
থাকতে আপনিও একজন মহাপুরুষ বলিয়া পরি  
গণিত হন। বস্তুতঃ মহাশয়ের ভূগ্য শান্ত স্বভাব,  
পরোপকার ত্রুতে ত্রুতী, উদার বিকার শূন্য ও  
ন্যায়পর ব্যক্তি আমি অল্প দেখিয়াছি।  
আপনার সহিত পরিচিত হইয়া আপনার গুণ-  
গ্রামে আকৃষ্ট না হই এবং মহাশয়কে প্রীতি ও  
শ্রদ্ধা না করে এমন লোক অতি বিরল। অতএব  
মৎপ্রণীত এই গণিত গ্রন্থ ধ্যান আপনাকে  
উপহার প্রদান করিলাম। আপনার নিকটে ইহার  
অনাদরের সম্ভাবনা নাই।

ইতি এত্বেকারস্য

২৪এ আষাঢ় ১২৭৬ সাল।

সহদয় নিবেদনঃ ।





## বিজ্ঞাপন।

দশন খগোল বিবরণ গ্রন্থ খানি আমি প্রথম প্রণয়ন করি তখন মনে মনে এই সংকল্প করিয়াছিলাম যে, বিজ্ঞান শাস্ত্র সম্বন্ধীয় আর কয়েক খানি গ্রন্থ ত্বরান্বিত করিয়া অস্বাভাবিক নন্দনালয় বিদ্যালয়ের অধ্যাপনা করিব। সেই প্রতিজ্ঞানুসারে আমি ব্যবহারিক জ্যামিতি ও ক্ষেত্রব্যবহার নামে এই পুস্তক খানি প্রকাশ করিলাম। পরে আর আর গুলি প্রকাশ করিতে চেষ্টা করিব।

দ্বয় তাষায় বিজ্ঞান শাস্ত্র সম্বন্ধীয় পাঠ্যোপযোগী গ্রন্থ অতি বিরল। আপাততঃ ক্ষেত্রব্যবহার গ্রন্থ খানি অতিশয় প্রয়োজনীয় হইয়া উঠিয়াছে দেখিয়া আমি এখানি অগ্রে সংকলন করিলাম। সংকলিত পুস্তক কোন গ্রন্থ বিশেষণে আদিকল অনুবাদ নহে। ইহা হটন মেম্বুরেসন, বেদার্স মেম্বুরেসন, টেটস প্রিন্সিপল অফ জিয়মিট্রি, মেম্বুরেসন এণ্ড নেণ্ড সরভেনিং, উইলিয়মস প্রাকটিকেল জিয়মেসিস, প্রভৃতি গ্রন্থ হইতে সংকলিত ও অনুবাদিত হইয়াছে, এবং পাঠ্যগণিত ও অন্যান্য গণিত পুস্তকাদি হইতে দুই একটা বিষয় ও কয়েকটা গ্রন্থ পরিবর্তিত করিয়া উদ্ধৃত করা গিয়াছে।

এই পুস্তকের প্রথম ভাগে ইউক্লিড রচিত সুপ্রসিদ্ধ জ্যামিতি শাস্ত্রকে দৃষ্ট করিয়া সার সংকলন করা হইয়াছে। ইহার উদ্দেশ্য এই বালকেরা অল্প সময়ে জ্যামিতির স্থূল স্থূল তত্ত্ব শিখিবে; এবং এক্ষণ প্রচলিত হইতেছে যে, ইহার দ্বারা জ্যামিতি শাস্ত্রের আলোচনা অনেক সুসাধ্য হইয়া আসিবে, গণিত শাস্ত্রের প্রধান

প্রধান শাখা অনায়াসে আয়ত্ত হইবে, এবং অল্প সময়ের মধ্যে অধিক বিদ্যা উপার্জন হইবে। এই উদ্দেশ্যে কত দূর সমাহিত হইয়াছে, তাহা গণিত শাস্ত্রের পারদর্শিরাই বিচার করিবেন। জ্যামিতির অবলম্বিত মৌলিক তত্ত্ব গুলি, স্বেলের ব্যবহার, এবং ক্ষেত্রব্যবহারের কতকগুলি নিয়ম যাহা জ্যামিতির প্রতিজ্ঞা হইতে অনুমিত হইয়াছে ও তাহাদিগের যুক্তি এই প্রথম ভাগে বিশেষ রূপে প্রদর্শিত হইয়াছে।

এই পুস্তকের দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ ভাগে, ঐরমিক, বর্গ ও ঘন পরিমাণ, এবং পঞ্চম ভাগে শৃঙ্খল দ্বারা ভূমির মাপ, জমীন্দারী নজ্জা অঙ্কিত করিবার নিয়ম ও সমস্তুল প্রক্রিয়া এই সকল বিষয় সম্বন্ধিত হইয়াছে, এবং লীলাবতীর করেকটী উৎকট প্রশ্ন ও শুভঙ্কর প্রভৃতির দৃষ্টি, পুঙ্করিণী প্রভৃতির কালির আঁরা ও তাহার যুক্তিও প্রদর্শিত হইয়াছে। ইহাতে যে সকল প্রশ্ন নিবেশিত হইয়াছে তাহার প্রায় অধিকাংশই নূতন; ও সকল প্রশ্নের অনুলীলন দ্বারা ছাত্রবর্গের অল্প বিষয়ে বুদ্ধি বিকাশনের বিলক্ষণ সম্ভাবনা আছে।

গণিত বিষয়ক দুরূহ অংশ সকল প্রাপ্তুল ভাষায় ও স্বল্প উদাহরণে প্রকাশ করিতে সাধ্যানুসারে প্রয়াস পাইয়াছি কিন্তু কত দূর কৃত কার্য হইয়াছি বলিতে পারি না। এই-রূপে এই নব প্রচারিত ক্ষেত্রব্যবহার খানি শিক্ষক ও ছাত্র উভয়েরই ব্যবহারোপযোগী হইলে শ্রম সকল বোধ করিব।

কলিকাতা, ঘোড়াবাগান।

ত্রীনবীনচন্দ্র দত্ত।

## মুখবন্ধ !

—

আমাকে মনে করেন যে আশ্চর্য্যে শুভকরী অঙ্ক ত্রি-  
মূল প্রকার গণিতের চর্চা ছিল না, কিন্তু সেটা তাঁহার  
নিগেহ ভ্রম, ভারতবর্ষেই গণিতবিদ্যার আকল স্থান।  
এক অংশি নহে পশ্চিম অঙ্কের সংজ্ঞা এবং দশগুণোত্তর  
প্রকৃতির নিয়ম, এই দেশেই প্রথম সন্নিবিষ্ট হয়, এবং এখান হইতে  
পারস্যে সর্বস্থানে নীত হয়। বীজগণিতেরও অস্তিত্ব  
প্রাপ্ত হইয়াছে। আরবীরাও ইহার অনুবাদ করে, আরব  
হইতে ইউরোপে গুণিত নীত হয়। পূর্বকালে, যখন পৃথিবীর  
মুদ্রায় দেখাই অজ্ঞানান্ধকারে আচ্ছন্ন ছিল, তখন  
ভারতবর্ষ জ্ঞানের আলোকে সজ্জ্বলিত ছিল। গণিত  
বিদ্যা যে এ দেশে কোন সময়ে বর্জিত হয়, তাহার কোন  
নিদর্শন পাওয়া যায় না, এই দাত্ত অনুমান করা যাইতে পারে,  
যে সময়ে আঘাতট, ব্রহ্মগুপ্ত, বরহস্পতির প্রভৃতি যশো-  
বন্তীরা বিদ্যমান ছিলেন, সেই সময়ে উহার বিশেষ  
চর্চা ছিল, এবং ভাস্করাচার্য্যের সময়ে উহার সমধিক  
উন্নতি সাধন হইয়াছিল। ভাস্করাচার্য্য ১০৩৬ শকাব্দে  
মহাকুলাচলো নিকটবর্তী নগরে মহেশ্বরীচাৰ্য্য ব্রাহ্মণের  
গ্রন্থে জন্ম গ্রহণ করেন। তিনি ৩৬ বৎসর বয়ঃক্রম কালে  
লীলাবতী, বীজগণিত, গণিতাশায় ও গোলাশায় প্রণয়ন  
করেন। এই সকল পুস্তকগুলি স্থূললিত পদ্যে রচিত।  
কিন্তু তিনি কি কারণে তাঁহার প্রথম রচিত পুস্তকের  
লীলাবতী নাম রাখেন তাহার কিছুই স্থির করা যায়  
না। এইরূপ জন্মশ্রুতি আছে, যে তাঁহার প্রিয়তমা  
কন্যা লীলাবতী অতি অল্প বয়সে বৈদ্যবিশাখ হন,  
এবং তিনি সেই বিদ্যা কন্যাকে অধ্যয়ন করাইয়া  
নিমিত্ত এই সকল অঙ্ক তাঁহাকে শিখান, এবং সেই জন্য

৩৬ গ্রন্থ গাণির সীলগতী নাম রাখেন। যাহা ইউরোপান্তরায় প্রণীত এই কয়েক খানি গ্রন্থ ও আনাত্তি প্রণীত সূর্যাসিক্কাতে পাঠ করিলে অস্বাভাবিক গণিত, জ্যোতিষ ও বিজ্ঞান শাস্ত্রের কিপ্রকার চর্চা ছিল তাহা বিশেষ রূপে প্রতীত হয়। কিন্তু ইদানীং উক্ত গ্রন্থ সকলের বিরল চর্চা। এযুক্ত উৎসবদায় একবারে হৃদয়ঙ্গব হইয়াছে।

হিন্দুদেশের ক্ষেত্রবদকার সম্বন্ধীয় অনেক সংকত আছে, তন্মধ্যে ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় সংকতগুলিই অধিক, বিশেষতঃ সূর্য্যের জ্যোতির ভুজদ্বারা মান ও তাহাঃ ক্ষেত্রফল জানা যায় সেই সূত্রগুলি বিস্তারিত রূপে লিপ্য আছে। এই সূত্রগুলি খ্রীষ্টোদের যোজনা শতাব্দী পর্য্যন্ত ইউরোপে প্রচলিত বিদিত ছিল না, এমনকি ক্রেনিয়স তাহা প্রচার প্রচার করেন। ছাপার যন্ত্রের ব্যবস্থার মধ্যস্থতায় পশ্চিম বিক্রমণ করিবার সূত্র অধ্যয়নশীলদের বহু কালব্যয় জ্ঞাত ছিলেন, অল্প কাল হইল উক্ত ইউরোপে প্রকাশ হইয়াছে। ত্রিভুজের যে যে ধর্ম্মগুলি সূর্য্যাসিক্কাতে বহু কাল হইল বীমাংসা করিয়া গিয়াছেন তাহাও যোজনা শতাব্দীতে ইউরোপে অপরিজ্ঞাত ছিল। পণ্ডিতবর প্লেফেনাস সংকত হিন্দুসমূহে ত্রিভুজতত্ত্ব বিষয়ে যে গ্রন্থ প্রকাশ করিয়াছেন, তাহাতে উহার অনেক প্রশংসা লিখিয়াছেন।

ভারতবর্ষীয় পূর্বতন পণ্ডিতেরা বীজগণিতে যেরূপ পারদর্শী ছিলেন, ক্ষেত্রতত্ত্বে তাঁদেরা বাৎপত্তি লাভ করিতে সমর্থ হন নাই। ইউক্লিড নামে গ্রীক গণিত বেত্তা যে যে প্রতিজ্ঞার উদ্দেশ্য করিতেন সকলি দৃঢ়তার যুক্তিদ্বারা উপপন্ন করিতেন, কিন্তু ভারতবর্ষীয় পণ্ডিতেরা যে সকল গণনার সংকত ও বচন দিয়াছেন তাহার উপপত্তি ও অতিপ্রায় কছেন নাই। গণনাদি কাম্য সমাপাদ জন্য যে সকল নিয়ম ও সূত্র আবশ্যক তাহাদ্রই

লিখিতাছেন। কেবল কার্য সাধনোপযোগী জ্ঞান দান  
 যে প্রস্তাবের উদ্দেশ্য তাহাতে মূলের আৱশ্যক নাই ইহা  
 তাহাই হয়ত স্বত্বাদি বুদ্ধি প্রদর্শন করেন নাই।

সপ্ত ভুজ অথবা নবভুজের রাসমণ্ডিত করিতে হইবে  
 তদন্তে লীলাবতীতে যে এক প্রণালী আছে তাহা কেন্দ্রভিত্তি  
 দ্বারা সিদ্ধ করা অসম্ভব। ঐকগণিতের দ্বারা  
 সিদ্ধ করিলে ঐ প্রণালী এক মন সমীকরণ উপস্থিত  
 হয়, তাহার সম্ভাব্য মূল ত্রিবিধ। কিন্তু অল্প কয়েকটি  
 মূল বর্ষারূপে সিদ্ধ হয় না কেবল স্বল্পরূপে নির্ণীত  
 মূল মাত্র গির হইতে পারে। লীলাবতীতে উক্ত কেন্দ্রের  
 ভূজপরিমাপার্থে যে যে সংখ্যার নির্দেশ আছে তাহা  
 ক্রমে লক্ষ্য হয় তাহার কোন বিবরণ নাই, প্রত্যেক  
 বদ্বৈতভাবে এক স্বত্র রচনা করিয়া কহেন যে, সপ্তভুজ  
 কেন্দ্রের বাহুপরিমাণ ব্যাসের  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  গুণ, এবং নব  
 ভুজের বাহুপরিমাণ ব্যাসের  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  গুণ। এই স্বত্র  
 নির্ভাৱ্য অসত্য নহে, কেননা সপ্তভুজের সমস্ত ভুজ-  
 পরিমাণ  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  ও  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  মধ্যে ও নব ভুজের বাহুপরিমাণ  
 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  ও  $\frac{1}{2}\sqrt{3}$  মধ্যে নির্ণীত হইয়াছে।

লীলাবতীর টীকাকারের মধ্যে রামকৃষ্ণ, গঙ্গাধর, ও  
 রজনীধর উক্তপ্রণালী উপপত্তি করিতে চেষ্টাও করেন নাই,  
 তাহারা কেবল প্রস্তাবের কম্পিত অঙ্কটী উদ্ধৃত  
 করিয়াছেন। গণেশ স্পষ্টই স্বীকার করিয়াছেন যে সম-  
 বাহু ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ ও অষ্টভুজের মাত্র পঞ্চভুজ, সপ্তভুজ  
 নবভুজ পরিমাণ স্পষ্টরূপে উপপন্ন হয় না। পঞ্চভুজের  
 বিষয়ে এ প্রকার স্বীকার করা কঠিন নহে, কারণ পঞ্চ-  
 ভুজের বাহু কেন্দ্রভিত্তি দ্বারা নির্ণয় করা যায়। স্বর্গদাস  
 যে নিয়ম নির্দেশ করিয়াছেন তাহা পাঠ করিলে তাহার  
 অনভিজ্ঞতা স্পষ্টরূপে লক্ষিত হয়।

ত্রয়োদশের পর লীলাবতীর সময় পর্যন্ত হস্তকল নিয়ম

প্রমুখে ভারতবর্ষে গণিতশাস্ত্রে বিজাতীয় উন্নতি হইয়াছিল। ব্রহ্মগুপ্ত বলেন যে স্থূল গণনায় পরিধি ব্যাসের দ্বিগুণ, এবং সূক্ষ্ম পরিমাণে ব্যাসের বর্গের দশ গুণের বর্গমূল তুল্য, অর্থাৎ  $৩১৬২৩ : ১$ । কিন্তু লীলাবতীর রচয়িতা পরিধির স্থূল পরিমাণ তদপেক্ষা অধিক করেন, অর্থাৎ  $২২ : ৭$ । এবং সূক্ষ্ম গণনায় সত্য নির্ণয়ের তাহারা নিকটস্থ হইয়াছেন, অর্থাৎ পরিধিপরিমাণ তাঁহাব গণনায় ব্যাসের দ্বিগুণ গুণ।

লীলাবতীতে ক্ষেত্রব্যবহার সম্বন্ধীয় যে যে উদাহরণ আছে সে সকলি সামান্যতঃ ব্রহ্মগুপ্ত প্রণীত ক্ষেত্রব্যবহারের প্রস্তুত, এই সমস্ত পর্যালোচনা দ্বারা প্রতীতি হইতেছে যে ভারতবর্ষীয় লোকেরা ক্ষেত্রব্যবহার ও গণিত ব্যক্তি আর আর বিষয়ে ভিন্ন দেশীয় সাহায্য নিরাপেক্ষ অনেক উন্নতি সাধন করিয়াছিলেন।

যাহা হউক এইক্ষেণে শিক্ষক ও ব্যবসায়ী লোকের ব্যবহারোপযোগী এমন কোন গ্রন্থ নাই যাহাতে জ্যামিতি, ক্ষেত্রব্যবহার, জরীপ, ও সমস্থল করণের সূত্র ও প্রক্রিয়াগুলি একত্রে পাওয়া যায়। এই অভাব পরিহারের জন্য এই গ্রন্থ খানি সংকলিত হইল।

জ্যামিতি বালক শিক্ষা পদ্ধতি মধ্যে থাকা নিতান্ত আবশ্যক। বীজগণিত না থাকিলে যেমন উক্ত পদ্ধতি অসম্পূর্ণ হয়, জ্যামিতির অভাবেও উহা তেমনি অঙ্গহীন হয়। ফলতঃ এই উভয় বিদ্যার অনুশীলনেই সমান উপকার হয়। জ্যামিতি প্রথমে কিরূপে উদ্ভাবিত হয়, তাহা নির্দেশ করা উচিত, তাহা হইলে তৎসম্বন্ধীয় প্রাথমিক সূত্রগুলি বিদ্যার্থীগণ কি উপায়ে সহজে স্বয়ং-কল্প করিতে পারে তাহা উপলব্ধি হইবে। এই বিদ্যার চর্চা যে অতি প্রাচীন কাল হইতে আরম্ভ হইয়াছে তাহার সন্দেহ নাই। জলে, স্থলে, কি আকাশে চারিদিকে

সমস্ত পদার্থ নবনগোচর হয় মনোবোধই একটি জ্ঞান-  
 সামগ্র্য আছে, এই জ্ঞান সামগ্র্যই জ্ঞানমিত্রের নিদান-  
 পূত্র। এর মাধ্যমেই যুক্তির ক্ষুধার উদ্ভাবন। এই সাম-  
 গ্র্যের লক্ষ্যবস্তু "বেশ্য," "বর্জ্য," "দন্য" প্রভৃতির পরস্পর  
 সম্বন্ধ ও তাহাদিগের কাহার কি সাধকতা তাহা অনু-  
 জ্ঞান করিতে অবশ্যই উদ্যোগবশত হইয়াছিল। এই  
 জ্ঞানসম্বন্ধে যুক্তি ও অনুমান দ্বারা জ্ঞানমিত্র সৃষ্টিত যে  
 সমস্ত প্রকরণ উপলব্ধ হইয়াছিল তাহা তদানীন্তন  
 মানবাবুদ্ধি মনোবোধের সমস্ত বস্তুবোধিতত্ত্ব। পারভাষ্য  
 প্রভৃতি ব্যাখ্যায় করিয়া প্রমাণ করে নাই, তাহাদিগের  
 দ্বারা যখন বাহ্য উদয় হইয়াছিল তখনই তাহা পরিমাণ  
 করিয়া প্রমাণ করিয়াছিল। পরিভাষ্যের স্থানে তাহারা  
 প্রতিকৃতি নিরূপণ করিত, সুতরাং তাহাদিগের উপপত্তি  
 কলত্র প্রমাণিত হইত না, কেননা আকারগত জ্ঞান  
 বিশেষ পাঠে অনতিপরিষ্কৃত হয়, কিন্তু প্রতিকৃতি দর্শনে  
 তদ্বিষয়ে অনুমান সন্দেহ থাকে না। প্রক্রিয়ার প্রতি  
 তাহাদের লক্ষ্য ছিল না, ফলশ্রুতির কারণে তাহাদের  
 উদ্দেশ্য ছিল, এবং এই উদ্দেশ্য বাহ্যতে সহজে সম্পাদিত  
 হইত তাহারা তাহাই করিত। সংস্কার বিরূপে জন্মে  
 তাহা নির্দেশ করিয়া অথবা নৈয়ায়িকের বিচার প্রণালী  
 অনুযায়ী যথাক্রমে পূর্বপক্ষ, উত্তর পক্ষ, ও সিদ্ধান্ত দ্বারা  
 তাহারা উপপত্তি সাধন করিত না, তাহাদের উপপত্তি  
 প্রকৃতিসিদ্ধ বুদ্ধির আয়ত্ত হইলেই হইত। কলত্র  
 অনুষ্ঠান ও অনুমান উভয়েরই পরস্পরের সহিত কাহার  
 কারণ সম্বন্ধ আছে। কখন বা প্রথমে নূতন যুক্তি উদ্ভাবিত  
 হইয়া তাহার অনুষ্ঠান হয়, এবং কখন বা বার্ষ্যের  
 অনুষ্ঠান হইতে নূতন যুক্তি ও অনুমানের উদয়  
 হয়। বাহ্য হউক যে আনুমানিক প্রক্রিয়া দ্বারা কোন  
 জ্ঞান প্রথম সংস্থাপিত হয় সেই প্রক্রিয়ানুযায়ী



অপাণনা প্রণালী অবলম্বন করিলেই বিদ্যার্থীগণ সহজ  
 উক্ত বিজ্ঞান সম্বন্ধীয় সূত্রগুলি অধ্যাস করিতে পারে।  
 এষ্ট নিমিত্ত এই গ্রন্থে যে সমস্ত উপপত্তি সম্মিলিত  
 হইয়াছে তাহা সাধন করিতে প্রকৃত বৈদ্যগণের প্রণালী  
 অনুসরণ করা হয় নাই, যে প্রণালী দ্বারা পরিস্ফুট জ্ঞান  
 জ্ঞান ও বাহ্য সামান্য বুদ্ধির আয়ত্ত হইতে পারে তাহাই  
 অনুসৃত হইয়াছে। যে সমস্ত উপপাদ্য কেবল বিচক্ষণতা  
 ও পাণ্ডিত্য প্রকাশ অথবা সাহায্যে ব্যৱসায়ী লোকের  
 নিমিত্ত প্রয়োজন নাই তাহা পরিত্যক্ত হইয়াছে। আর এ  
 সমস্ত উপপাদ্য দ্বারা হইয়াছে তাহাও প্রমাণ ও প্রত্যক্ষ  
 উভয়ই প্রদর্শিত হইয়াছে, কেননা তাহা হইলে পাঠক-  
 ধর্ম বুদ্ধিতে পারিলেন যে সেই উপপাদ্য দ্বারা পরিণামে  
 কি কার্য সাধন হইতে পারিবে। অপর কোন কোন  
 উপপত্তি সাধনের দুই এক প্রক্রিয়া উক্ত হয় নাই, তাহার  
 তাৎপর্য এই যে পাঠকেরা তত্তৎ প্রক্রিয়া নিজে উদ্ভাবনা  
 করিয়া স্ব স্ব বুদ্ধি দ্বারা দার্জিত করিবেন।

কোন বিদ্যার প্রথম পাঠোপযোগী গ্রন্থ চির কাল এক  
 থাকে না, যেমন সমাজের উন্নতি হইতে থাকে, ও লোকের  
 কৃতি ও ব্যবসায়ের পরিবর্তন হয়, তেমনি উক্ত গ্রন্থ  
 সকলেরও পরিবর্তন হয়, কিন্তু ইউক্লিডের জ্যামিতি  
 বিষয়ক প্রথম গ্রন্থের এ পর্য্যন্ত কোন পরিবর্তন হয় নাই।  
 দুই সহস্র বৎসর অতীত হইল ইহা রচিত হইয়াছে, এই  
 কালের মধ্যে কত বাস্তব বিপ্লব, কত মত ভেদ, লোকের কৃতি  
 ও আচার ব্যবহার গত কত বৈলক্ষণ্য হইয়া গিয়াছে, কিন্তু  
 ইউক্লিডের গ্রন্থ অপরিবর্তিত ও সংসারের সকল লোকের  
 নিকট আদরণীয় রহিয়াছে। প্রাচীন কালের অমসংকুল  
 দর্শন শাস্ত্র ও উপধর্মের প্রভাবে ইহা যেমন অপ্রতিহত  
 ছিল, এখনও সেইরূপ আছে, এবং যদিও কোন কোন  
 অংশে ইহার দোষ আছে তথাপি তাহা পণ্ডিতরা

এই প্রকারে আমাদের কবিগণের তাহার সন্দেহ নাই।  
 জ্যোতিষ রচনায় রাশি নখন বিস্মৃতি সাগরে মথু হইবে  
 এমনও ইউক্লিডের জ্ঞানবিত্তি জ্ঞানসম্মানে থাকিবে। তাহা  
 মাত্র যাহার গণিত শাস্ত্রে কথঞ্চিৎ বাৎসর্য হইয়াছে ও  
 যাহার দ্বিগুণ মূলভিত্তিক শিগগির উপদেশ পাইবার  
 ক্ষমতা আছে এ গ্রন্থ তাহারিগণেরই পাঠ্যপুস্তক।  
 তবে তৎকালিগণের মস্তক্কেই ইহার উৎকর্ষ আছে, প্রথম  
 পাঠের মতই তা উৎকর্ষ থাকা আবশ্যক তাহা ইহাতে  
 সত্য জনশ্রুতি মানিতে হইবে। এত গ্রন্থের বন্দোবস্ত  
 যুক্ত ও সন্নিহিত বিবরণ পাঠকের এমন কত শাস্ত্রভিত্তিক  
 মাত্র ও সত্যম বন্ধন হওয়া দূরে থাকুক তদধীন সে ভীত  
 ও ভত বুদ্ধি হইয়া পড়ে। ইউক্লিডের জ্যোতিষ জ্ঞানসম্মানে  
 মাত্র তা দোষপাত্ত বিচার সমুদ্রত, স্বতরাং গণিত শাস্ত্র  
 বিশেষ বাৎসর্য ও ভিন্ন ইহার মূল্যবান মাত্র চুর্নোপ উৎকর্ষ  
 ও গুলির তাৎপর্যময় সমষ্টি রূপে উদ্ভাবন নহে।

এই বৈশিষ্ট্যক নিয়ম প্রভাবে গান কিসা নিম্পন্ন হয়  
 জ্যোতিষ বর্টিত অনেকগুলি বিষয় সেই বিস্ময়জনক, এবং  
 সেই নিম্নমস্তক্কে উক্ত বিষয় গুলি ব্যাখ্যা ও গুলিও হইলে  
 সমুদায় জ্ঞান সহজে জনসম্মানে হয়; কিন্তু কি উপ-  
 পাদ্যেতে কি উদাহরণে ইউক্লিড একরূপ বাৎসর্য কুরাপি  
 করেন নাই। উল্লিখিত করণ প্রক্রিয়া বাহ্য  
 জ্যোতিষ বর্টিত বিষয় উপপন্ন করিতে নিতান্ত প্রয়োজনীয়,  
 তাৎক্ষণিক বিশেষে যাহাতে উপপত্তি পবিস্কৃষ্ট ও সুন্দর  
 হয়, ইউক্লিড সেই প্রক্রিয়া প্রথম অধ্যায়ের ৪র্থ উপ-  
 পাদ্যে একবার মাত্র অবলম্বন করিয়া আর তাহা বারবার  
 করেন নাই। অনেক গুলি সম্পাদ্য ইউক্লিড একরূপে  
 করেন কবিগণের যে কার্যকালে আমরা সে রূপ কখন  
 করিনা, যথা কোন সরল রেখার কোন নির্দিষ্ট অংশ  
 তখন করিতে হইলে তিনি বারবার রূপ নিষ্কাশন করিয়া

তাহা নির্বাহ করিয়াছেন, কিন্তু কার্যকালে আমরা কখন  
সে রূপ করি না। সদৃশ ত্রিভুজ আয়তের এক অতি  
প্রধান প্রকরণ, কিন্তু ইউক্লিড ইহা তাঁহার পঞ্চম অধ্যায়ে  
সম্বোধিত করিয়াছেন, যে অধ্যায় পাঠক বর্ণের দৃষ্টে  
অনেকেই পাঠ করিয়া উঠিতে পারেন না। যন জা-  
মিতির প্রধান প্রধান সম্পাদনাগুলি ব্যবহারী লোকের  
অভ্যাস করা নিতান্ত আবশ্যক, কিন্তু ইউক্লিড যে  
প্রণালীতে তৎসমুদায় বিবৃত করিয়াছেন তাহা অতি  
কষ্টসাধ্য ও প্রবল, এবং যাহাদিগের পণ্ডিত বিসমক জ্ঞান  
অতি সামান্য ও যাহাদিগের অবকাশ অতি অল্প  
তাহাদিগের তৎসমুদায় আয়ত্ত্ব হইবার সম্ভাবনা নহে।

ক্ষেত্রাবহারিক অতি প্রধান প্রশ্ন-স্থলগুলি এই  
গ্রন্থে জ্যামিতিক গণনায় অনুযায়ী উপপন্ন করা গিয়াছে।  
আর ক্ষেত্রাবহারিক একরূপ সম্পাদনাগুলি ইহাতে সম্ব-  
োধিত হইয়াছে যাহা কাম্য জামিদের।

জরীপ ও সমস্তন করণের যে সমস্ত সূত্র ও প্রকরণ এই  
গ্রন্থের অন্তর্ভুক্ত আছে তাহাতে স্থপতিদিগের পৰ্যাপ্ত  
হইতে পারিবে।

আর জ্যামিতি, ক্ষেত্রাবহারিক, জরীপ ও সমস্তন করণ  
সম্বন্ধে অনেক নূতন উপপত্তি এই গ্রন্থে সমাবেশিত  
হইয়াছে, এখন যাহাদিগের শিক্ষার্থে এই পুস্তক লিপ্য-  
লিখিত হইল তাহাদিগের উপকার হইবে প্রণেতার অভিষ্ট  
সিদ্ধ হয়।

# সূচীপত্র ।

## প্রথম ভাগ ।

### ব্যবহারিক জ্যামিতি ।

পরিভাষা ও জ্যামিতির অবলম্ব্যভূত মৌলিক সত্য ।	১
সীকার্গী কথ্য ও স্বতঃ সিদ্ধ ।	২০
গতিশীলব স্ফিট নিরূপণ ।	২৪
কোণ, ত্রিভুজ এবং সমান্তরাল রেখা সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য । ( ২৩টি প্রতিজ্ঞা )	২৮
সমান্তরালিক ও অন্য প্রকার চতুরশ্র ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য । ( ১১টি প্রতিজ্ঞা )	৫০
হাইকিডের সপ্তচতুর্বিংশ প্রতিজ্ঞা, ও ঐ প্রতিজ্ঞা দ্বন্দ্বলম্বন করিয়া সরল-রেখিক ক্ষেত্রের কয়েকটি ধর্ম প্রদর্শন । ( ৯টি প্রতিজ্ঞা )	৭৪
রেখা ও ধ্রাতালের সম্বন্ধ । সদৃশ ত্রিভুজ ( ৫টি প্রতিজ্ঞা )	৮৪
রক্তসম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য । ( ৩০টি প্রতিজ্ঞা )	৯৯
নামাবিহীন সম্পাদ্য ও উপপাদ্য । ( ৯টি প্রতিজ্ঞা )	১৪১
অতিরিক্ত প্রতিজ্ঞা । ( ৪৩টি প্রশ্ন )	১৪০
ঘন জ্যামিতি ।	

পরিভাষা ।	১৫৫
ধ্রাতালিক ও ঘন জ্যামিতি সম্বন্ধীয় উপপাদ্য । ( ১৬টি প্রতিজ্ঞা )	১৬০

## দ্বিতীয় ভাগ ।

বল ও স্থানের টেন্ডেন্সি মাপিবার ধারা ।	১৭৯
--	-----

দৈনিক পরিমাণ সম্বন্ধীয় ১৮টি সম্পাদ্য । ( নিয়ম

স্বর ও বক্তৃতা সম্বলিত )

১৮১

লীলাবতীর প্রথম।

১৮৬

### তৃতীয় ভাগ :

ভূমি মাপার দ্বারা ।

২১১

বঙ্গদেশীয় মাপ ইংরেজী মাপে পরিবর্তিত ।

২১৮

ভূমি পরিমাণ সম্বন্ধীয় ১৭টি সম্পাদ্য । ( নিয়ম, স্বর

ও বক্তৃতা উদাহরণ সম্বলিত )

২১৫

### চতুর্থ ভাগ ।

ঘন পরিমাপের দ্বারা ।

২৬৫

ঘন পরিমাণ সম্বন্ধীয় ২৩টি সম্পাদ্য । ( নিয়ম, স্বর

ও বক্তৃতা উদাহরণ সম্বলিত )

২৬৭

ভবোর দ্রুতত্ব নিরূপণের উপায় ।

৩১০

মানানিষিদ্ধিগী উদাহরণমালা । ( ৫৪টি প্রশ্ন )

৩১৬

### পঞ্চম ভাগ ।

জরীপ ।

৩২৫

চিঠির বিবরণ ।

৩২৯

শৃঙ্খল ও ক্রুশ যন্ত্র এবং শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ ।

করিবার নিয়ম ।

৩৩২

ফেলের ব্যবহার ।

৩৫৫

উত্তরদিগ্‌ নিরূপণের উপায় ।

৩৫৬

জরীপী নক্সা অঙ্কিত করিবার নিয়ম ।

৩৫৭

সমতল প্রক্রিয়া ।

৩৬৪

এই পুস্তকে ব্যবহৃত গণিত শব্দের ইংরেজী প্রতিশব্দ । ৩৭৩

## পঞ্চমভাগ ।

### জরীপ ।

ক্ষেত্রের মধ্যে কোন পদার্থ কিতাবে অবস্থিত, সেই ক্ষেত্রের পরিমাণকল কত, এবং ভূপৃষ্ঠের কোন স্থান কত উন্নত, এবং কোন স্থান কত নিম্ন, এই সকল বিষয় যে উপায় দ্বারা স্থিরীকৃত হয় তাহাকে জরীপ কহা যায় ।

কোন ক্ষেত্রের সীমা, তাহার উপরিস্থ পদার্থ সমূহের অবস্থিতি, এবং সেই ক্ষেত্রের অথবা তাহার এক এক অংশের বর্গ পরিমাণ নির্ণয় করিয়া, তৎসমুদায় বড় মানদণ্ডে অঙ্কন করিয়া কাগজের উপর অঙ্কিত করিলে যে প্রতিরূপ প্রকাশিত হয়, তাহাকে প্লান অথবা নক্সা কহে । এই নক্সা স্থপতিদিগের কার্যে নিতান্ত আবশ্যক হয় । যদি ক্ষুদ্র মানদণ্ড দ্বারা এই নক্সা অঙ্কিত হয়, তাহা হইলে তাহাকে মাপ অথবা মানচিত্র কহা যায় । ইহা ভূগোল পাঠক ও ভ্রমণকারিদিগের কাষে লাগে ।

এক স্থান হইতে অন্য স্থান পর্য্যন্ত একটা রাস্তা প্রস্তুত করিতে হইলে শুদ্ধ যে সেই ভূমির প্লান প্রস্তুত করিতে হয় এমন নহে, কোন স্থান কত উন্নত বা অবনত তাহাও জানা আবশ্যক ; এবং জরীপ দ্বারা স্থির করিয়া তদনুসারে কাগজের উপর যে প্রতিরূপ অঙ্কিত হয়, তাহাকে সেই ভূমির সেক্সন কহে ।

চেইন, যষ্টি, ফাড্ যষ্টি, দিক্‌দর্শন যন্ত্র, এবং কোণ-প্রদর্শন যন্ত্র এই কয়েকটি যন্ত্রের সাহায্যে ভূমি জরীপ করা যায়। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ভূমি সকল জরীপ করিতে দিক্‌দর্শন বা কোণপ্রদর্শন যন্ত্রের সাহায্যের আবশ্যকতা হয় না, কেবল চেইন বা শৃঙ্খল ও জরীপী কিতা দ্বারা তাহা সম্পন্ন হইয়া থাকে।

জরীপে গটাস চেইন নামক এক প্রকার শৃঙ্খল সচরাচর ব্যবহৃত হয়, ইহা দৈর্ঘ্যে ২২ গজ, অর্থাৎ ৬৬ ফুট, এবং ১০০ অংশে বিভাজিত। প্রত্যেক অংশকে লিঙ্ক কহে। এক একটি লিঙ্ক অপারটীর সহিত দুইটি বা তিনটি অঙ্গুরীর দ্বারা আবদ্ধ হইয়া একটি শৃঙ্খল হয়। সুতরাং এক একটি লিঙ্ক ও তাহার উভয় দিকের যোজক অঙ্গুরী-যের অর্ধেক লইয়া এক ফুটের  $\frac{3}{4}$  কিম্বা  $\frac{3}{4} \times 12 = 9.22$  ইঞ্চি। শৃঙ্খলের এক প্রান্ত হইতে প্রত্যেক দশম লিঙ্কে এক একটি অঙ্গুরীর চিহ্ন থাকে; যথা, প্রথম দশম লিঙ্কে একটি, দ্বিতীয় দশম অর্থাৎ বিংশতি লিঙ্কে দুইটি, ত্রিংশ লিঙ্কে তিনটি, চত্বারিংশ লিঙ্কে চারিটি অঙ্গুরীর আকারের চিহ্ন সংলগ্ন থাকে; পঞ্চাশ লিঙ্কে অর্থাৎ শৃঙ্খলের মধ্যস্থলে একটি গোলাকার চিহ্ন আবদ্ধ থাকে। এই চিহ্নগুলি থাকাতে শৃঙ্খলের লিঙ্ক দেখিবামাত্র একাদিক্রমে গণনা না করিয়াই তাহার সংখ্যা বলা যাইতে পারে। শৃঙ্খল ধরিবার সুবিধার নিমিত্ত তাহার দুইটি প্রান্তস্থ লিঙ্কে দুইটি বৃহৎ অঙ্গুরীয় আবদ্ধ থাকে। এই দুই লিঙ্ক অপর লিঙ্ক অপেক্ষা ক্ষুদ্র, ধরিবার অঙ্গুরীয় বা

কড়া সংযোগে অপর লিঙ্কের সমান হয় ; সুতরাং একটা ধরিবার কড়া হইতে অপরটির প্রাপ্ত পর্য্যন্ত ধরিলে তাহা এক জরীপী শৃঙ্খল বলিয়া অভিহিত হয়। জরীপী শৃঙ্খল অধিক দিন ব্যবহার করিলে বাড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা আছে, সুতরাং ইহাকে মধ্যে মধ্যে পরীক্ষা করিয়া দেখা আবশ্যিক।

কোন ক্ষেত্র শুদ্ধ শৃঙ্খল দ্বারা জরীপ করিতে হইলে ঐ ক্ষেত্রকে যতগুলি ত্রিভুজ কিম্বা চতুর্ভুজাকারে বিভক্ত করিতে পারা যায় ভাগ করিতে হয়। পরে সর্বাগ্রে ভূমির সীমা জরীপ করিয়া তাহার অন্তর্গত ত্রিভুজ সমূহের বাহুর পরিমাণ জরীপ করিবে। কোন ক্ষেত্র জরীপ করিতে হইলে, কোন নির্দিষ্ট স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিয়া, ভূমি যতদূর সরল থাকিবে ততদূর মাপ করিবে। পরে সেই স্থান হইতে অন্যদিকে মাপ আরম্ভ করিতে হইবে ; এইরূপে যতক্ষণ প্রথম যে স্থান হইতে কার্য্য আরম্ভ করা হইয়াছিল সেই স্থানে উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্ব্বোক্ত প্রণালীতে কার্য্য করিতে হইবে। এই সকল স্থানকে ইংরাজীতে স্টেশন কহে ; আমরা ইহাকে নিদর্শন স্থান বলিয়া উল্লেখ করিব। প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে অপর কোন নিদর্শন স্থান স্পষ্ট লক্ষিত হইবে বলিয়া প্রত্যেক নিদর্শন স্থানে এক এক গাছি যষ্টি বা নিশান প্রোথিত হয়। এই নিশানগুলি ভূমিতে ঠিক লম্বভাবে নিহিত হইয়াছে কি না তাহা জরীপ আমীনকে পরীক্ষা করিয়া দেখিতে হইবে।



এক নিদর্শন স্থান হইতে অপর নিদর্শন স্থান অরীপ করিতে হইলে অরীপ আমীনের একজন সহকারীর প্রয়োজন হয়। অরীপ আমীন অরীপী কিতাবা শৃঙ্খলের মূল ধারণা পূর্বক প্রথম নিদর্শন স্থানে দণ্ডায়মান থাকেন, এবং সহকারীকে শৃঙ্খলের অগ্রভাগ ধরিয়া দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানকে লক্ষ্য করিয়া তদভিমুখে সরলরেখা ক্রমে হাইতে হয়। সহকারী তাহার বাম হস্তে দশ গাছি শর লইয়া যায়। যখন শৃঙ্খল সমাক্রমে প্রসারিত হয়, সহকারী তাহার অগ্রভাগ অর্থাৎ কড়া লইয়া ভূমির উপর দৃঢ় রূপে ধরিয়া থাকে। শৃঙ্খল দ্বিতীয় নিদর্শন স্থানের নিক্ত সমস্ত্রে পড়িল কি না তাহা দেখিবার জন্য অরীপ আমীন সহকারীকে তাহার বাম অথবা দক্ষিণ দিকে সরিতে কহেন ; অনন্তর শৃঙ্খল গাছটী ভূমির উপর সরল ভাবে পড়িলে সহকারী কড়ার প্রান্তে একটী শর ভূমির উপর লম্বভাবে নিহিত করে। তদন্তর অরীপ আমীন শরের কাছে আসিয়া শর গাছটী তুলিয়া লন, এবং অবশিষ্ট ভূমির পরিমাণার্থে পুনরবার পূর্বমত প্রক্রিয়া করিতে থাকেন। যখন দেখেন যে নয় গাছি শর তাহার হস্তে আসিয়াছে, এবং দশম গাছটী অপর গুলির ন্যায় ভূমিতে নিহিত হইয়াছে, তখন সহকারীকে আর অগ্রসর হইতে না কহিয়া তাহার হস্তস্থিত শৃঙ্খলের এক প্রান্ত আপনি ধরিয়া দশম শরের কাছে উপস্থিত হন, এবং সেই স্থান চিহ্নিত করিয়া চিঠাতে ১০০০ অর্থাৎ লিঙ্কের সংখ্যা লিখিয়া পুনরায় তাহার হাতে পূর্বমত শরগুলি

দেন, এবং যতক্ষণ লক্ষ্য নিদর্শন স্থানে উপস্থিত না হন, ততক্ষণ পূর্বোক্ত প্রণালীতে কার্য করেন। জরীপ করিবার সময় শৃঙ্খলের পার্শ্বস্থ পদার্থ ও ক্ষেত্রসীমার অবস্থিতি নিক্রপণ করিবার জন্য তৎসমুদায় পদার্থ হইতে শৃঙ্খলের উপর জরীপী ফিতা দ্বারা লম্বপাত করিতে হয়, এবং তৎসম লম্বের পরিমাণ লিপিয়া রাখিলে, তদ্ব্যুৎক্ষেত্রের ক্ষয় অনাগাসে প্রস্তুত হইতে পারে।

### চিঠার বিবরণ।

ভূমির পরিমাণ নির্ণয়ের কাগজকে চিঠা কহে। জরীপ করিবার সময় যে গ্রাম অথবা স্থান জরীপ করা যায় তাহার অনুরূপ চিত্র প্রস্তুত হইতে পারে না। ততক্ষণে কেবল শৃঙ্খল বা কোণমান যন্ত্রদ্বারা ভূমির কোণের অংশ ও দীর্ঘ প্রস্থাদির যে পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা চিঠাতে পরিষ্কার রূপে লিখিতে হয়। পরে জরীপ সমাপ্ত হইলে এই চিঠা হইতে নক্সা প্রস্তুত হইতে পারে।

চিঠার আদর্শ পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে। চিঠা বা লামে পত্রাকৃৎ হইয়া থাকে, অর্থাৎ তাহার নিম্ন দেশ হইতে লিখিতে আরম্ভ করিতে হয়; কারণ ভূমি মাপ কালে জরীপ কর্তাকে ক্রমশঃ অগ্রবর্তী হইতে হয়, সুতরাং চিঠার অঙ্কপাতও সেই নিয়মে ক্রমশঃ নিম্ন হইতে উর্দ্ধে হইয়া থাকে। চিঠাকে ইংরাজীতে কিঙ্কড বুক কহে। এই পুস্তকের প্রতি পৃষ্ঠায় তিনটি করিয়া

সুস্থ থাকে, দ্বিতীয় অর্থাৎ মধ্য স্তরে ভূমির দৈর্ঘ্যপরি-  
 মাণ লিখিত হইয়া থাকে; এবং চেইন হইতে ভূমির  
 দক্ষিণ ও বামদিগে যে সমস্ত লম্বপাত করা হয়, তাহার  
 পরিমাণ উক্ত স্তরের দক্ষিণ ও বামদিগের অর্থাৎ প্রথম  
 ও তৃতীয় স্তরে লিখিত হয়। প্রতি পূঁচার নিয়ম  
 হইতে লিখিতে আরম্ভ করিয়া যেমন ক্রমশঃ জরীপ  
 চলিতে থাকে, সেই রূপ ক্রমাগত উক্তদিগে অঙ্কপাত  
 করিয়া যাইতে হয়। ক চিহ্নিত স্থান, গ চিহ্নিত স্থান  
 ইত্যাদি ও ক, গ প্রভৃতি রূপ সাংকেতিক চিহ্ন দ্বারা  
 লিখিত হইয়া থাকে। জরীপের সময় চেইন বা শৃঙ্খল  
 কোন দিকে যায় তাহা দর্শাইবার জন্য চিঠাপত্রকে  
 “পশ্চিম,” “পূর্ব,” “পূর্বোত্তর,” “দক্ষিণ-পশ্চিম,”  
 এই রূপ লিখিতে হয়।

জরীপ করিতে করিতে যদি কোন রাস্তা, নদী, অথবা  
 বাগানের উপর দিয়া চেইন যায়, তাহা হইলে চিঠাপত্রকে  
 বেক্রম লিখিতে হইবে তাহা পশ্চাৎ প্রদর্শিত হইবে।

অন্যদেগে জরীপী চিঠার শীর্ষদেশে অর্থাৎ নক্সার  
 উপরিভাগে পর্যায়ক্রমে আসামী, দাগ, দীর্ঘ, প্রস্থ, সারা,  
 জিনিস লিখিতে হয়। আসামীর নিয়ে যে প্রকার জরীপ  
 তাহার নাম, ও দাগের নিম্নে যত সংখ্যক ভূমি জরীপ হয়  
 ক্রমশঃ তাহার সংখ্যা, ভূমি যে পরিমাণে দীর্ঘ তাহা দৈর্ঘ্যের  
 নিম্নে এবং প্রস্থের যে পরিমাণ তাহা প্রস্থের নিম্নে লিখিত  
 হয়। সারা শব্দে ভূমির পরিমাণ। কালি করিয়া যে মানের  
 ভূমি তাহার অঙ্ক সারার নীচে পড়িবে, ঐ ভূমি কান্ত কি

উদাহৃত্ত্ব কি বাগাৎ ইত্যাদি যে প্রকারের হয় তাহা জিনিসের  
নিম্নে লিখিতে হইবে । আসামী ও দাগ নকসার এক ঘরেও  
লেখা যাইতে পারে, ভূমির চতুঃসীমা আসামীর নামের  
নিম্নে অথবা সর্ব নিম্নে লিখিবার রীতি ।

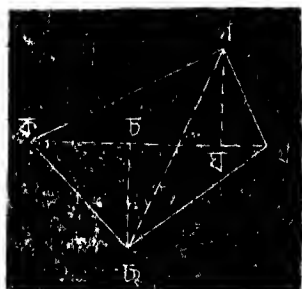
প্রথম জরীপের পর দ্বিতীয় বার যে জরীপ হয় তাহাকে  
পিতল জরীপ কহে । কিতা শব্দে জমীর খণ্ড । জনাই  
জমী শব্দে নকরজমী । জোত শব্দে আবাদ । হৈমন্তিক  
ধান্য যে ভূমিতে হয়, তাহাকে শালী জমী কহে । হরিৎ-  
বর্ণ, অর্থাৎ হৈমন্তিক ধান্য ভিন্ন, ছাশু ধান্য ও অন্য  
শস্যাদি যে ভূমিতে হয়, তাহাকে সুনী ভূমি কহে । শালি  
ও সুনী জমী চারি প্রকার, প্রথম, দ্বিতীয়, তৃতীয়, চতুর্থ  
শ্রেনীর ভূমিকে চলিত পারস্য ভাষায়, আউওল, ছুয়েম,  
ছুয়েম, চাহারম কহে ।

বসবাসের ভূমির নাম বাস্তু ; গো সহৃহ যে ভূমিতে  
হয়, তাহাকে গোচর কহে । পুষ্করিণী, দীর্ঘিকা, ডোবা,  
প্রভৃতিকে জলকর, এবং যত গরু ফেলিবার স্থানকে  
ভাগাড় । অনাবাদ ও পতিত জমী বাহার কর ধার্য্য নাই  
তাহাকে খাসখামার কহে । রাস্তা খাসখামার মধ্যে  
গয়া । বাস্তুর সংলগ্ন যে ভূমি তাহাকে উদ্বাস্ত, এবং  
বিপ্রস্বামিক নিকর ভূমিকে ব্রহ্মোত্তর কহে । এক গ্রামের  
জমী অপর গ্রামের মধ্যে ও শেষোক্ত গ্রামের জমী  
পূর্বোক্ত গ্রামের মধ্যে থাকিলে ঐ জমীকে পিতলগোল  
কহে । বাগাৎ অর্থাৎ বাগান, বাঁশ থাকিলে বাঁশবাগৎ  
সেখে ।

ক্ষেত্র বিষমাকার হইলে তাহাকে ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ করিয়া জরীপ করিতে হয় ।

১। ক গ খ ছ একটী বিষমাকার ক্ষেত্র, ইহার জরীপ, নক্সা, ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে ।

ক চিহ্নিত স্থানে মাপ আরম্ভ কাঁড়াক খ অতিমুখে কিয়দূর যাইয়া ওখায় ক্রুশ দণ্ডের একটি ছিদ্র ক খ রেখার সমান্তরে রাখিয়া ওপর ছিদ্র দিয়া দেখিলে যদি চ চিহ্নিত স্থান ও এই দ্বিতীয় ছিদ্র এক



রেখায় পতিত হয়, তাহা হইলে ঐ স্থানে ক খ রেখার লম্ব চ ছ কল্পনা করিয়া ঐ লম্বের পারমাণবিক নিরূপণ করিতে হইবে। যদি ঐ স্থান হইতে চ স্থান ক্রুশদণ্ড দ্বারা সমান্তরে দৃষ্ট না হয়, তাহা হইলে জরীপকর্তা ক খ ক রেখায় কিঞ্চিৎ অগ্র বা পশ্চাতে যাইয়া পরীক্ষা করিবে পরে ক চ দূরত্বের পরিমাণ স্থির করিয়া চিঠা পুস্তকে যথাস্থানে লিখিতে হইবে ও ছ চ কাঁড়ের পরিমাণ নিরূপণ করিয়া দক্ষিণ দিকের স্তম্ভে লিখিতে হইবে। এইরূপে ক ঘ-র দূরত্ব নিরূপণ করিয়া যথাস্থানে লিখিতে হইবে এবং গ ঘ কাঁড়ের পরিমাণ বামপাশ্বস্থ স্তম্ভে লিখিতে হইবে। ইত্যাদি—

যদি  $ক চ = ৮০$ ,  $চ ছ = ১১০$ ,  $ক ঘ = ২২০$ ,  $ঘ গ = ১২০$ , এবং  $ক খ = ৩৪০$  লিখ হয়, তাহা

হইলে চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত প্রণালীতে লিখিতে হইবে।

বাম ফাঁড়	কর্ণ রেখা	দক্ষিণ ফাঁড়
০	৩৪০ খ পর্য্যন্ত	০
১২০	২২০	
	৮০	১১০
০	ক হইতে	০

পূর্বোক্ত ক্ষেত্রের নক্সা করিতে হইবে। একটি মনদণ্ড লও, লইয়া তাহার দুই ইঞ্চি ১০৭ লিঙ্ক পরিমিত ক হ একটি রেখাপাত কর, যাহা উক্ত পরিমাণে এই ক্ষেত্রের ০০ লিঙ্কের সমান হইবে, অপর ঐ পরিমাণে চ স্থান হইতে ১১০ লিঙ্ক পরিমিত চ ছ একটি লম্ব রেখা টান। ও ক য রেখাকে ২২০ লিঙ্কের সমান কর। পুনশ্চ ১২০ লিঙ্ক পরিমিত ঘ গ আর একটি লম্বটান এবং ক খ-কে ৩৪০ লিঙ্কের সমান কর। পরে ক ছ, ছ খ, খ গ, ও গ ক সংযুক্ত করিলে ক ছ খ গ প্রতিকৃতিটি ক্ষেত্রের ঐ বিষাণে অক্ষরূপ চিত্র হইবে।

এতদ্বারা, ক ছ খ গ ক্ষেত্রের কালি ওয় ভাগের ৪র্থ সম্পাদ্য দ্বারা =  $২ ৩৪০ \times (১১০ + ১২০) = ৩৯১০০$   
বর্গলিঙ্ক = ১ রড ২২.৫৬ পোল।

২। নিম্ন লিখিত ক্ষেত্রের জরীপ ও ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

খ ব রেখার পরিমাণ স্থির কর; এবং চ ও ছ স্থান-দ্বয়ের দূরত্ব চিঠা পুস্তকে লিখ, যথা,

	দ @ পর্যায়
ছ খ = ৫২৫	খ দ = ১০২৭
৫ ত = ৩৫২	খ ছ = ৭৪৫
	খ চ = ১১০
অম	খ @ চইতে পূর্জদিকে

চ ত খ ছ বিবম ক্ষেত্রে



৩৫২ }  
৫২৫ } অম

২৪৭ যোগ ত খ চ ত্রিভুজে  
৬৩৫ = চ ছ ৩৫২  
১১০

৪৭৩৫

২৮৪১

৫৬৮২

৬০১৩৩৫

৩৮৭২০

২০২৪৪০

২) ৮৪২৫০৫

৪,২৪৭৫২.৫

৪

২২০১০

৪০

৩২৬০৪০০

৩০৪

১৮১২০০০

১৫১০০

১৮২৭১০০

১০২৭

৭৪৫

৩৫২ = ছ দ

ছ দ খ ত্রিভুজে

৫২৫

৩৫২ = ছ দ

১১২০

২২৭৫

১৭৮৫

২০২৪৪০

৭৪৫ = খ চ

১১০ = খ চ

৩৩৫ = ছ চ

১০০০০ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল=৪.৫কর ০ রুড ৩গোল ১৮গজ ।

৩। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি ক্ষেত্রের  
নকসা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর ।

প্রামাণিক	অ পর্য্যন্ত ৩৮৪ আ হইতে	রেখা
	ক পর্য্যন্ত ১২৪৪ ৭০০ গ চিত্তের	
২ অ	গ পর্য্যন্ত ৮৫২ খ চিত্তের	বামদিকে গমন
	গ পর্য্যন্ত ১৩৩৮ ১০০০ ৬০০ ক চিত্তের	বামদিকে গমন
৩ অ। আরম্ভ		গমন পূর্বে

ক্ষেত্র ত্রিভুজাকার  
হইলে, তাহার প্রত্যেক  
কোণে এক একটি ধ্রুজ।  
প্রতিষ্ঠিত করিয়া, তাহার  
প্রত্যেক পাশ্বে পরিমাণ  
কর। পরে অন্ততঃ তাহার



দুই পাশ্বে নিদর্শনস্বরূপ দুইটি স্থল চিহ্নিত করিয়া, তাহা-



দেব পরস্পর দূরত্ব অর্থাৎ ব্যবধান নির্ণয় করিয়া সেই নির্দর্শন স্থানদ্বয়কে সংযুক্ত কর, এই রেখাকে প্রামাণিক রেখা কহে ; কারণ ইহার দ্বারা কালি বিশুদ্ধ হইয়াছে কিনা তাহা প্রমাণ করা যায় ।

ক খ গ ত্রিভুজটি অঙ্কিত হইলে যদি অ অ প্রামাণিক রেখা ১৮৪ লিঙ্গ হয়, তাহা হইলে প্রতীত হইবে যে জরীপে কোন ভ্রম নাই। এবং গ ঘ লম্বের পরিমাণ ৭৭০ লিঙ্গ হইবে। অতএব ক খ গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =  $১৩৩৮ \times ৭৭০ \div ২ = ৫.১৫১৩০ = ৫$  একর ২৬ পোল।

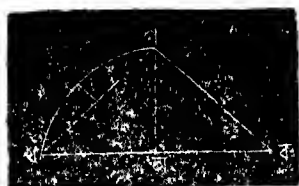
জরীপ বিশুদ্ধ হইয়াছে কিনা জানিবার নিমিত্ত, ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির মধ্যস্থান অথবা ইহার নিকটস্থ কোন বিন্দু পর্য্যন্ত এক একটা মাপ দিবে। নক্সা অঙ্কিত করিবার সময়ে ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিয়া, ঐ মাপগুলির সহিত মিলাইলে জরীপের বিশুদ্ধতা নিরূপিত হইবে।

৪। নিম্ন লিখিত চিঠার সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে এক ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর ।

	৩৩০ ক পার্শ্বান্ত
	গ হইতে ডাইন দিকে
০	৩৫০ গ পার্শ্বান্ত
৩৩	২৫০
৪০	১৭০
২০	৮০
	ঘ হইতে ডাইন দিকে
	৫০০ ঘ পার্শ্বান্ত
প্রামাণিক	২৫০ অ পার্শ্বান্ত
	ক হইতে পশ্চিম দিকে

রেখা অ গ = ২৩২

এই চিঠা পুস্তা কতিপয়  
 দাল রেখা আছে। এক  
 স্থল রেখার পরিমাণ সঃ-  
 ১। ইহা মধ্যস্থলে একটি



খা টান, যথা, ক খ স্থল রেখার ক গ খ দুই নির্দেশন  
 স্থানের ব্যবধান পরিমাণ করিয়া অঙ্কিত হইয়াছে। জরীপ  
 প্রামাণ্য খ চিহ্নিত সীমার উপনীত হইয়া ডাকনদিক দিয়া গ  
 অভিমুখে গমন করবে। ইহা চিঠা পুস্তকে "খ এউং মাঠন  
 দিক" লিপিত হইয়াছে। প্রামাণ্য রেখার পরিমাণ জরীপ  
 লিখিত হইয়াছে কিনা তাহা জানিবার জন্য লিখিত হইয়াছে  
 "প্রতিক্রি নিষ্কাশন" যে সমান অংশের মানদণ্ড দুই ইঞ্চি  
 ১০০ লিঙ্ক সমান তাহা দ্বারা ক খ গ একটী ত্রিভুজ  
 অঙ্কিত কর। ইহাতে ক খ = ৫০০, খ গ = ৩৫০, এবং  
 ক গ রেখা = ৩৩০ লিঙ্ক। পরে খ গ রেখার উপর লম্ব  
 টান। জরীপ বস্তু হইয়াছে কিনা জানিবার জন্য ক  
 ঠাতে ২৫০ লিঙ্ক লও, যথা, ক অ, এবং অ গ সংযুক্ত কর,  
 যদি অ গ ২৩২ লিঙ্ক হয় তাহা হইলে ক্ষেত্রের জরীপ ঠিক  
 লখা হইয়াছে। গণনা সৌকর্য্যের নিমিত্ত গ বিম্বু হইতে  
 ক খ রেখার উপর একটী লম্বপাত কর; এই লম্ব ২৩০ লিঙ্ক।  
 গণনা। ২ Δ ক খ গ = ৫০০ × ২৩০ = ১১৫০০০  
 খ গ রেখার উপর ফাঁড় দ্বারা যে সকল ত্রিভুজ

ও বিষম ক্ষেত্র উপর হইয়াছে তাহাদের

$$\text{ক্ষেত্রফলের সমষ্টি} = ১৬৬৮০$$

$$+ ১৩১৬৮০$$

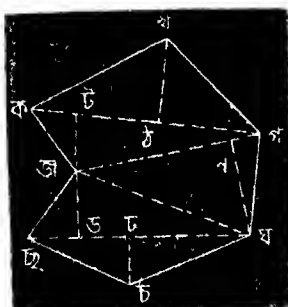
$$\text{ক্ষেত্রফল} = ২ \text{ রুড } ২৫.৩৪৪ \text{ শোল} = ৬৫০৪০$$

৫। পল্ল্যাং লিখিত পরিমাণ হইতে একটি ক্ষেত্র পা-  
কর, এবং তাহার ক্ষেত্রকণ স্থির কর।

৩ ১২০	ঘ পর্য্যন্ত	
	৫২০	
	২৮৮	৮০
	২০৬	০
	ছ চিহ্নে গমন	
২২০	জ চিহ্ন পর্য্যন্ত	
	৪৪০	
	১৫০	৭
	গ চিহ্নের বাম দিকে	
১৮০	গ পর্য্যন্ত	
	৫৫০	
	৪১০	৪
৮	১৩৫	১৩০ জ
আবস্ত	ক স্থানে	পূর্বদিকে গমন

প্রতিকৃতি নিষ্কাশন: নিম্নস্থ ক্ষেত্রটি দুইটি বিষয়ক্ষে-  
ত্র ও একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগকৃত হইয়াছে, যথা  
ক খ গ জ, জ ঘ চ ছ ও গ জ ঘ। ক গ কণ রেখা অঙ্কিত  
কর; ইহার পরিমাণ ৫৫০ লিঙ্গ। ক হইতে ১৩৫ লিঙ্গ  
লইয়া ১৩০ লিঙ্গ পরিমিত ট জ একটি লম্ব টান; ও ক  
হইতে ৪১০ লিঙ্গ লইয়া ১৮০ লিঙ্গ পরিমিত ঠ খ একটি  
লম্ব টান। এইক্ষেপে ক খ, খ গ, গ জ এবং জ ক সংযুক্ত  
কর; এতদ্বারা ক খ গ জ প্রথম বিষয় ক্ষেত্রটি উৎপন্ন  
হইবে।

১২ গজ রেখায় গ চইতে  
৫২ লিঙ্ক লইয়া ৭ স্থানে  
১০০ লিঙ্ক পরিমিত একটি  
১২ টান; গ ঘ ও ঘ জ  
অঙ্কিত করিলে গ জ ঘ  
ত্রিভুজটি নির্মিত হইবে।  
পরিশেষে, জ-কে কেন্দ্র



করিয়া জ ড = ১২০ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটি চাপ নির্মাণ  
কর, এবং ঘ-কে কেন্দ্র করিয়া ড ঘ = ৩১৪ (= ৫২০ —  
২০৬) ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটি চাপ অঙ্কিত কর, ইহা  
প্রব অঙ্কিত চাপকে ড বিম্বুতে ছেদ করিবে। ড বিম্বু দিয়া  
৫২০ লিঙ্ক পরিমিত একটি কর্ণ রেখা টান, যথা—ঘ ছ।  
এই রেখার ২৮৮ লিঙ্কের নিকট হইতে চ চ লম্বটি টানিয়া,  
গ চ, চ ছ এবং ছ জ সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রপাত সন্নিধা হইবে।

১৩০	৪৪০	১২০
১৮০	২৩০	৮০
৩১০	১৩২০০	২০০
৫৫০	৮৮০	৫০০
১৫৫০০	১০১২০০	১০৪০০০
১৫৫০		

১৭০৫০০	ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ
১৭০৫০০	ক খ গ জ বিষম ক্ষেত্র
১০১২০০	ঘ গ জ ত্রিভুজ
১০৪০০০	ঘ চ ছ জ বিষম ক্ষেত্র

২) ৩.৭৫৭০০

১৮৭৮৫০ = ১৫৪,৩ ক্রঃ ২০ই পোঃ

৬। পশ্চাৎ লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি ক্ষেত্রের মকসা ও তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে চেষ্টা কর

		জ পর্য্যন্ত	
		১০২০	
ছ	৪৭০	৮২০	উ
	ই	৬১০	৫০ ৫
ঘ	৩২০	৫৮৫	ই
গ	৭০	৪৪০	আ
	অ	৩১৫	৩০০ খ
অবশিষ্ট	ক স্থানে		পূর্বে গমন

ক আ গ ত্রিভুজ।		গ আ ই ঘ বিঘন চতুর্ভুজ।	
ক আ	= ৪৪০	ঘ ই	= ৩০০
আ গ	= ৭০	অ গ	= ৭০
	৩০৮০০	যোগফল	= ৩৯০
		অ গ ই	= ১৪০

ঘ ই উ চ বিঘন চতুর্ভুজ।			
ঘ ই	= ৩০০		১২৫০
ই উ	= ৪৭০		১৫৬০
			৩৯০
যোগ	= ৭২০		
ই উ	= ৩০৫		৫৬৫৫০
	৩৯৫০		
	২৩৭০		
	২৪০২৫০		

ছ উ জ ত্রিভুজ।		ক আ খ ত্রিভুজ।	
উ জ	= ১৩০	ক আ	= ৩১০
ছ উ	= ৪৭০	অ খ	= ৩৫০
	২১০০		১৫৭৫০
	৫২		২৪৫
	৬১১০০		১৬০২৫০



ক গ = ৪৫

গ ট = ৬২

২০

২৭০

২৭২০

গ ট = ৬২

ঘ ট = ৮৪

১৪৬

গ ঘ = ১৭৫

৭১০

১০২২

১৪৬

২৫৫৫০

চ ড = ৭০

দ ট = ৮৮

১৫৮

চ ছ = ১৭০

১১০৬০

১৫৮

২৬৮৬০

ছ ট = ৮৮

জ ঘ = ৫৭

১৪৫

ছ জ = ১২২

৫৮০

২৯০

১৪৫

১৭২৮০

ঘ ট = ৮৫

চ ড = ৭০

১৫৪

ঘ চ = ১২০

১৮৪৮০

জ ঘ = ৫৭

বা ড = ৯১

১০৮

জ বা = ১৫১

১৫৮

৭৪০

১৪৮

২২৩৪৮

ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ :

২৭২০

২৫৫৫০

১৮৭৮০

২৬৮৬০

১৭২৮০

২২৩৪৮

১৫৪৭০

বা খ = ১৭০

বা ড = ৯১

১১০

১৫৩০

১৫৪৭০

২) ১০০২৪৭৮

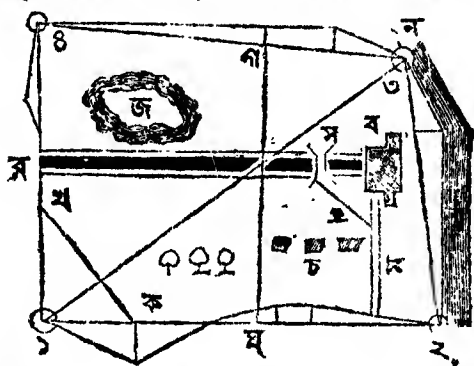
১০৬৪৭৩৯ = • একর ২ কুড ২৩ পোল।।

৮। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি ক্ষেত্রের  
নতুন ও তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ব মদিকের ফাঁড়।	শৃঙ্খল রেখা।	ডাউনদিকের ফাঁড়।
	২৫০ @ ৩ পর্যাঙ্ক	
৫ -	৫৭০	৫
৮ মাসিক	১৭৫	৫৭০ ক থ = ৩০৭
	৬১ হইতে	
	৬২০ @ ১ পর্যাঙ্ক	০ @ ৮
	৪০০ থ পর্যাঙ্ক	০
	২৬০	৩০০ রাস্তাপর্যাঙ্ক
	১৫০	২০০ @ ৫
	৬২ হইতে বামে	
০	৮১০ @ ৪ পর্যাঙ্ক	০
	৩০০	২২ - ৫
	১৬০	৪০
	৬৩ হইতে বামে	
	৫৬০ @ ৩ প	০
	৪০০	৬০০ @ ১ নদী পর্যাঙ্ক
	৬২ হইতে বামে	
০	৮৬০ @ ২ পর্যাঙ্ক	০
৫০	৬০০	
৪০	৫০০	
বেড়া মিলিত	৪৮০	
বেড়া পার	৩৫০	বাহিরে
	২০০ ক পর্যাঙ্ক	৮০ =
	৬১ হইতে	



এই চিঠা পুস্তকে অঙ্কিত পাঁচটি শৃঙ্খল রেখা ৩১ ৩২ ৩৩ এবং ৩৪ ৩৫ ৩৬ এই ছইটি ত্রিভুজের ভূজস্থানীয় হইয়াছে। কেন্দ্রের চতুর্দিকে বেড়া আছে এবং প্রথম লম্বের নিকট বেড়ার যে রূপ আকার হইয়াছে তাহা দর্শাইবার জন্য > চিত্র দেওয়া হইয়াছে। শৃঙ্খল রেখায় ৪৮০ লিঙ্কেব পার্শ্বে “বেড়া মিলিত” বলিয়া যে লেখা আছে তদ্বারা বুঝিতে হইবে যে বামদিকে যে বেড়া আছে তাহা উহার সহিত ঐ স্থানে মিলিত হইয়াছে। যে স্থানে বেড়া পার হওয়া গিয়াছে, যথা ৩৩ ও ৩৪ নিদর্শন স্থানের মধ্যে প চিত্রিত স্থান তথায় শৃঙ্খল রেখার উভয় দিকে রেখা টানা হইয়াছে। যেখানে বেড়ার এক প্রান্ত অবধি অপর প্রান্ত



পর্যাপ্ত সরল ভাবে আছে তথায় ঐ রেখা গুলির পার্শ্বে স এই অক্ষর প্রদত্ত হইয়াছে; যথা চিঠা পুস্তকে ৩০০ লিঙ্কের উভয়দিকে প্রদর্শিত হইয়াছে। গ ও ঘ ছইটি স্থানের অবস্থিতি শৃঙ্খল রেখায় নিক্রপণ করিয়া গ ঘ সরল বেড়াটি নক্সাতে অঙ্কিত হইতে পারে।

সংখ্যান কৌশল লিখিল রেখার উপর ৭৪ ভাবে  
 ট্রান্সলেশন ২১ জরিপা রেখার অভিমুখে অঙ্কিত হয়। তদনন্তর  
 ... এই '১৫০ পদন্ত হইয়া থাকে যেমন ৭৩ ও ৫  
 ... হইতে ৫০০ লিঙ্কের মানকট বহু ব্যবহৃত  
 হইয়াছে এই উদ্দেশ্যে কথ প্রামাণিক দেখা ইহার  
 ... ইচ্ছা যেখানে ৭১ ও ৫ জন রেখা ছোট পরিমাণে  
 ... পরিমাণ শেষ শূন্য দেখায় লিখিত হইয়াছে ।

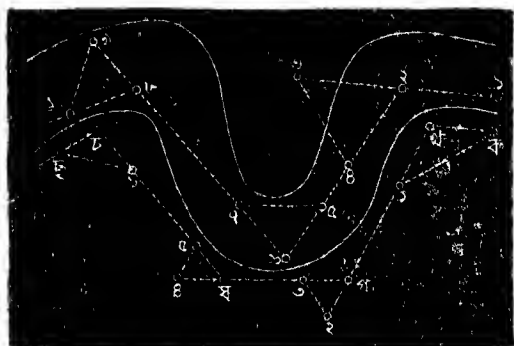
২১ ৩০ ৩১ ৪ ৭৩ ৫১ ৩৩ ৬৬৪১ হ্রি ভূজের ৭১ ৭২ =  
 ১৬০, ৩০ ৭১ = ৫৬০, ৭১ ৭৪ = ৮১০, ৭২ ৭১ =  
 ৩২০, ৭১ ৭৩ = ৯৫০ লিঙ্ক । ১০০ লিঙ্কে ১ ইঞ্চি  
 ... এই দুইটি 'অনু' অঙ্কিত করিয়া ৭১ ও ৫  
 ... উপর লম্বা কবিল উচ্চতা ২ প্রত্যেকে ৫০১  
 ... লম্বা তাহা প্রদেয়মান ... এবং এতদ্বারা  
 ... ৭১ ৭৩ ৭৪ ট্রান্সলেশিয়ন ফর্মের কাপি অনায়াসে  
 ... হইবে। এখন ৭১ ৭৩ ৭৫ প. যথাস্থ ২০০  
 ... লিঙ্কের সমান করিয়া কথ যুক্ত কর। পরে  
 ... দ্বারা কথ রেখা মাপিয়া নির্দিষ্ট মানদণ্ড হইতে  
 ... পরিমাণ নির্ণয় কর। জরীপ দ্বারা কথ রেখার  
 ... ৩০৭ লিঙ্ক স্থির হইয়াছে, মানদণ্ড দ্বারা যদি  
 ... পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে জরীপ  
 ... হইয়াছে ইচ্ছা নিরূপিত হইবে। অন্যথা জরীপে  
 ... ঘটিয়াছে ইচ্ছা অবশ্য স্বীকার করিতে হইবে।  
 ... ৭১ ৪ = ৪৮০, ৭৩ ৭১ গ = ৩০০ লিঙ্কের সমান  
 ... গ ঘ যুক্ত কর। তৎপরে প্রথম চারিটি শূন্য

রেখা হইতে যে বে লম্ব উত্তোলন করা গিয়াছে তাহা  
অঙ্কিত করিলে ক্ষেত্রের নক্সা সমাধা হইবে ।

৯। গজের দুই ইঞ্চ এক চেইনের স্থানীয় জ্ঞান করিয়া চিঠা  
পুস্তকে লিখিত নিম্নের সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি  
রাস্তার নক্সা প্রস্তুত কর ।

সংযোগ	১৬০ নাগাইত ১০ দাগ	রেখা ৩১০৬৯=১৬০
২৫	৫০	১৪৪
আরম্ভ	৩৮ গমন বামে	
	৬৫০ নাগাইত ৯ দাগ	
	৫০০ নাগাইত ৮ দাগ	১৬০
১০	৪০০	১৪০
১০০	২০০	৪০
সংযোগ	১৬০ নাগাইত ৪ দাগ	রেখা ৩৭৩৬=১২০
৮০	৫০	
আরম্ভ	৩৬ গমন ডাইনে	
১০	৪৫০ নাগাইত ৬ দাগ	
২০	৩১০ নাগাইত ৫ দাগ	৬০
সংযোগ	২০০ নাগাইত ৪ দাগ	রেখা ৩৪৩৩=২০
৬০	১৫০	
আরম্ভ	৩২ গমন বামে	
	৪৫০ নাগাইত ৩ দাগ	
বেড়াপাড়	৩৫০	বাহির দিকে
৮০	২০০ নাগাইত ২ দাগ	২০
৫০	১০০	২৪
৪০	০	২৮
আরম্ভ	৩১ দাগে গমন পশ্চিমে	

এই স্থানে জরীপ ১ দাগে আরম্ভ করিয়া ২, ৩ দাগ পর্যন্ত জরীপ করিয়া দুই পাথরের ফাঁড়গুলির পরিমাপ

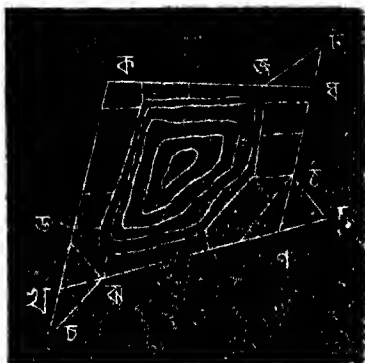


লিখিতে হইবে। পুনশ্চ ২ দাগে আদিয়া ২ দাগ হইতে  
৫ দাগ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল রেখার পরিমাণ লিখিতে হইবে; আর  
দ্বিতীয় শৃঙ্খল রেখা প্রথম শৃঙ্খল রেখার সম্মিলিত সংযোগ  
করিলার নিমিত্ত ৩ দাগ হইতে ৩ দাগের দূরত্ব লিখিতে  
হইবে। অপর ৬ দাগ হইতে ৮ দাগ পর্য্যন্ত দূরত্ব  
জরীপ করিতে হইবে; আর ৭ দাগ হইতে ৫ দাগ পর্য্যন্ত  
৪ ব্যবধান তাহা দ্বিতীয় ও তৃতীয় শৃঙ্খল রেখার  
সংযোগে যে কোন উৎপন্ন হয় তাহান পরিমাণ  
হইবে।

এই প্রণালীতে প্রধান প্রধান নগরের বাস্তব সকল  
জরীপ করিয়া থাকে।

১০ বাদা কিয়া বন করীপ করিতে হইলে, তাহাকে জিহুজ  
দ্বারা বিভক্ত করিয়া করীপ করা যাইতে পারে না, তাহা

চতুঃসীমা জরীপ করিতে হয়। কিন্তু কেবল চতুঃসীমা জরীপ করিয়া যাইলে শিকলের গতি অর্থাৎ কোথায় কোন্ তাবে গিয়াছে জানা যায় না; সুতরাং নষ্ট। অঙ্কিত হইতে পারেনা, অভ-এর কেবল শিকল ঘার। কোণ নিরূপণ করা যায় এরূপ উপায় অবলম্বন করা উচিত।



মনেকর, ক খ গ ঘ একটি জঙ্গল জমি জরীপ করিতে হইবে; ইহার ক, খ, গ, ঘ, চারিটি নির্দেশন স্থান। এইরূপে ক নির্দেশন স্থান হইতে খ পর্য্যন্ত জরীপ করিয়া চ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল বৃদ্ধি কর; এবং চ স্থানে একটি ধ্বজা পুতিয় খ গ জরীপ করিয়া যাও, পরে খ গ-র মধ্যে ক একটি বিন্দু নির্দেশ করিয়া চ ক জরীপ কর, তাহা হইলে খ চ ন একটি ত্রিভুজ নির্দিষ্ট হইবে। এইরূপে গ ছ ট ত্রিভুজ নির্দিষ্ট হইলে ঘ বিন্দুর অবস্থিতি জানা যাইবে; সুতরাং আর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিবার আবশ্যকতা থাকে না। কিন্তু জরীপ ঠিক হইল কি না জানিবার জন্য ঘ ট জ অ-একটি ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। যদি এরূপ ঘটিল উঠে যে ক খ রেখা চ বিন্দু পর্য্যন্ত বৃদ্ধি করিবার যে নাই, তাহা হইলে ক খ রেখায় ড এক বিন্দু নির্দেশ কর ও খ গ রেখায় ব বিন্দু নির্দেশ কর, পরে ড ব জরীপ

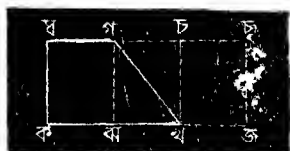
করিয়া লও, তাহা হইলে ড থ খ ত্রিভুজ নির্দিষ্ট হইবে ।  
এইরূপে যখন যেমন স্থবিধা হইবে, তখন তদনুসারে  
প্রস্তাবিত দুইটি প্রণালীর অন্যতর অবলম্বন করিয়া কার্য্য  
করিতে হইবে ।

কোন প্রশস্ত মাঠ অথবা গ্রাম জরীপ করিতে হইলে,  
জরীপ আমীন সর্ব্বাঙ্গে সেই মাঠ অথবা গ্রামের চতুর্দিকে  
বেড়াইয়া দেখেন যে কোন্ কোন্ স্থান নিদর্শন স্থান  
বলিয়া স্থির করিবেন । নিদর্শন স্থানগুলি একরূপ স্থানে  
করিতে হইবে যে শৃঙ্খলের উভয় পাশ্বে দ্রব্যের অবস্থিতি  
স্থির করিতে যেন ২০০ ফিটের অধিক লম্ব প্রস্থ করিতে না  
হয়, কারণ লম্বগুলি ১০০ ফিটের অনধিক লওয়াই সহজ  
এবং সম্ভব । যদি কখন শৃঙ্খল হইতে ২০০ ফিট অপেক্ষা  
অধিকতর দূরবর্তী দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপণ করিতে হয়,  
তাহা হইলে শৃঙ্খলের উপর ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে তৎ-  
কার্য্য সম্পন্ন হইবে । মনে কর, কথ শৃঙ্খল হইতে ( ৩৩৫  
পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ ) গ দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপণ করিতে  
হইবে । কথ, কগ ও খগ এই তিনটির পরিমাণ কত তাহা  
স্থির কর ; পরে কথগ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিলে গ বিন্দুর  
অর্থাৎ গ দ্রব্যের অবস্থিতি নিরূপিত হইবে । দুইগাছি  
শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর কিরূপে ত্রিভুজ অঙ্কিত  
করিতে হয় তাহা ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে । নিদর্শন  
স্থানগুলি স্থির হইলে সেই সেই স্থানে এক একটা খুঁট  
প্রোথিত করিবে । পরে খুঁটার পশ্চাতে কিম্বা সম্মুখে  
নিশান প্রোথিত করিয়া পূর্ব মত জরীপ করিবে ।

জরীপ করিতে করিতে শৃঙ্খলের সম্মুখে বাটী, নদী, হ্রদ ইত্যাদি ব্যবধান পড়িয়া থাকে, এমনস্থলে শৃঙ্খল কখনই তাহার মধ্যদিয়া চালাইতে পারা যায় না, সুতরাং কতকগুলি উপায় দ্বারা তাহা অতিক্রম করিতে হয়। সেই সমস্ত উপায়ের মধ্যে কয়েকটি নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

১। মনেকর, ক বা শৃঙ্খলের অভিমুখে ব্যবধান পড়িয়াছে, ইহাকে অতিক্রম করিতে হইবে।

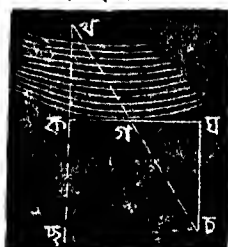
ক বা শৃঙ্খলের উপর ক ও বা বিন্দু হইতে ক ঘ ও বা গ দুইটি সমলম্বু নির্কাশন করিয়া বতফর্ণনা বাখ-র ব্যব-



ধান অতিক্রান্ত হইবে, ততফর্ণ ঘগ সরল রেখাক্রমে জরীপ করিয়া যাইবে। পরে চ ও ছ বিন্দু হইতে ক ঘ বা বা গ-ন সমান করিয়া চখ ও ছজ দুইটি লম্ব উত্তোলন করিয়া খ জ সরল রেখা ক্রমে জরীপ করিয়া যাও। খ জ, ক বা সম্বিত সমস্থলে থাকিলে ও কজ ও ঘজ দুইটি রেখা সমান হইবে।

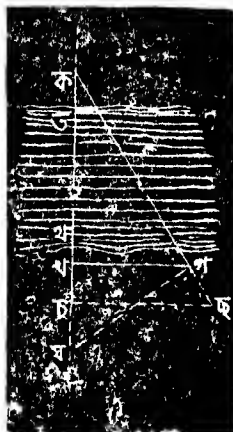
২। শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িলে তাহা পরিমাণ করিবার নিয়ম।

ক ছ শৃঙ্খলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে, এই নদীর পরিসর স্থির করিতে হইবে। নদীর অপর পারে যাইয়া খ একটি নিশান প্রোথিত কর। ছ ক শিকলের উপর ক ঘ লম্বপাত কর। ক ঘ-কে গ বিন্দুতে সম-



বিখণ্ড করিয়া ইহার উপর একটি নিশান নিহিত কর।  
পরে ঘ বিন্দুতে ক ঘ-র উপর একটি লম্বপাত কর,  
এবং খ গ সরল রেখা ক্রমে নিশান পুত্রিয়া যাও, মনে  
কর খ গ ও ঘ চ, চ বিন্দুতে ছেদিত হইয়াছে। ঘ চ  
পরিমাপ কর, তাহা হইলেই নদীর পরিমাপ স্থিরাঙ্কৃত  
হইল; কেননা ঘ চ = ক খ = নদীর পরিমাপ।

১৩। খ ঘ শিকলের সম্মুখে নদী ব্যবধান পড়িয়াছে;  
নদীর অপর পারে খ ঘ রেখার সমান্তর ক একটি নিশান  
প্রোথিত কর। খ ঘ রেখার উপর  
খ গ একটি লম্বপাত কর, এবং  
ইদিকে যত বৃদ্ধি করিলে সুবিধা  
হয় বৃদ্ধি কর। মনে কর খ গ =  
৫০০ হাত। ক গ রেখার উপর  
ক বিন্দুতে গ ঘ একটি লম্ব উত্তোলন  
কর, মনে কর, গ ঘ ও ক ঘ,  
ঘ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে। খ  
হইতে ঘ পরিমাপ কর (= ৩০০  
হাত) এইক্ষেণে ক খ-র পরিমাপ ৫৬৭ প্রতিজ্ঞার ১ম  
অনুমানানুসারে নির্ণয় হইতে পারে, যথা,-ক গ ঘ সম-  
কোণিক ত্রিভুজ, সুতরাং ঘ খ  $\times$  খ ক = খ গ<sup>২</sup>, ∴ খ ক  
=  $৪০০^২ \div ৩০০ = ৫৩৩\frac{১}{৩}$  হাত।



১৪। যদি ঘ খ রেখার সম্মুখে কোন ব্যবধান পড়ে  
তাহা হইলে এইরূপে অতিক্রম করিতে হইবে। নদীর  
তীরে ৪০০ হাত পরিমিত একটি সরল রেখা খ গ পাত কর।



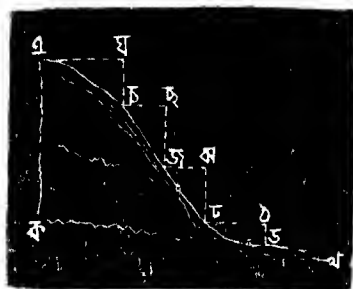
সুবিধা মত খ ঘ রেখায় চ একটি বিন্দু নির্দেশ করিয়া খ চ পরিমাণ কর ( $= ৩০০$  হাত)। চ বিন্দু দিয়া খ গ-র সমান্তরাল চ ছ অঙ্কিত কর, মনে কর চ ছ ও ক গ রেখা ছ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে, পরে চ ছ পরিমাণ কর ( $= ৬০০$  হাত)।

ক চ ছ ও ক খ গ দুইটি তুলাকোণিক ত্রিভুজ, সুতরাং চ ছ : খ গ :: চ ক : খ ক, কিম্বা  $৬০০ : ৪০০ :: ক খ + ৩০০ : ক খ$ , অতএব  $ক খ = ৬০০$  হাত।

শৃঙ্খলের সম্মুখে ব্যবধান পড়িলে তাহা অতিক্রম করিবার অন্যান্য উপায় ১ম ভাগে প্রদর্শিত হইয়াছে।

১৫। সমতল ভূমি জরীপ করিতে করিতে সম্মুখে উন্নত অথবা ক্রমনিম্ন ভূমি পড়িলে, পূর্বে প্রণালী অনুসারে জরীপ করিলে প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা বেশী হইবে; সুতরাং তদনুসারে নক্সা প্রস্তুত করিলে সমুদায় ভুল হইয়া যাইবে। মনে কর, ক এ খ একটি ক্রমনিম্ন ভূমি, এবং এ খ, ক খ অপেক্ষা বৃহৎ; সুতরাং নক্সা প্রস্তুত করিবার সময় এ খ-র পরিমাণ জানিলে চলিবেক না, ক খ-র পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইবে। ইহা যে প্রণালী অবলম্বন করিয়া ধার্য্য হইয়া থাকে তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

এ চিহ্নিত স্থানে শৃঙ্খল যতদূর সোজা করিয়া পারা যায় টানিয়া ধরিতে হইবে। বোধ কর খ পর্য্যন্ত শৃঙ্খল সোজা ধরা হইয়াছে; পরে য স্থানে একটি ওলনদড়ী



ঝুলাইয়া দিয়া উহা যে  
স্থানে ভূমিতে সংলগ্ন  
হইবে তথা (চ) হইতে  
শৃঙ্খল ধরিয়া পুনর্বার  
পূর্বোক্ত প্রকারে কার্য  
করিতে হইবে। যে  
পর্যন্ত খ বিস্তৃত

আসিয়া উপস্থিত না হইবে, ততক্ষণ পূর্বোক্ত প্রণালী  
অবলম্বন করিয়া কার্য করিবে। অনন্তর সমুদায়  
শৃঙ্খলের মাপগুলি সমষ্টি করিলে ক খ-র পরিমাণ প্রাপ্ত  
হওয়া যাইবে, অর্থাৎ  $এ ঘ + চ ছ + জ ঝ + ট ঠ +$   
 $ড থ = ক খ$ । আর সমুদায় ওলনদড়ীর পরিমাণ সমষ্টি  
করিলে ক এ-র পরিমাণ লব্ধ হইবে, অর্থাৎ  $ঘ চ + ছ জ$   
 $+ ঝ ট + ঠ ড = ক এ$ ।

উদাহরণ ১। চিঠা পুস্তকে নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত  
বিবরণ হইতে তিনটি ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির  
কর ?

	ক গ	
	৮৭২	
খ ৬৫২	৭৩১	
	৪২৪	
আরন্ত	ক চিহ্নে	৫৪৫ গ গমন পূর্বে

উঃ। ৫ একর ৩৫ পোল।

খ ১২৭৮ আরম্ভ	৩ গ পর্য্যন্ত	১০৪৬ ঘ গমন পশ্চিমে
	৩২৫০	
	২৫০৪	
	১২৭২	
	ক চিহ্নে	

উঃ। ৩৭ একর ৩ রুড ২ গোল।

°	১১১০ খ পর্য্যন্ত	°
৫২০	৭৪৫	
৩৫২	১১০	
°	ক চিহ্নে আরম্ভ	°

২। নিম্ন লিখিত সংক্ষিপ্ত বিবরণ হইতে একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের নক্সা ও ক্ষেত্রফল স্থির কর ?

১১০	৩৭০ ক পর্য্যন্ত
	২২০
	গ হইতে দক্ষিণ দিকে
	২৮০ গ পর্য্যন্ত
	খ হইতে দক্ষিণ দিকে
	৪৭০ খ পর্য্যন্ত
	ক হইতে

৩। চিঠা কাহাকে বলে ? কম্পাস ব্যবহারের নিয়ম স্পষ্ট রূপে ব্যক্ত কর ?

৪। কোন মৌজার মধ্যে নদী পড়িলে তাহার পরিসর নিরূপণের উপায় কি ?

## স্কেলের ব্যবহার।

জরীপের যে যে নিয়ম নির্দেশিত হইয়াছে প্রথমতঃ মনুসারে মাপ ও অম্যান্য কার্য সমুদায় সম্পন্ন করিয়া মনুসার ঐ জমীর নক্সা প্রস্তুত করিতে হয়।

ক্ষেত্রের নক্সা প্রস্তুত করিতে হইলে যত বড় ক্ষেত্র প্রদীপ করা হইয়াছে, ততবড় কাগজের উপর তাহার প্রতিকৃতি অঙ্কিত করা কোনক্রমেই সম্ভবিত্তে পারে না; তাহাৎ সেই ভূমি বা ক্ষেত্রকে অবশ্যই একরূপ কম্পনা করিতে হইবে যে তাহা ক্ষুদ্র আয়তনে প্রকাশ করিতে পারা যায়। এই কম্পনা হইতে স্কেলের অর্থাৎ মান-মাপের সৃষ্টি হইয়াছে।

যদি কোন ভূমির এক দিকের প্রকৃত পরিমাণ ১০ গজ হয় আর ঐ দিক এক ইঞ্চি পরিমিত রেখায় প্রকাশ করা যায়, তাহা হইলে একরূপ বলিতে হয়, ইহা ঠিক স্কেলে অঙ্কিত হইয়াছে, অথবা ইহা বলিলেও হইতে পারে যে ইহার স্কেল ইঞ্চিপ্রতি ১০ গজ।

সিম্পল স্কেল, ডাএগনাল স্কেল, ভার্ণিয়ার স্কেল, পবকর্ড স্কেল, মাকু'য়স স্কেল, এই কয় প্রকার স্কেলের ব্যবহার আছে, তাহার মধ্যে কয়েক প্রকার স্কেলের বিষয় প্রথমভাগে উল্লিখিত হইয়াছে।

কোন স্থান জরীপ করিয়া তাহার নক্সা প্রস্তুত হইয়াছে কিন্তু ভ্রমক্রমে তাহার স্কেল লিখিত হয় নাই। যদি ঐ স্থানের বর্গ পরিমাণ ব্যক্ত থাকে, তাহা হইলে যে স্কেলে তাহা অঙ্কিত হইয়াছে তাহা নিরূপণ করিতে হইবে।

এ নক্সা অপর স্কেলে অঙ্কিত করিয়া সেই স্কেলের সাহায্যে তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর। এইরূপে প্রকৃত ক্ষেত্রফল এই ক্ষেত্রফলের যত গুণ বা যত ভাগ হইবে, প্রকৃত স্কেলের বর্গও এই মূলতন স্কেলের বর্ণের তত গুণ বা তত ভাগ হইবে।

অর্থাৎ প্রকৃত ক্ষেত্রফল : মূলতন ক্ষেত্রফল :: (প্রকৃত স্কেল)<sup>২</sup> : (মূলতন স্কেল)<sup>২</sup>।

### উত্তরদিক্ নিরূপণের উপায়।

জরীপ করিয়া কোন স্থানের প্রতিকৃতি অঙ্কিত করিতে হইলে সেই প্রতিকৃতির উত্তরদিক্ নির্দেশ কর নিতান্ত আবশ্যিক; অতএব জরীপের সময়ে ভূমির উত্তরদিক্ নিরূপণ করা একটি প্রধান কাৰ্য্য। ম্যাগনেটিক কম্পাস অর্থাৎ দিক্‌দর্শন যন্ত্র দ্বারা উত্তরদিক্ নিরূপিত হয় কিন্তু কোন যন্ত্রের সাহায্য ব্যতিরেকেও উত্তরদিক্ নিরূপিত হইতে পারে।

কম্পাস দ্বারা যাহাকে উত্তরদিক্ বলিয়া স্থির কর যায় তাহা সর্বথা ঠিক উত্তরদিক্ হয় না। কাল ও স্থান ভেদে কম্পাসের কাৰ্য্যগত ব্যতিক্রম ঘটিয়া থাকে।

একগাছি রজ্জু দ্বারা নিম্ন লিখিত প্রক্রিয়া অনুসারে উত্তরদিক্ নিরূপণ হইতে পারে। যে স্থান হইতে জরীপ আরম্ভ করিবে যদি সেই স্থান সমতল হয় তাহা হইলে সেই স্থানেই উত্তরদিক্ নিরূপণ করিবে, যদি ভূমি অধায়া সমতল না হয়, তাহা হইলে

যেখানে সমতল ভূমি পাইবে সেই স্থানে একটি ক্ষুদ্র সরল-  
তার চিহ্ন লক্ষ্যভাবে প্রোথিত কর। পূর্বাঙ্কে কোন সময়ে  
তারের ছায়া কত দূর পড়ে দেখিয়া এই তারের মূলকে কেন্দ্র  
করিয়া ছায়া প্রমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটি বৃত্ত টানিয়া রাখ।  
পরে অপরাহ্নে আবার কোন সময়ে এই তারের ছায়া  
এ বৃত্তপরিধিকে স্পর্শ করে, অর্থাৎ পূর্বাঙ্কের ছায়ার সহিত  
এক সমান হয়, তাহা বিশেষ করিয়া দেখ। অনন্তর  
পূর্বোক্ত বৃত্তে দুই ছায়া ব্যাস হইয়া যে একটি বৃত্তাংশ  
হইবে, সেই বৃত্তাংশের পরিধিকে সমষ্টিগুণ কর; পরে  
তারের মূল দেশ হইতে এই ছেদ স্থানে এক সরল রেখা  
টান, এই রেখা উত্তরাভিমুখে যাইবেক।

প্রকৃত জরীপ আরম্ভ করিবার পূর্বে উত্তরদিক সূচক রেখা-  
নামে কিয়দূর জরীপ কর, এবং প্রথম নিদর্শনস্থান হইতে  
যে দিকে জরীপ করিয়া যাইতে হইবে তাহার কিয়দূর  
জরীপ করিয়া, এই স্থান হইতে উত্তরদিকসূচক রেখার  
যতদূর জরীপ করা হইয়াছে সেই পর্যন্ত জরীপ কর।  
এই প্রক্রিয়ার দ্বারা যে ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে ইহার  
সাহায্যে নক্সায় উত্তরদিক সূচক রেখা অঙ্কিত  
হইতে পারে।

**জরীপী নক্সা অঙ্কিত করিবার নিয়ম।**

জরীপ করিবার সময় গ্রামাদির সমুদায় পরিমাণক  
চিঠাতে লিখিত হয়, তৎক্ষণে কাগজের উপর তৎসমুদায়  
অঙ্কিত হয়। কাগজ শোভোন্মত্ততা প্রভাবে বিবৃত্ত ও

সঙ্কুচিত হইয়া থাকে। অতএব যে কাগজের উপর নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে তাহা কাঠকলকে আঠা দিয়া বুড়িয়া লওয়া অবিধেয়; কারণ নক্সা অঙ্কিত হইলে পর যখন অঙ্কিত কাগজ খানি কাঠকলক হইতে ভুলিয়া লওয়া যায়, তখন ইহা পূর্বাপেক্ষা কোন অংশে বিস্তৃত এবং কোন অংশে সঙ্কুচিত হইয়া যাইতে পারে। এবং কায়ে কাযেই ভূমির পরিমাণ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা অতিরিক্ত অথবা স্থান হইয়া পড়ে। কাগজ চারিদিকে সমান ভাবে বিস্তৃত হয় একপে দ্বাখা উচিত; অথবা কাগজের এক পৃষ্ঠ সূতন বস্ত্রের দ্বারা আবৃত করিলে ভাল হয়; কেননা তাহা হইলে কাগজের চারিদিকে সমান ভাবে বিস্তৃত হয়। কাগজ ঐ রূপে অবস্থাপিত হইলে যে মানদণ্ডে নক্সা অঙ্কিত করিতে হইবে, তাহা সর্বাপেক্ষে কাগজের তলদেশে অঙ্কিত করিবে। পরে চিঠা দেখিয়া প্রথমতঃ পেন্সিল দ্বারা ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত করিবে। ত্রিভুজগুলির রেখা আঁকা করিয়া টানিবে যে দাগ যোর কাল লা হয় ও কাগজে না ফুটিয়া যায়। পেন্সিলের এমন গুণ থাকা আবশ্যিক যে, সহজে যেন সূক্ষ্ম রেখা সকল অঙ্কিত করা যায়, এমন কি ইচ্ছাক্রমে যেন রবর দ্বারা কাগজের উপর হইতে পেন্সিলের চিহ্ন অনায়াসে নিরাকৃত করিতে পারা যায়। পেন্সিলের অগ্রভাগটি অতিশয় সূক্ষ্ম করিয়া কাটা উচিত।

কাগজের এক দিকে একটী রেখা (গ খ) অঙ্কিত করিয়া ঐ রেখার এক প্রান্তকে (গকে) উত্তরদিক

কম্পনা কর, পরে ঐ রেখার মধ্যে একটী বিন্দু (ক) লও, উহা জরীপের প্রথম নিদর্শন স্থান হইবে। প্রথম নিদর্শন স্থান হইতে যে দিকে গন্ত স্থানি জরীপ করা হইয়াছে, চিঠা হইতে তাহার পরিমাণ দেখিয়া কম্পাস দ্বারা অঙ্কিত মানদণ্ড হইতে ঐ পরিমাণ গ্রহণ কর, এবং কম্পাসের এক পদ কংগজের উপর ইক বিন্দু বা নিদর্শন স্থানে রাখিয়া অপর পদ দ্বারা একটী বিন্দু অঙ্কিত কর। পরে উক্তরদিকমুতক রেখাক্রমে যত দূর জরীপ করা হইয়াছে মানদণ্ড হইতে তাহার পরিমাণ গ্রহণ করিয়া কংগ-কে তাহার সমান কর। গ হইতে ক খ সরল রেখার যত দূর জরীপ করা হইয়াছে তত পরিমাণে বাসার্ছ লইয়া আর একটী বিন্দু অঙ্কিত কর। দুইটী বিন্দু যে বিন্দুতে ছিন্ন হইবে তাহার সহিত ক ও গ বিন্দু সংযুক্ত কর ; তাহা হইলে ক খ রেখার অবস্থিতি নিরূপিত হইবে। অনন্তর ক্ষেত্রে ঐ রেখার উপর যে ত্রিভুজ অঙ্কিত করিয়া জরীপ করা হইয়াছে চিঠা হইতে তাহার অপর দুইটী বাহুর পরিমাণ লইয়া অঙ্কিত মানদণ্ডের সাহায্যে পূর্ব নিয়মানুসারে ত্রিভুজ অঙ্কিত কর। এই প্রক্রিয়ানুসারে ক্ষেত্রস্থ সমুদায় ত্রিভুজ কাগজের উপর অনন্তর জরীপের প্রামাণিক রেখাগুলির নক্সা প্রামাণিক রেখার পরিমাণের সহিত মিলিল কিনা তাহা মানদণ্ড দ্বারা পরীক্ষা করিয়া দেখ। ত্রিভুজগুলি অঙ্কিত হইলে পব যে লেখনী দ্বারা নক্সা অঙ্কিত কবিত হইবে তাহা দ্বারা স্পষ্ট সরল রেখা অঙ্কিত হয় কিনা তাহা এক



খানি স্বতন্ত্র কাগজে পরীক্ষা করিয়া দেখ। যদি লেখনী ভাল হয়, তাহা হইলে তাহাকে কাগজের উপর লম্বভাবে রাখিয়া রেখা টানিতে থাকিবে। কাগজের উপর অধিক বলপূর্বক লেখনী চালিত করিবে না, সরল ভাবে চালিত করিবে, এবং মতর্ক হইয়া দেখিবে যেন রেখাগুলি এক স্থানে মোটা এবং এক স্থানে সূক্ষ্ম না হয়। যাগাতে আদি অন্ত এক আকার হয় সর্বতোভাবে এমত চেষ্টা করিবে। এইরূপে সমুদায় ত্রিভুজগুলি কালি দ্বারা অঙ্কিত হইলে পর আর আর যে সমস্ত বিষয় অঙ্কিত করিতে হইবে তাহা পুনরায় ক চিত্রিত নিদর্শন স্থান হইতে ক্রমশঃ অঙ্কিত করিতে থাকিবে।

চিঠাতে দেখিতে হইবে যে ক নিদর্শন স্থান হইতে ক খ সরল রেখা ক্রমে কত দূরে লম্ব উত্তোলিত হইয়াছে অনন্তর সেই দূরত্বের পরিমাণ মানদণ্ড হইতে লইয়া তাহা নক্সায় যে ক খ রেখা অঙ্কিত হইয়াছে তাহাতে চিত্রিত কর। এবং ঐ ঐ চিত্রতে চিঠা অনুযায়ী বাম পার্শ্বে বা দক্ষিণ পার্শ্বে লম্ব উত্তোলন কর। ক নিদর্শন স্থান হইতে খ নিদর্শন স্থান পর্যন্ত লম্বগুলি উত্তোলন করিয়া মানদণ্ড হইতে ঐ লম্বগুলির পরিমাণ গ্রহণ কর। পরে লম্বগুলিকে যথাযোগ্য পরিমিত করিয়া তাহাদিগের প্রাপ্ত সমুদায় সংযুক্ত কর, তাহা হইলে ক্ষেত্রের প্রতিকৃতি অঙ্কিত হইবে। এইরূপে ক্ষেত্রস্থ বাটী, রাস্তা, লোহবর্ষা, নদী, পুষ্করিণী প্রভৃতি অঙ্কিত করিতে হইবে।

এই সকল বিষয় কালি দ্বারা অঙ্কিত করিতে হইবে ।  
নয়গুলিতে কালি দিতে হইবে না, কারণ প্রতিকৃতিতে  
সব রাখিবার প্রয়োজন নাই । রাস্তা, সেতু, লৌহবন্দ, নদী,  
পুষ্করিণী, কুটির কি আকারে অঙ্কিত করিতে হয় তাহা  
৩৪৪ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ । ইহাতে র চিত্রিত তিনটি  
খানি লৌহবন্দ, ন চিত্রিত দুইটি রেখা রাজমার্গ, জ  
চিত্রিত স্থানটি পুষ্করিণী, ন চিত্রিত অবয়বটি নদী, ব  
ইষ্টক নির্মিত বাটী, চ কুটির, ও স সেতু ।

এক খানি নক্সা যদি এত বৃহৎ হইয়া পড়ে, যে দুই  
তিন খানি ভিন্ন ভিন্ন কাগজে খণ্ড খণ্ড করিয়া অঙ্কিত  
করিয়া পশ্চাৎ সমুদায় গুলি একত্রিত করিতে হয় ; তাহা  
ইহা লে খণ্ডগুলি একত্রে অঙ্কিত ও সংযুক্ত করিবে, যে সং-  
যোগের পর প্রতিকৃতি খানি খণ্ড খণ্ড করিয়া চিত্রিত  
হইয়াছিল বলিয়া বোধ না হয় ।

উক্ত প্রকার পরিষ্কার নক্সায় জল, স্থল, নদ, নদী,  
খাল, বন, জঙ্গল, বাটী, বাগান প্রভৃতি অনায়াসে  
প্রভেদ করিতে পারা যাইবে বলিয়া চিত্রকরেরা ভিন্ন  
ভিন্ন রঙ্গ ব্যবহার করিয়া থাকেন ; তাহাতে নক্সা সুদৃশ্য  
হয় এবং দেখিবামাত্রই বুঝা যায় । যদি চিত্রকরেরা ভিন্ন  
ভিন্ন পদার্থের ভিন্ন ভিন্ন বর্ণ কম্পনা করিয়া অল্পরূপ  
চিত্র করে, ও কোন্ বর্ণে কোন্ পদার্থ বুঝায় তাহার  
সঙ্কেত লিখিয়া দেয়, তাহা হইলে কার্য্য নির্বাহ হইতে  
পারে; কিন্তু পশ্চাৎলিখিত পদার্থ সকলের যে বর্ণ সাধারণে  
প্রচলিত আছে তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে ।

বস্তু	রঙ্গ
নদী ও পুষ্করিণী	{ নীল (মধ্যস্থল অপেক্ষা { ধারে অধিকতর গাঢ় হইবে।
জোল	{ নীল ও মৃত্তিকা রঙ্গ এবং { স্থানে স্থানে সবুজ।
শুদ্ধ জলাশয়	ঐষৎ জরদ।
জলসমীপস্থ চর	ঐষৎ নীল।
মৃত্তিকা চর	কর্দম রঙ্গ।
বালুকাময় চর	রক্তমিশ্রিত জরদ।
পর্বত প্রভৃতি উচ্চস্থান	কাল।
উদ্যান	ঘোর সবুজ।
বন	{ সবুজ বর্ণে কিছু লালের { অংশ থাকিবে।
পতিত ভূমি (অম্লজর)	নীল ও কালি মিশ্রিত।
পতিত ভূমি (উর্বর)	শ্বেত বর্ণ।
রুক্ষ ও তৃণ ক্ষেত্র	ঐষৎ সবুজ।
ধানাদি ক্ষেত্র	সবুজ এবং জরদ।
রতি অর্থাৎ বেড়া	ঐষৎ সবুজ।
পথ	{ মৃত্তিকা রঙ্গ, এবং যমু্যাকৃত { পথে রেখাঙ্কন, স্বয়ং জাত { এক রেখা।
প্রশস্ত রাস্তা	তরল লোহিত।
ইটকালর ও সেতু	অজস্র বর্ণ।
তৃণাদি রচিত হ্রদ	জরদ এবং কর্দম রঙ্গ।
উজর বাস্ত	ঐষৎ কর্দম রঙ্গ।

নদীর শ্রোত জানাইবার নিমিত্তে শ্রোতোযুগে  
তীরের কল্য অঙ্কিত থাকে।

উক্ত নিয়মে চিত্র করিলে ভূমির নক্সা পাণ্ডুলিপির  
অর্থাৎ চিঠার অবিকল প্রতিক্রপ হয়, কিন্তু আদর্শ  
এইতে বৃহৎ বা ক্ষুদ্র নক্সা করিতে হইলে আদর্শ নক্সার  
পরিমাণাক দেখিয়া মানদণ্ড দ্বারা তক্রপ কোন পরিমাণ  
কল্পিত করিয়া রেখা পাত করিবেক, এবং খাল জঙ্গল  
প্রভৃতির নাম ও আকৃতি তদুপযুক্ত স্থানে অঙ্কিত  
করিবে, তাহাতেই অভিলষিত বৃহৎ বা ক্ষুদ্র চিত্র প্রস্তুত  
হইবে।

অঙ্কিত প্রতিকৃতিতে যে রঙ্গ দিতে হইবে তাহা যত  
ভরল হয় ততই ভাল। রঙ্গ দিবার সময় একরূপ সতর্ক  
হইবে যে, যে সীমার মধ্যে এক প্রকার রঙ্গ দিতে  
হইবে সে রঙ্গ যেন সেই সীমা অতিক্রম করিয়া না  
যায়। যে স্থলে রঙ্গ দেওয়া হইয়াছে এবং তাহা যদি  
শুদ্ধ হইয়া থাকে তবে আর কোন মতে সে স্থল স্পর্শ  
কারবে না; যদি কর তাহা হইলে দুই প্রকার রঙ্গের  
সংযোগরেখার ন্যায় একটা রেখা উৎপন্ন হইবে।  
অঙ্কিত প্রতিকৃতির এই দোষটী বড় সামান্য নহে।  
কোন স্থানে রঙ্গ অধিক ক্ষণ রাখিবে না; কারণ যদি  
উত্তম বায়ু প্রভাবে সহসা জমিয়া যায়, তাহা হইলে  
সেই স্থলের রঙ্গ পূর্ক প্রদত্ত রঙ্গের সহিত সমান করিতে  
পারিবে না, ক্ষুতরাৎ কোন স্থানে গাঢ় এবং কোন স্থানে  
ভরল হইবে।

## সমস্থল নিকৃপণ করিবার

## রীতি ।



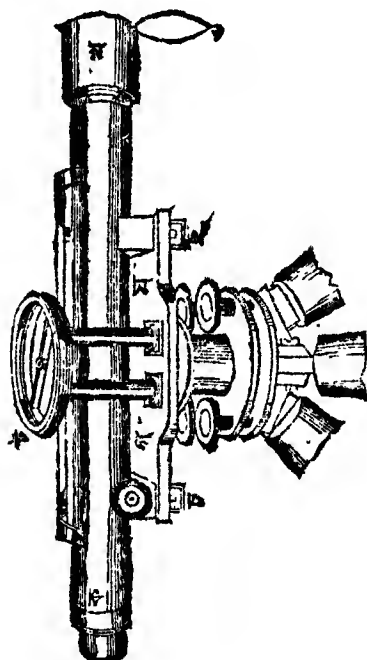
অবায়ু-বিচলিত সরোবরের জলের অবস্থানই সমস্থলের প্রকৃত উদাহরণ স্থল । পৃথিবী সর্বতোভাবে গোলাকার বলিয়া নির্দেশ করিলে সমস্থল রেখা উহার কেন্দ্র হইতে সকল স্থানেই সমদূর হইবে। সমস্থল প্রকৃতি দ্বারা স্থপতিগণ ভূপৃষ্ঠে কোথায় উন্নত ও কোথায় অবমত তাহা নির্ণয় করেন; এবং যে রেখা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে সর্বত্র সমদূর তৎসম্বন্ধে এক স্থান অন্য স্থানাপেক্ষা কত উচ্চ বা নীচ তাহা নির্ণয় করেন। তেঁয়সাম্য যন্ত্র দ্বারা যে রেখা নিরূপিত হয় তাহা পৃথিবীর স্পর্শনীয় রেখা । ভিত ও পয়নালায় সমস্থল সামান্য তেঁয়সাম্য যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে, কিন্তু বড় জমিদারী বা মাঠ জরীপ করিতে হইলে তাহার সমস্থল  $y$  (ওয়াই) সুরাসাম্য বা ট্রফটনস সুরাসাম্য নামক উৎকৃষ্ট উৎকৃষ্ট যন্ত্রদ্বারা নিরূপিত হইয়া থাকে ।

পর প্রতিকৃতিতে  $k$  বা সুরাসাম্য যন্ত্রটী ক খ দূরবীক্ষণের উপর সংস্থাপিত আছে । দূরবীক্ষণটী গ ঘ আধারের উপর সংস্থিত। এই আধার একটি মেজদণ্ডে একপা কোশলে সংবদ্ধ যে তাহাকে অনায়াসে ঘুরান যাইতে

পারে । গ ঘ আধারের উপর দণ্ডায়মান দুইটা স্তম্ভোপরি  
ট নামক একটি দিক্‌দর্শন যন্ত্রের বাক্স আছে ।

যন্ত্রটিকে ব্যব-

হার করিতে  
হইলে প্রথমতঃ  
চক্কু দ্বারা যত  
দূর সাধ্য ইহাকে  
সমান করিতে  
হয় । পরে দূরবী-  
ক্ষণটিকে টের্চা  
দ্বারা দুইটির  
উপর স্থাপিত  
করিয়া চ ও ছ  
দুইটা ক্রু দ্বারা  
জ ব মলের মধ্য  
স্থিত সূরা স্কেট-  
টিকে নলের মধ্য-  
স্থলে আনিতে

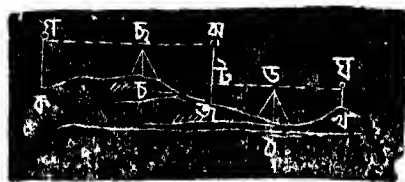


হয় । সূরা স্কেট নলের মধ্যস্থলে আসিলে যন্ত্রটী ব্যব-  
হার যোগ্য হয় ।

একটি মাঠের ক ও খ দুইটি স্থানে সমস্থলের বিস্তারিত  
নির্ণয় করিতে হইবে ।

মনেকর, এই ক্ষেত্রের চ ও ঠ স্থানে গ ব ও ট ঘ দুইটি  
সমস্থল রেখা সূরাসাম্য যন্ত্র দ্বারা নির্ধারণ করা গিয়াছে ।

জরীপআমীন ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন করিলে জ বা উন্নতিকে সম্মুখ ও ক গ উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক কহে; ঐরূপে খ ঘ উন্নতিকে সম্মুখ দিক ও জ ট উন্নতিকে পশ্চাৎ দিক কহে। খ ঘ ও জ ট দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে খ ও জ স্থানদ্বয়ের সমস্তলের প্রভেদ জ্ঞাত হওয়া যায়; এবং জ বা ও ক গ দুইটী উন্নতির বিভিন্নতা জানিতে পারিলে জ ও ক



স্থানের সমস্তলের প্রভেদ নির্ণয় হয়। যদি খ ঘ = ৪, জ ট = ৩, জ বা = ৯ এবং ক গ = ৭ হাত হয়, তাহ হইলে জ চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান হইতে এক হাত (৪ - ৩ = ১) উচ্চ, এবং জ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা = ৯ - ৭ = ২ হাত; অতএব খ চিহ্নিত স্থান হইতে ক স্থানের উচ্চতা ১ + ২ = ৩ হাত। পুনশ্চ যদি খ ঘ = ২, জ ট = ৫, জ বা = ১২ এবং ক গ = ৮ হাত হয়, তাহা হইলে খ স্থান জ স্থান অপেক্ষা উচ্চতর, এই জন্য জ স্থান অপেক্ষা খ স্থানের উচ্চতা = ৫ - ২ = ৩ হাত; এবং জ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা = ১২ - ৮ = ৪ হাত; অতএব খ স্থান অপেক্ষা ক স্থানের উচ্চতা ৪ - ৩ = ১ হাত।

এইকণে ক ও খ দুইটি স্থানের সমস্থল নিরূপণ করি-  
বার নিমিত্ত একটা সাধারণ নিয়ম নির্দেশ করা যাইতেছে।

গ ক সমস্থল রেখা হইতে ক স্থানের দূরত্ব ক গ  
রেখা, এবং উক্ত রেখা হইতে খ স্থানের দূরত্ব খ ট +  
য খ রেখা ; অতএব ক ও খ দুইটি স্থানের সমস্থলের  
বিত্ত্বতা এইরূপে নির্দেশ করা যাইতে পারে : যথা

ট + য খ — ক গ ; ইহাতে ট জ যোগ ও বিয়োগ  
করিলে ক জ + য খ — (ক গ + ট জ) হইবে

ক জ ক জ ও য খ দুইটি পশ্চাৎদিক আর ক গ ও

ট দুইটি সম্মুখ দিক, সুতরাং পশ্চাৎ দুই দিক সম্মুখ

দিক হইতে অন্তর করিলে প্রথম ও শেষ ক্ষজ হইবে

সংযুক্ত দুইটি স্থানের সমস্থলের প্রভেদ জানা যায়।

বোদ্ধ উদাহরণে দুইটি পশ্চাৎদিকের ক্ষজার

উন্নতির যোগপরিমাণ = ২ + ১২ = ১৪, এবং সম্মুখ

দিক দুইটি ক্ষজার উন্নতির যোগপরিমাণ = ৫ + ৮ =

১৩; অতএব ক ও খ স্থানের সমস্থলের বিত্ত্বতা = ১৪

— ১৩ = ১ হাত ; এবং পশ্চাৎদিকের দুইটি উন্নতির

যোগ সম্মুখদিকের দুইটি উন্নতির যোগ অপেক্ষা বৃহত্তর

বলিয়া এই প্রতীয়মান হইতেছে যে, ক স্থান খ স্থান অপেক্ষা

হাত উচ্চ।

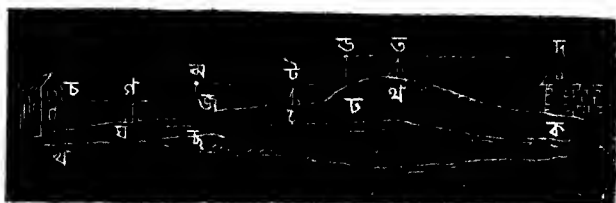
খ ট ও ক দ দুইটি স্থানে দুইটি বাটার সমস্থলের

বিত্ত্বতা নিরূপণ করিতে হইবেক।

মনেকর। এই ক্ষেত্রে চ জ, খ ট, ও ড দ এই কয়েকটি

সমস্থল রেখা লইলে খ চ, ক ছ এবং ড চ পশ্চাৎদিকের





উন্নতি ; আর ই জ, শূন্য, ও ক দ সম্মুখদিকের উন্নতি  
 ঐক্যে। এইরূপে পশ্চাৎদিকের সমুদায় ধ্বজার উন্নতি  
 পরিমাণে সমষ্টি হইতে সম্মুখদিকের উন্নতি পরিমাণে  
 সমষ্টি বিয়োগ করিলে ক চিহ্নিত স্থান খ চিহ্নিত স্থান  
 হইতে কত উচ্চ তাহা নির্ণয় হইবে। মনে কর, পশ্চাৎ  
 ধ্বজাগুলির উন্নতি যথাক্রমে ৯, ১১, ও ১৩ হাত ; এবং  
 সম্মুখ ধ্বজা গুলির পরিমাণ যথাক্রমে ২, ০, ও ১৬ হাত ।  
 অতএব ক স্থান খ স্থান অপেক্ষা = ৩৩ — ১৮ = ১৫  
 হাত উচ্চ ।

ভূমির সমস্তল করিতে হইলে পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন  
 প্রতি মাইলে যে কিঞ্চিৎ ঢাল করিতে হয়, তাহা  
 নিম্নলিখিত প্রস্তাবটি বিশেষ রূপে অনুধাবন করিয়া  
 দেখিলে প্রতীত হইবে ।

মনে কর, ক খ গ ভূপৃষ্ঠ, ক স্থানে অবস্থিত এক জন স্থপতি  
 ক চ অভিমুখে ভূমি সমস্তল করিয়া বাইতেছে। এইরূপে  
 এই চিত্রক্ষেত্র দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে স্থপতি  
 যতই গ অভিমুখে গমন করিবে ততই ক চিহ্নিত স্থানে  
 হুশাযান সমস্তল প্রকৃত সমস্তল অপেক্ষা উর্দ্ধে হইবে



ভূমি সমতল করিতে হইলে  
যে পরিমাণে ঢাল রাখিতে  
হয় তাহা এই পাতন হইতে  
প্রাপ্ত হওয়া গাইতে পারে।

ক চ রেখা পৃথিবীর পৃষ্ঠকে  
ক বিম্বিতে স্পর্শ করিতেছে বলিয়া, উহা ক খ গ বৃত্তের  
স্পর্শনী রেখা। ক ও চ হইতে পৃথিবীর কেন্দ্র ম পর্যন্ত  
রেখা টান। প্রকৃত সমতল হইতে দৃশ্যমান সমতলের  
বৈলক্ষণ্য খ স্থানে চ খ রেখা দ্বারা নির্দেশ হইতেছে।  
চ খ রেখার পরিমাণ ৫৬ ন প্রতিজ্ঞার ১ম অল্পমান-  
হইয়াছে।

$$\text{ক চ} : \text{চ খ} = \text{ক চ}^2 : \text{চ গ} \quad \therefore \text{চ খ} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{চ গ}}$$

ক চ ১ মাইল ও চ গ ৭২৫৮ মাইল হইলে,

$$\text{চ খ} = \frac{১^2}{৭২৫৮} = \text{এক মাইলের} \frac{১}{৭২৫৮} \text{ ভাগ} =$$

১২৬২ ইঞ্চি (প্রায় ৮ ইঞ্চি)।

যদি ক চ দূরত্ব ৩ মাইল হয়, তাহা হইলে চ গ =  
 $\frac{৩^2}{৭২৫৮} = ১১৬৫৮$  ইঞ্চি বা প্রায় ৬ ফুট। ক স্থান  
১২৫৮ ৭২৫৮

হইতে খ যত মাইল দূর, সেই দূরত্বকে বর্গ করিয়া ৮  
দ্বারা গুণ করিলে ফল লক্ক হওয়া যায়।

জ্যোতির্বিদ পণ্ডিতেরা নির্ধারণ করিয়াছেন যে দূরত্ব  
পদার্থ কিরণের বক্রীভবন প্রভাবে অপেক্ষাকৃত উচ্চতর

স্থানে দৃষ্ট হয়। এইরূপে ভূমি সনাক্ত করিতে গিয়া প্রতি মাইলে ৮ ইঞ্চি ঢাল রাখিলে ভ্রম হইবার সম্ভাবনা, সুতরাং ঐ ৮ ইঞ্চি হইতে দৃষ্টিবৈলক্ষণ্য প্রযুক্ত যে স্থান টুকু বেশি পড়া হয় তাহা বাদ না দিলে গণনা সূক্ষ্ম হয় না।

দৃষ্টি-বৈলক্ষণ্য সকল স্থানে সমান নহে; কিন্তু স্থপতিগণ সামান্যতঃ পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন যে ঢাল রাখিয়া থাকেন তাহার ২ ভাগ বক্রীভবনের নিমিত্ত বাদ দিয়া থাকেন।

উদাহরণ ১। কোন দৃষ্ট পদার্থ আড়াই মাইল দূরে হইলে, পৃথিবীর গোলতা নিবন্ধন কত ঢাল রাখিতে হইবে, ও বক্রীভবন প্রযুক্ত কত বাদ দিতে হইবে?

গোলত্বের নিমিত্ত ভ্রম নিরাকরণ = ৮ ইঞ্চি = ৩ ফুট।

$$(২.৫)^2 = \frac{২ \times ৬.২৫}{৩} = ৪.১৬৬$$

বক্রী ভবনের নিমিত্ত ভ্রম নিরাকরণ উহার ২ = ০.৮২৫

অবশিষ্ট ৩.৫৭১ ফুট

ঢাল রাখিতে হইবে।

২। দৃষ্ট পদার্থ ৬০ চেইন দূরে হইলে কত ঢাল রাখিতে হইবে?

$$৬০^2 \div ৮০০ = ৪.৫$$

ইহার ২ অংশ — ০.৬৪৩

অবশিষ্ট ৩.৮৫৭ ইঞ্চি ঢাল রাখিতে হইবে

৩। দৃষ্ট পদার্থ ২০ চেইন দূরে হইলে কত ঢাল  
গাথিতে হইবে ? উঃ ১,৪২৮৫ ইঞ্চি ।

৪। দৃষ্ট পদার্থ ২৫ মাইল দূরে হইলে কত ঢাল  
রাখিতে হইবে ? উঃ ৮.৬৭৮ ইঞ্চি ।

সমাপ্ত ।

---



# এই পুস্তকে ব্যবহৃত গণিত শব্দের ইংরেজী প্রতিশব্দ ।

অংশ	Degree	অক্ষদণ্ড	Axis
সমকোণ	Rational	অবৃত্ত	Rectangle
অতিদেশ	Apply	আয়তাকার ঘন ক্ষেত্র	Parallelopipedon
অধিকায়	Focus	উন্নতি	
অনুপাত	Proportion	উপনিহিত	Superposition
অনুষঙ্গিক	Complement	উপপত্তি	Demonstration
অনুমান	Corollary	উপপাদ্য	Theorem
অঙ্কুর বিস্পত্তি	Dividendo		
অন্তরীণ	Interior	স্থূল	Straight
অন্ত্য	Extreme	ব্যা	Minus
আপেক্ষক	Measure		
একক	Multiple	একক	Unit
প্রকাশ	Space	একান্তরিত	Alternate
অননতি	Inclination	এবসিসা বা সর্বাধিক বিস্তার	Abscissa
অবলেট বর্কু-	Oblate Spheroid	ঐককেন্দ্রিক	
লাভাস			Concentric
অরডিনেট বা	Ordinate	ওলন মাটাম	Plumb Level
ভালার্ক রেখা			
অর্ধচন্দ্র	Lune	কটিবন্ধ	Zone
অসাম্য	Absurd	কম্পাস	Compass

করনী	Surd	ঘনফল	Solidity
কলা	Minute	যাত	Exponent
কর্কট	Radius	চতুরস্র বা চতুর্ভুজ	Square
কর্ণ	Diagonal	চাপ	Are
কাঠলা	Wedge	চেইন বা শৃঙ্খল	Chain
কাঙ্ক্ষা প্রকাণ্ড	Prismoid	চৌবাচ্চা	Cistern
কুটিল	Curve	চৌপহল	Square Prism
কূজ	Coneave	চিহ্ন	Field Book
কুলালচক্র	Cylindrical ring		
কেন্দ্র	Centre	ছেদন	Section
কোটি	Perpendicular		
কোনমান গজ	Protracting		
	Scale		
কোণমান যন্ত্র	Theodolite	জরিপ	Survey
ক্রমনিম্ন	Inclined	জরিপ আমীন	Surveyor
ক্রুশদণ্ড	Cross Staff	জাত্য ত্রিভুজ	} Rightangled Triangle
ক্রোড়হ	Supplemental	জ্যা	
		জ্যামিতি	Cord
গজ	Scale		Geometry
গরিষ্ঠ	Major	টঙ্কু	Spindle
গুণক	Multiplier	টি মটীম	T. Square
গুণ্য	Multiplicand	ট্রাপিজিয়াম বা	} Trapezium
গুণফল	Product	বিষমচতুর্ভুজ	
ঘন	Cube	ট্রাপিজয়েড	Trapezoid
ঘন	Solid		

সমকোণিক	Equilateral	পঞ্চভুজ	Pentagon
জলোচ্ছ্বাস	Water level	পরিভাষা	Definition
ত্রিকোণী	Triangular } Square }	পরিমাপক	Mensuration
ঘাটাম		পরিমিত	Perimeter
ত্রিঘাত	Cube	পহল	Prism
ত্রিভুজ বা ত্র্যজ	Triangle	প্রকাণ্ড	Frustrum
		প্রতিজ্ঞা	Proposition
বিস্তৃত	Square	প্রতীপ	Opposite
		প্রসারিত	Produced
রেখা	Plus	প্রামাণিক রেখা	Proof line
বৃত্ত	Arc	প্রোলটে	Prolate } Spheroid }
বৃত্তাকার	Plane or } Surface }	বর্জুলাতাস	
		পেরামিটার	Parameter
বৃত্তাকার ক্ষেত্র	Superfices	পৃষ্ঠফল	Superficial Area
কোনা	Plan	ফাঁড়ি	Offset or Perpendicular
কঠিন	Solid		
নমুনা স্থান	Station	ফাঁড়িবাতি	Offset Staff
যোগ	Application	বক্রীভবন	Refraction
নির্মাণ	Construct	বন্ধনী	Vinculum
দিষ্ট	Given	বর্গ	Square
বর্ণনা	Describe	বর্গমূল	Square root
সন্নিহিত	Adjacent	বর্জুল	Sphere
কপৃষ্ঠ	Convex	বর্জুলখণ্ড	Spherical Segment



বর্তূলকণ্ডল	Spherical Zone	ভাজ্য	Dividend
বর্তূলভাতি	Spheroid	ভূমি	Base
বহুভুজ	Polygon		
বাহ্য	Exterior	মণ্ডল	Zone
বিকল	Second	মধ্য	Mean
বিন্দু	Point	মধ্যখণ্ড	Middle Segmen
বিনিময় নিম্পত্তি	Alternando	মানদণ্ড	Scale
বিলোম নিম্পত্তি	Invertendo	মাটাম	Square
বিবৰ্ণ চতুর্ভুজ	Trapezium	মিলিত হওন	Coincide
বৃত্ত	Circle	স্থল	Point
বৃত্তখণ্ড	Segment	মেরুদণ্ড	Axis
বৃত্তক্ষেত্ৰ	Sector	মৌলিক ভিত্তি	First principle
বৃত্তার্ধ বা সমিবৃত্ত	Semicircle		
ব্যবহারিক জ্যামিতি	{ Practical Geometry	{ যথার্থ বপাক্রমে }	Respectively
ব্যাস	Diameter	যোগনিম্পত্তি	Compound
ব্যাসার্ধ বা সামিব্যাস	{ Radins or Semidiameter	রহস	Rhombus
		রহস্য	Rhomboid
ভগ্নাংশ	Fraction	রাশি	Magnitude
ভাগক	Quotient	টরখিক	Lineal
ভাগশেষ	Remainder		
ভাজক	Divisor	লগিত	Minor

লব	Numerator	সমস্থল বা	} Level
অলব	Perpendicular	সমতল	
		সমান্তরাল	Parallel
খর	Versed Sine	সমান্তরিক	Parallelogram
গঙ্ক	Gnonon	সমিত	Plus
শির্ষ	Vertical	সমীকরণ	Equation
শৃঙ্খল বা শিকল	Chain	সম্পাত	Intersect
ষড়ভুজ	Hexagonal	সমস্যাদ্য	Problem
সংযোজক রেখা	Tie Line	সরল বা	} Straight Line
সংহিত	Sum	সকুরেখা	
সকোণশৃচী	Pyramid	সাক্ষ	Dense
সকোণশৃচী- প্রকাণ্ড }	Frustrum of a Pyramid	সামিহৃত সারা	Semicircle Area
সদৃশ	Similar	সুরাসাম্য	Spirit Level
সদর্পীয়	Homologous	শৃচী	Conc
সমকোণ	Right angle	শৃচীপ্রকাণ্ড	} Frustrum of Conc
সমকোণিক	Right angled		
সমচতুর্কোণ	Rectangle	স্থত্র বা আধিয়া	Formulae
সমদ্বিখণ্ড	Bisect	স্থলকোণ	Acute Angle
সমদ্বিভুজ	Isosceles	ভূত	Cylinder
সমবাহক	Equilateral	ইপতি	Engineer
সমবাহক }	Cube	স্থল কোণ	Obtuse Angle
সমনক্রেত্র }		স্পর্শনী	Tangent
সমানীল	Homologous	স্বতঃ প্রমাণক	Self evident
সমস্থত্র	{ Same line or level	স্বতঃসিদ্ধ	Axiom
		স্বীকার্য কথা	Postulate

হর	Denominator	কোপণী	Parabola
হরণ	Divide	কোপণীমণ্ডল	{ Parabolic Frustrum
হারক	Divisor	কোপণীস্তম্ভ	
ভাগ্য	Dividend	কেন্দ্রফল	Area
হীনিত	Minus	কেন্দ্রব্যবহার	Mensuration

---

# শুদ্ধিপত্র ।

পৃষ্ঠা	পত্রিক্তি	অশুদ্ধ	শুদ্ধ
২১	৪	পর্কতের	মন্দিরের
৪০	প্রতিকৃতি	চ	অ
৭০	৪	(যাত্রার উচ্চতা	উচ্চতা
৭২	১৫	বা গ হ জ,	বা ঘ ছ জ,
১০৪/১১৬	৫৫শ প্রতিজ্ঞা হইতে ৫৮শ প্রতিজ্ঞা	} ৫৪শ প্রতিজ্ঞা হইতে ৫৯শ প্রতিজ্ঞা	
১৬৪	১২ ছজ : কথ : থগ		
২০৫	১২, ১৮	} পরিমিতি	পেরামিটার
২০৬	৫, ১৬		
২০৭	১, ৫		
২১৬	১৯	২৩৪	৩২৪
২৭১	৪	X দ X ব উ	দ X ব X উ
২৮৬	১৬	কলকল	ঘনকল
৩৩২	১	শৃঙ্খল ও ক্রুশ যন্ত্র এবং শুদ্ধ শৃঙ্খলদ্বারা জরীপ করিবার নিয়ম ।	





# চতুর্থ ভাগ ।



## ঘন পরিমাণ ।

ভূমি পরিমাণ কালে কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলে, কিন্তু পুষ্করিণী প্রস্তুত কালে কত পরিমাণে হস্তিকা খনন করা হইল তাহা নির্ণয় করিতে হইলে কেবল দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ধরিলেই চলে না, দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, গভীরতা এই তিনই ধরা আবশ্যিক ; যাহার দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও গভীরতা এই তিনই ধরিতে হয় তাহাকে ঘন বা নিউন ক্ষেত্র কহে। যে ঘনক্ষেত্রের ছয়টি পৃষ্ঠ সমচতুষ্কোণ ধরাডল ক্ষেত্র, এবং যাহার দৈর্ঘ্য, ১ হাত, প্রস্থ ১ হাত, এবং বেধ ১ হাত, তাহাকে ১ ঘন হাত পরিমিত ক্ষেত্র কহে।

## ঘন পরিমাণের ধারা ।

২৪×২৪×২৪ বা ১৩৮২৪ ঘন অঙ্কুলে ... ১ ঘন হস্ত ।

১২×১২×১২ বা ১৭২৮ ঘন ইঞ্চি .... ১ ঘন ফুট ।

৩ × ৩ × ৩ বা ২৭ ঘন ফুটে .... ১ ঘন গজ ।

২৭৭.২৭৪ }  
অথবা প্রায় ২৭৭½ } ঘন ইঞ্চি ..... ১ গেলন ।

৫১২ ০০০ ০০০ ০০০ ঘন হস্তে .... ১ ঘন কোশ ।

### ১ম সম্পাদ্য ।

একটা সমকোণিক ও সমবাহক ঘন বা নিটন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে ।

নিয়ম । সমকোণিক ও সমবাহক ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের ধারাবাহিক গুণফল করিলে ঘনফল স্থির হয় ।

এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এক অঙ্গুলি বিস্তার হইলে যে-রূপ এক বর্গ অঙ্গুলি হয়, সেইরূপ এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য এক অঙ্গুলি বিস্তার ও এক অঙ্গুলি বেধ হইলে এক ঘন অঙ্গুলি কহা যায় । একটা কাঠি খণ্ড যাহার সকল পৃষ্ঠই সমচতুর্কোণ, যদি এক অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য, এক অঙ্গুলি বিস্তৃত ও এক অঙ্গুলি উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ এক ঘন অঙ্গুলি কহা যাইতে পারে । ঐরূপ, যে বস্তুর দৈর্ঘ্য এক হস্ত, বিস্তার এক হস্ত, ও বেধ এক হস্ত, তাহার পরিমাণ এক ঘন হস্ত । যে বস্তুর দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার দুই হস্ত, ও বেধ দুই হস্ত, তাহাকে প্রথমতঃ সমান দুই খণ্ডে ছেদ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত বিস্তার দুই হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয় । পুনর্বার ঐ খণ্ডগুলির প্রত্যেককে সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে, এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য দুই হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ এক হস্ত হয়; এবং সর্বশুদ্ধ ৪ টি খণ্ড হয় । ঐ ৪ খণ্ডের প্রত্যেককে আবার সমান দুই খণ্ডে বিভাগ করিলে এক এক খণ্ডের দৈর্ঘ্য ১ হস্ত, বিস্তার এক হস্ত ও বেধ ১ হস্ত হয়, অর্থাৎ প্রত্যেক খণ্ডের পরিমাণ ঘনফল হয় এবং সর্বশুদ্ধ ৮ টি খণ্ড হয় । তাহা হইলেই-



দুই হস্ত দৈর্ঘ্য দুই হস্ত বিস্তার ও দুই হস্ত বেধে, ৮ ঘন হস্ত হইল। এক্ষণে, যে বস্তুর ৩ হস্ত দৈর্ঘ্য, ৩ হস্ত বিস্তার ও ৩ হস্ত বেধ, তাহাকে ১ হস্ত দীর্ঘ, ১ হস্ত বিস্তার ও ১ হস্ত উচ্চ, ২৭টি সমান খণ্ডে বিভক্ত করা যাইতে পারে; অর্থাৎ যে বস্তুর দৈর্ঘ্য ৩ হস্ত, বিস্তার ৩ হস্ত ও বেধ ৩ হস্ত তাহার পরিমাণ ২৭ ঘন হস্ত। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধের পারাবাহিক গুণফল স্থির করিলেই, ঘনফল অর্থাৎ কালি স্থির করা হইল। তাহা হইলেই এক ঘন হস্তে  $২৪ \times ২৪ \times ২৪ = ১৩৮২৪$  ঘন অঙ্গুল হইল; এবং এক ঘন ফুটে,  $১২ \times ১২ \times ১২ = ১৭২৮$  ঘন ইঞ্চি হইল।

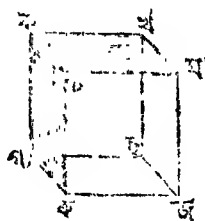
কোন প্রাচীর অথবা কোন বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইলে, প্রথমতঃ তাহার দৈর্ঘ্য বিস্তার ও উচ্চতার পরিমাণকে, এক শ্রেণীস্থ রাশি করিতে হয়। যদি ঘনফল এত ঘন অঙ্গুলি হয় তবে তাহাকে ১৩৮২৪ দিয়া ভাগ করিলেই, কালি ক্রত হস্ত তাহা স্থির হইবে। কালি ঘন ইঞ্চি হইলে, তাহাকে ১৭২৮ দিয়া ভাগ করিলেই ঘন ফুট হইবে।

সুতরাং যদি দ অক্ষর দ্বারা ঘন বস্তুর পার্শ্বের দৈর্ঘ্যতা, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল এবং প দ্বারা উহার পৃষ্ঠ নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ঘ = দ^৩, দ = \sqrt[৩]{ঘ}, \text{ এবং } প = ৬ \times দ^২।$$

উদাহরণ ১। একটা কাটের গুঁড়ি যাহার সকল দিকই সমচতুরস্র যদি ২৪ ইঞ্চ দীর্ঘ, ২৪ ইঞ্চ বিস্তৃত, এবং ২৪ ইঞ্চ উচ্চ হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত হইবে?

এখানে, ২৪ দৈর্ঘ্য  
২৪ বিস্তার

$$\begin{array}{r}
 ২৪ \\
 \times ২৪ \\
 \hline
 ৯৬ \\
 ৪৮০ \\
 \hline
 ৫৭৬ \\
 \hline
 ১১৫২
 \end{array}$$


ঘনফল = ১০৮২৪ ইঞ্চ

২। যে সমবাহুক ও সমকোণিক নিটন বস্তুর পার্শ্বের দৈর্ঘ্য = ২২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৯৪ ঘন গজ ১০ ফুট।

৩। যদি সমবাহুক ও সমকোণিক ঘন বস্তুর পার্শ্বের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৩৫।

৪। একটা চতুষ্কোণাকার গুঁড়ির প্রত্যেক দিকের পরিমাণ ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ হইলে, উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে স্থির কর। উঃ। ২২৬ ঘন ফুট ৩' ৬" ৮'''।

৫। বেচতুর্দোণ বাস্তের পরিমাণকল ৩৪৩ ঘন ফুট তাহার পার্শ্বের দৈর্ঘ্যপরিমাণ কত ?

২য় সূত্রানুসারে  $d = \sqrt[3]{v} = \sqrt[3]{৩৪৩} = ৭$  ফুট ।

৬। যদি প্রত্যেক দিকে ৩ ফুট পরিমাণ এমন একটা সেগুন কাঠের চতুর্দোণ বাস্ত (ডালা সমেত) নির্মাণ করিতে হয় তাহা হইলে কত বর্গফুট সেগুন কাঠ উক্ত বাস্ততে লাগিবে ?

শেষ সূত্রানুসারে  $p = ৬ \times d^2 = ৬ \times ৩^2 = ৫৪$  বর্গফুট ।

৭। দৈর্ঘ্য ৫ হাত, প্রস্থ ৩০ হাত, এবং উচ্চ ৪ হাত একটা মশারি প্রস্তুত করিতে হইলে, ২ হাত বহরের কত কাপড় লাগিবে ? উঃ। ৭২৬ হাত ।

৮। কোন সমকোণিক ও সমবাহুক ঘন বস্তুর এক দিকের পরিমাণ ২ ফুট ৬ ইঞ্চি হইলে, উহার ঘনফল কত হইবে ? উঃ। ১৫.৬২৫ ঘনফুট ।

৯। যে ঘনবস্তুরের পার্শ্ব ৪ হাত তাহার মূল্য অপেক্ষা, যাহার পার্শ্ব ৮ হাত, তাহার মূল্য কত অধিক যদি প্রতি ঘনফুটের মূল্য আট আনা করিয়া হয় । উঃ। ২২৪ টাকা ।

## ২য় সম্পাদ্য ।

আয়ত আকার ঘন বস্তুর কালি করিতে হইবে ।

নিয়ম । দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা বা গভীরতার ধার বাহ্যিক গুণফল স্থির করিলেই কালি বা ঘনফল স্থির হয় ।

সূত্র। যদি দ অক্ষর দ্বারা দৈর্ঘ্য, ব দ্বারা বিস্তার, উ দ্বারা উচ্চতা বা গভীরতা, ঘ দ্বারা ঘনফল, এবং প দ্বারা পট নির্দেশ করা যায় ; তাহা হইলে,

$$ঘ = দ \times ব \times উ, \quad দ = \frac{ঘ}{ব \times উ}, \quad ব = \frac{ঘ}{দ \times উ}, \quad উ = \frac{ঘ}{দ \times ব}$$

$$\text{এবং } প = ২ \left\{ দ(ব + উ) + ব \times উ \right\}$$

উদাহরণ ১। একটা চতুষ্কোণ খাদ ২ হাত ২ অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য, ১ হাত ১৬ অঙ্গুলি দীর্ঘ ও ১ হাত ৩ অঙ্গুলি বিস্তৃত, তাহার পরিমাণ কত ঘন হুত ?

এখান, ঘনফল  $ঘ = দ \times ব \times উ = ১ হা ২ অ \times ১ হা ১৬ অ \times ১ হা ৩ অ = ১০ অ \times ১০ অ \times ১০ অ = ১০০০$  ঘন অঙ্গুলি  $= ৫৫৫ \frac{১}{২}$  ঘন হুত  $= ৪ হা ১১ অ$  ঘন হুত  $=$  প্রায় ৪ হে ঘন হুত।

এই প্রশ্নের সমাধান নিম্নলিখিত প্রকারেও হইতে পারে।

২ হাত — ২ অঙ্গুলি

১ " — ১৬ "

২ — ০

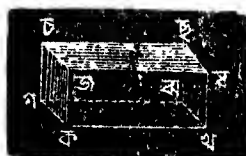
১ — ৮৫৫

০ — ১১৫

০ — ৬

৩ — ১১৬

১৮৫৫



৪ — ৮ হে = প্রায় ৪ হে ঘন হুত।

ভূমি মাপে যেক্রপ করা যায়, এই প্রক্রিয়াতে প্রথমতঃ সেইরূপ করা গিয়াছে। তাহার পরে উচ্চতা ও দৈর্ঘ্যের পরিমাণের গুণফলকে, বিস্তারের পরিমাণ দিয়া গুণ করিতে যনফল স্থির হইয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ হাত বিস্তার হইলে, ১ বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ২ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ হাত বিস্তারে ২ বর্গ হস্ত ধরা গিয়াছে। ১ হাত দৈর্ঘ্য ও ১ অঙ্গুলি বিস্তারে ১ বর্গ হস্তের ১৫ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত বিস্তার ও ২ অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ২ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। অঙ্গুলি শব্দে এখানে হাতের ২৪ ভাগের ১ ভাগ। আর ২ অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ১৬ অঙ্গুলি বিস্তৃত হইলে ৩২ বর্গ অঙ্গুলি হয়, এবং  $২৪ \times ২৪$  বর্গ অঙ্গুলে এক বর্গ হস্ত হয়, এই নিমিত্তে ১৩ অঙ্গুলের হাতে উহাতে ১৫ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। এই রূপ করিয়া যে বনফল স্থির হইয়াছে, তাহাকে আবার বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া যনফল স্থির করা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ হাত দিয়া গুণ করিলে ১ ঘনহস্ত হয়, এই নিমিত্তে ৩ হাতে ও ১ হাতে ৩ হাত ধরা গিয়াছে। ১ বর্গ হস্তকে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে ১ ঘন হস্তের ১৫ হয়, এই নিমিত্তে ১ হাত ও ১১৫ অঙ্গুলে ১১৫ অঙ্গুলি এবং ৩ হাত ও ৬ অঙ্গুলে ১৮ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে। আর এক বর্গহস্তের ১৫ কে ১ অঙ্গুলি দিয়া গুণ করিলে, ১ হস্তের ২৪ ভাগের ১ ভাগ হয়, এই নিমিত্তে ১১৫ অঙ্গুলি ও ৬ অঙ্গুলে, ২৪ অঙ্গুলের হাতের ১৫ অঙ্গুলি ধরা গিয়াছে।

২। একটা চতুর্দোণ কাঠের গুঁড়ির দৈর্ঘ্য কথ ৬ ফুট,

(পূর্ব প্রতিফ্রুতি দেখ) বিস্তার কগ ২ ই ফুট, এবং উচ্চতা ৬ ফুট ৬ ইঞ্চি, তাহার পরিমাণ কত?

$$\text{খম} = ১.৭৫$$

$$\text{কখ} = ৬$$

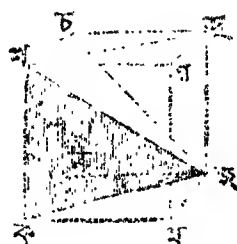
$$\text{১০.৫০}$$

$$\text{কগ} = ২.৫$$

$$\text{৫০.৫০}$$

$$\text{২.১০০}$$

$$\text{৫৬.২৫০} = \text{কালি}$$



৩। একটি চতুষ্কোণ খাম ৩.৪ উচ্চ, ১০.৫ দীর্ঘ, ৪.২ বিস্তৃত, তাহার কালি কত? উঃ। ১৪২.২৪।

৪। যদি একটি চতুষ্কোণ প্রস্তর খণ্ডের দৈর্ঘ্য ৩ ফুট, ২ ইঞ্চি, বিস্তার ২ ফুট ৮ ইঞ্চি ও উচ্চতা ২ ফুট ৬ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে উহার পরিমাণ কত ঘন ফুট হইবে?

$$\text{উঃ। } ২.১৬।$$

১১। একটি বর্গ পুষ্করিণীর এক বাহু ১২ গজ, উহা খনন করিতে ৩৩৬ ঘন গজ মৃত্তিকা উঠাইতে হইয়াছিল। উহার গভীরতা কত? উঃ। ৭ টেরখিক ফুট।

১২। যে চেয়ো ৫ ফুট ৬ ইঞ্চি গভীর, এবং ১০ ফুট ৮ ইঞ্চি গোড়া, তাহা দৈর্ঘ্য কত হইলে তাহার কালি ৭০৪০ ঘন ফুট হইবে? উঃ। ১২০ টেরখিক ফুট

১৩। একটি কাটা খাল ৭ ফুট ৩ ইঞ্চি গভীর, ২০ ফুট

৪ ইঞ্চি চৌড়া এবং ১০ মাইল লম্বা, তাহাতে কত ঘন ফুট জল আছে? উঃ। ৭৭৮৩৬০০ ঘনফুট।

১৪। ছয় ফুট উচ্চ, এবং ৪ ফুট চৌড়া, একটি ঘাট রাখিয়া দৈর্ঘ্য ১৫ গজ, উচ্চতা ৭ ফুট এবং বেধ ১৩ ইঞ্চি এমন একটি প্রাচীর প্রস্তুত করিতে হইলে যে ইটের এক এক খানির আয়তন ১০৮ ঘন ইঞ্চি, তাহার কতগুলি লাগিবে? উঃ। ৫০৪৪ খানা ইট।

১৫। প্রতি ঘন ফুটের মূল্য ২ নিলিং ৪ পেন্স হইলে, ১২ কড়িকাঠ ১৮ ফুট লম্বা, ১ ফুট ৮ ইঞ্চি প্রস্থ, এবং যাহার দল ১ ফুট ৬ ইঞ্চি তাহার মূল্য কত? উঃ। ৫ পাউণ্ড ৫ নিলিং।

১৬। যদি এক বর্গ গজ মাটি কাটিতে ৮ পেন্স মজুরি পড়ে, ৬০ ফুট লম্বা, ৫ ফুট ৬ ইঞ্চি চৌড়া এবং ১০ ফুট ৪ ইঞ্চি গভীর একটি খাল খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে? উঃ। ৪ পাউণ্ড ৪ নিলিং ২ ১/২ পেন্স।

১৭। ক ঘ হু খ সমকোণিক ও সমবাহুক নিটন বস্তুর ক খ জ ৩ হাত (পূর্ব প্রতিকৃতি দেখ, ) উহার ঘনকল কত? এখানে, ক ঘ জ ও জ ক খ দুইটি ত্রিভুজ সমকোণিক।

অতরাং,  $কজ^2 = ২ কঘ^2$ , এবং  $খজ^2 = কখ^2 + কজ^2$   
 $= কখ^2 \times ২ কঘ^2 = ৩ কঘ^2$ ;

$\therefore ৩ কঘ^2 = ৩^2$ , এবং  $কঘ = \sqrt{৩}$ ,

$\therefore কঘ^3$ , কিংবা ঘনক্ষেত্রের কালি  $= ৩\sqrt{৩}$ ।

১৮। একটি চৌবাচ্চা ৭ ফুট ৬ ইঞ্চি লম্বা, ১ ফুট ৯ ইঞ্চি চৌড়া এবং ৩ ফুট ৬ ইঞ্চি গভীর; ইহাতে কত খাবী জল আছে? উঃ। ০৮২৭৫।

১৯। দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক দিক ১৬ হাত  
একটি গর্ত আছে এবং দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর প্রত্যেক  
দিক ৪ হাত আর একটি গর্ত আছে, শেষোক্ত গর্তটি  
পূর্ণাঙ্গ গর্তের অপেক্ষা কত ক্ষুদ্র? উঃ। ৬৪।

২০। এক রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়া-  
ছিল যে হিন্দুর হাত অর্থাৎ ১০০ ঘন হাত ( ১ হাত ওসার  
১ হাত উচ্চ ও ১০০ হাত লম্বা ) গাঁথনি হইলে ১ টাকা  
পাইবে। এখন ৪০ হাত দীর্ঘ, ১৩ হাত প্রস্থ, ভিত ১৥ হাত,  
উচ্চ ১০ হাত, একটি ঘর প্রস্তুত হইয়াছে। তাহার মধ্যে  
৭ হাত উচ্চ, ১ হাত ওসার ১০ টা ঘর আছে। রাজমিস্ত্রী  
কত টাকা পাইবে? উঃ। ১৫৯ টাকা।

২১। কোন পদার্থের দৈর্ঘ্য প্রস্থ ও বেধ প্রত্যেকেই  
২ ফুট তাহার সমুদায় পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ৪৮৬ বর্গফুট।

২২। যদি এক কিউবিটের পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ হয়, তাহা  
হইলে ৬৪ ঘন কিউবিটের মধ্যে কত ঘন ফুট থাকিবে?  
উঃ। ২৬৮ ঘন ফুট।

২৩। কতকগুলি মজুরের সহিত এই চুক্তি হইয়া-  
ছিল যে, তাহারা ১৬ কিউবিট লম্বা ১৬ কিউবিট চৌড়া  
ও ১৬ কিউবিট গভীর একরূপ চারিদিক চৌবাচ্চা নীল দিয়া  
পরিপূর্ণ করিবে; কিন্তু তাহা না করিয়া তাহারা ৪ ঘন  
কিউবিট ৮ দী চৌবাচ্চা পরিপূর্ণ করিয়াছে। তাহারা কি  
চুক্তির সমুদায় কার্য সম্পন্ন করিয়াছিল? যদি না করিয়া  
থাকে তবে কত কর্ম্য বাকি ছিল? উঃ। ৬।

২৪। ভূমি ১ কাঠা দীর্ঘ ও এক কাঠা প্রস্থ হইলে



এক বর্গ কাঠা হয়, কিন্তু ২০ কাঠা দীর্ঘ ২০ কাঠা বিস্তার  
হইলে কেন ২০ বর্গ কাঠা কামি না হয় তাহা প্রমাণ কর

২৫। যে লৌহ চতুষ্কোণ খামের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট,  
বিস্তার ১৪ ফুট এবং বেধ ১২ ফুট তাহার পরিমাণ কত  
ঘন ফুট; এবং প্রত্যেক ঘনফুটের ওজন ১৮০ পাউন্ড  
হইলে সমুদায় খামের ওজন কত হইবে?

উঃ। ১১০৮৮ ঘন ফুট, এবং ওজনে ৮৯১ টন  
২৬। দৈর্ঘ্য ৩২ ফুট, বিস্তার ১০ ফুট এমনত এক আয়ত-  
তাকার চৌবাচ্চা কত ফুট গভীর হইলে ১৯২০ ঘনফুট  
জল ধরিতে পারে?

এয় স্বত্বানুসারে গভীরতা =  $\frac{ঘ}{দ \times ব} = \frac{১৯২০}{৩২ \times ১০} = ৬$  ফুট

২৭। যে সিলিন্ড্রিক ৩২ দীর্ঘ, ২ ফুট বিস্তৃত এবং ১  
ফুট গভীর, তাহাতে কত বর্গ ফুট সেপ্টা কাষ্ট লাগিয়াছে?

শেষ স্বত্বানুসারে পৃষ্ঠ (প)।

= ২ { ৩২ (২ × ১২) + ২ × ১২ } = ৩০২ বর্গ ফুট

২৮। যে প্রচীরের দৈর্ঘ্য ১৫২ হাত, বিস্তার ১ হাত  
১৮ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ১০ হাত ৮ অঙ্গুলি তাহার ঘনফল  
কত?

উঃ। ২৭৪৮ ৬ ঘনহস্ত।

২৯। তন্দর ফুট অর্থাৎ ১০০ ঘনফুট গাঁথনী হইলে  
১৫০ বেতন দিতে হইবে যদি এই রূপ নিয়ম থাকে;  
তাহা হইলে, ২৫২ ফুট দীর্ঘ, ২ ফুট ৪ ইঞ্চি বিস্তৃত ও  
১৮ ফুট উচ্চ প্রচীর গাঁথনির কত বেতন দিতে হইবে?

উঃ। ১৭১৫৮ ১৬ ১/২।

৩০। ১২৫ ফুট দীর্ঘ, ৩ ফুট বিস্তৃত, ৯ ফুট ১০ ইঞ্চি  
 প্রাচীরের মধ্যে যদি ৫০ ফুট উচ্চ ৩০ ফুট ওসার  
 টা জানালা থাকে, তাহা হইলে কত ফুট গাঁথনি  
 ইয়াছে? উঃ। ৩২২৫ ই ঘনফুট

### ৩য় সম্পাদ্য ।

পহল বা স্তম্ভের ঘনকল নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম । পহল বা স্তম্ভের ঘনকল স্থির করিতে হইলে,  
 তাহার নিম্নস্থ বা পার্শ্বস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া  
 উচ্চতা বা দীর্ঘের পরিমাণ দিয়া গুণ করিতে হয় ।

স্তম্ভের বেটনের বর্ণের চতুর্থাংশকে ৩ ১৪১৬ অথবা  
 ৬৩১৮ অঙ্কতা আবশ্যক না হইলে ৬ দিয়া ভাগ  
 করিলে বাহা হয়, তাহাকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ  
 করিলেও হয় ।

পহল বা স্তম্ভের পৃষ্ঠকল স্থির করিতে হইবে ।

নিয়ম । পহল বা স্তম্ভের ভূমি বা পাথরের বেটনের  
 পরিমাণকে দৈর্ঘ্য বা উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে  
 উহার পৃষ্ঠক্ষেত্রের কালি স্থির হয় ।

যদি স্তম্ভের উভয় প্রান্ত ও পৃষ্ঠের ফল স্থির করি-  
 য়ব আবশ্যকতা হয়, তাহা হইলে পূর্ব নিয়মানুসারে  
 পৃষ্ঠকল স্থির হইবে তাহাতে দুই প্রান্তের পরিমাণ  
 যোগ করিতে হইবে ।

স্তম্ভ । যদি দ অক্ষর দ্বারা দৈর্ঘ্য, খ অক্ষর দ্বারা ক্ষেত্র-

ফল, ব অক্ষর দ্বারা নেইন, ঘ অক্ষর দ্বারা ঘনফল ও প অক্ষর দ্বারা পৃষ্ঠ নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ঘ = থ \times দ = \frac{ব^2 \times দ}{৪ \times ত}, \quad দ = \frac{ঘ}{থ} \quad \text{এবং} \quad প = ব \times দ +$$

২. থ = পহলের পৃষ্ঠ মায় দুই পার্শ্ব; আর প = ত × থ (ভূমির ব্যাসার্ধ) × দ = স্তম্ভের ভাজাকৃতি পৃষ্ঠ—দুই পার্শ্ব।

আয়ত ক্ষেত্রের কালি আর স্তম্ভের পৃষ্ঠফল স্থির কর, উভয়ই সমান, কারণ একটি নলকে চিরিয়া সমধরাতল করিলে সেই সমধরাতল একটি আয়ত ক্ষেত্রের সমান হইবে। অতএব আয়তক্ষেত্রের দুই পার্শ্বের সমস্ত স্তম্ভের উর্দ্ধপরিমাণ ও ভূমির পরিধির সমান হইবে।

উদাহরণ ১ : ক থ গ ত্রিভুজ বস্তুদ ক থ দৈর্ঘ্যের পরিমাণ ১২ ফুট এবং সমবাহক ভূমির প্রত্যেক ভূজের পরিমাণ ২১ ফুট, উক্তের ক্ষেত্রফল কত?

১ ম সূত্রানুসারে,

(১২০ পৃষ্ঠার তালিকানুসারে সমবাহক

.৪১১০ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।)

$$৮১ = (১ : ২)$$

$$০.৯৯০$$

$$.১০৮০৫$$

থ = ২.৭০৬২৫ পার্শ্বের কালি

দ = ১২ দৈর্ঘ্য

উঃ। ৩২.৪৭৫ ঘনফুট।



২। পহলের তলস্থক্ষেত্র ৫, ৪ ও ৩ ফুট ত্রুজ্বিশিষ্ট ত্রুজ, এবং উচ্চতা ১০ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৬০ ঘনফুট

৩। দ্বিতীয় পহলের তলস্থক্ষেত্র ১ ফুট ৬ ইঞ্চি ত্রুজ বিশিষ্ট ত্রুজ, এবং দৈর্ঘ্য ৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৬.৭৬৬ ঘনফুট।

৪। যে গোল খামের বেটন ৫ই ফুট ও উচ্চতা ২০ ফুট, তাহার ঘনফল কত? দ্বিতীয় সূত্রানুসারে.

$$\frac{1}{6} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{6} \times \pi \times (5)^2 \times 20 = 80.185$$

ঘন ফুট।

৫। যে পাথরখাষ নিম্নস্থ রস্তের ব্যাস ২ হাত, ও পর্জীবতা ৮ হাত, তাহার ঘনফল কত? এখানেকরস্তের ক্ষেত্রফল  $= (1^2) \times 3.1416 = 3.1416$  বর্গহাত; সুতরাং উপর ঘনফল  $= 3.1416 \times ৮ = ২৫.১৩২৮$  ঘনহাত।

৬। এক জন রাজমিস্ত্রীর সহিত এই বন্দোবস্ত হইয়াছিল, যে তেঁট, শুকি, চূণ সে দিবে, এবং ১০০ ঘন ফুট গাঁথনি হইলে ১৩৥ টাকা পাইবে; ৫০০ ফুট দীর্ঘ, ১৥ ফুট নিম্নত, ১৪৥ ফুট উচ্চ প্রাচীর গাঁথনি হইয়াছে। তাহার মধ্যে, ৫ ফুট উচ্চ, ৩ ফুট ওসার ২২ টী জানলা এবং ৬৥ ফুট উচ্চ, ৪ ফুট ওসার ১০ টী দরজা। অপর গোল খাম ২৫ টাও গাঁথনি হইয়াছে, এক একটীর বেটন ৬ ফুট ও উচ্চতা ১২ ফুট। রাজমিস্ত্রী কত টাকা পাইবে?

উঃ। ২৭২.০৭০/১৫ঃ, গা।

৭। ১৫ হাত উচ্চ ও হাত বেটন একটি গোল খাম  
মুড়িতে ২ হাত ও অঙ্গুলি ওসারের কত কাপড় লাগিবে ?

উঃ। ২১১৭ হাত :

৮। যে গোল খামের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ২ ফুট ও উচ্চতা ১৬ ফুট, তাহার স্থায়ীকৃতি গাত্রের ঘনফল কত ?

এখানে, শেষ সূত্রানুসারে  $P =$   
 $ত \times অ \times দ = ৩.১৪১৬ \times ২\frac{১}{২} \times$   
 $১৬ = ১১৩.০৯৭৬$  বর্গ ফুট।

৯। যে ত্রিপহলের তলস্থ ক্ষেত্র  
৫ হাত ভূজ বিশিষ্ট সমবাহক  
ত্রিভুজ, এবং সমুদায় পৃষ্ঠের ক্ষেত্র-  
ফল ১৪৩ বর্গ ফুট, তাহার দৈর্ঘ্য  
কত ? এখানে ওয় সূত্র পরিবর্তন দ্বারা,

$$দ = \frac{প - ২ খ}{৩} = \text{প্রায় } ৮.০৯ \text{ ফুট।}$$



১০। প্রতি ঘনফুটের মজুরি ৩ শিলিং ৭ইপেন্স  
কইলে, যে কূপের ব্যাস ৩.৭৫ ফুট এবং গভীরতা ২২.৫ ফুট  
তাঁহা খনন করিতে কত মজুরি লাগিবে ?

উঃ। ১ পাউন্ড ১৩ শিলিং ৪ইপেন্স।

১১। যে কূপের পরিধি ৫৫ হাত, গভীরতা ২০ হাত,  
তাঁহাতে কত খারী জল আছে ? উঃ। ৪৮৬ খারী

### ৪র্থ সম্পাদ্য।

খুঁচী বা সন্কোণখুঁচীর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। তলস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে উচ্চতার  
বিভাগ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলের তৃতীয়াংশ লইলেই  
খুঁচী বা সন্কোণ খুঁচীর ঘনফল স্থির হয়।

নিয়মান্তর। খুঁচীর ভূমির বর্গপরিমিতকে উচ্চতার  
বিভাগ দ্বারা গুণ করিলে গুণফল খুঁচীর ঘনফল হইবে।

২য় নিয়ম। খুঁচী বা সন্কোণখুঁচীর পৃষ্ঠফল স্থির করিতে  
হইলে, অগ্রভাগ হইতে তল পর্যন্ত পৃষ্ঠাদেশের যে পরি-  
মাণ, তাহার দ্বারা তলের পরিধিকে গুণ করিয়া গুণফলের  
অর্ধাংশ লভ্য হইবে।

$$\text{খুঁচী। } \text{ঘ} = \frac{1}{3} \text{ ব} \times \text{দ}, \text{ ব} = \frac{3\text{ঘ}}{\text{দ}}, \text{ দ} = \frac{3\text{ঘ}}{\text{ব}}$$

উদাঃ ব = ৫০ (শীর্ষকোণ হইতে পৃষ্ঠদেশ ক্রমে ভূমির দূরত্ব)।

উদাহরণ ১। যে খুঁচীর তলস্থ ব্রহ্মের বা.স. ক.গ. ২২

এবং উচ্চতা ৮ ১২৫ ফুট তাহার ঘনফল কত?

$$\text{এখানে, } ২২ \times ২২ \times ৪ \times ৫ \times \frac{১২৫}{৩} = ৬৬ = \text{ক.গ.}$$

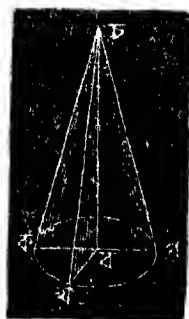
পরে

$$\begin{array}{r} .৭৮৫৭ \\ \times ৬৬ \\ \hline ৪.৭১২৪ \\ ১১৬৩৫ \\ \hline \end{array}$$

ভূমির কালি = ২০৮৭৫

$$: ২২ = \text{ঘ.চ}$$

$$\begin{array}{r} ৫৮.২০৫০০ \\ \times ২.৪৫৪৩৭৫ \\ \hline \end{array}$$



$$৩. ৬১.৩৫৩৭৫ (২০.৩৫৩১০৫ = \text{খুঁচীর ঘনফল।}$$

২। যে সন্কোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ১৮, ২৪ ও ৩০ হাত ভুজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, এবং উচ্চতা ৩৬ হাত তাহার ঘনফল কত?

এখানে. তলস্থ সরল ত্রৈখিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$$\left\{ \frac{18 + 24 + 30}{2} \times \left\{ \frac{18 + 24 + 30}{2} - 18 \right\} \right. \\ \times \left\{ \frac{18 + 24 + 30}{2} - 24 \right\} \\ \times \left. \left\{ \frac{18 + 24 + 30}{2} - 30 \right\} \right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$\sqrt{36 \times 18 \times 12 \times 6} \text{ বর্গহস্ত} = \sqrt{36 \times 36 \times 16} \\ \text{বর্গহস্ত} = 6 \times 6 \times 4 = 216 \text{ বর্গহস্ত} ;$$

অতএব, প্রস্থোল্লিখিত সন্কোণসূচীর ঘনফল = ২১৬ ×

$$\frac{\text{উচ্চতার পরিমাণ}}{3} = 216 \times \frac{36}{3} = 216 \times 12 =$$

২৫৯২ ঘন হস্ত।

৩। যে সন্কোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ২ ফুট ভুজবিশিষ্ট পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, ও উচ্চতা ১২ ফুট, তাহার ঘন ফল কত :

ভাঙ্গিকালুসারে পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$$1.9205$$

$$\text{বাহুর বর্গ} = \underline{8}$$

$$\text{তলস্থ ক্ষেত্রের কালি} = 6.812$$

$$\text{তথ উচ্চতার তৃতীয়াংশ} = \underline{8}$$

$$\text{সন্কোণসূচীর ঘনফল} = 29.528$$



৪। যদি সূচীর তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট ও উচ্চতা ১০২ ফুট হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত হইবে ?  
উঃ। ২২.৫৬১ ঘন ফুট।

৫। একটি সূচীর উচ্চতা ১৪ ফুট ও ইঞ্চি, এবং তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৫, ৬, ৭ ফাট ভূমি বিশিষ্ট সূচীর ঘনফল কত হইবে ?  
উঃ। ২১.০৫১ ঘন ফুট।

৬। যে সূচীর সূচীর ভূমি ৬ ইঞ্চি তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৫, ৬, ৭ ফাট উচ্চতা ১০২ ফুট তাহার ঘনফল কত ?  
উঃ। ২২.৫৬ ঘন ফুট।

৭। যে সূচীর তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৬ ফুট, এবং তাহার ঢালুদিকের দৈর্ঘ্য বা পীঠকোণ হইবে পূর্বদেশে ৬০° ভূমির দূরত্ব ১০৮ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

৩.১৪১৬

৫ বাস

১৫.৭০৮০ পৃষ্ঠফল

১৮

১২৫৬৬৪

১৫৭০৮

৮) ২৮২.৭৪৪ ( ১৪১.৩৭২ বর্গ ফুট = পৃষ্ঠফল )

৮। যে সূচীর অগ্রভাগ হইতে তল পর্যন্ত পৃষ্ঠ দেশের পরিমাণ ২০ ফুট, এবং তলস্থ বৃত্তের পরিধি ৯ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?  
উঃ। ২০ বর্গ ফুট।

৯। একটি সূচীর অগ্রভাগ হইতে তল পর্যন্ত পৃষ্ঠ দেশের পরিমাণ ৫০ ফুট, ও তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট



৬ ইঞ্চি, তাহার পৃষ্ঠকল কত? উঃ। ৬৬৭.৫৯ বর্গ ফুট।

১০। যে সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ৫ ফুট ভূজ-  
বিশিষ্ট সমদ্ব্যঙ্ক ত্রিভুজ, ও ঘনফল ৬২২ ঘন ফুট,  
তাহার উচ্চতা কত? উঃ। প্রায় ১৭ ফুট ৪ ইঞ্চি।

১১। যে সূচীর ঘনফল ৮ ঘনফুট, এবং উচ্চতা ২ ফুট,  
তাহার তলস্থ দ্বুস্তের পরিধি কত? উঃ। প্রায় ১২.২৮ ফুট।

১২। যদি প্রত্যেক ঘন ফুটের ওজন ১৭০ পাউন্ড  
হয়, তাহা হইলে যে প্রস্তুতনির্মিত সূচীর তলস্থ ক্ষেত্র  
১ ফুট ৬ ইঞ্চি ভূজবিশিষ্ট ত্রিভুজ, ও তাহার উচ্চতা ১০ ফুট,  
তাহার ওজন কত হইবে? উঃ। ১ টন ১৮২ পাউন্ড

### ৫ম সম্পাদ্য

সূচীর বা সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল নির্ণয়  
করিতে হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর উপরিভাগে কতকটা ন  
থাকিলে, অর্থাৎ তাহার উপরিভাগ হইতে ভূমির সমান্ত-  
বাল করিয়া কিয়দংশ কাটিয়া ফেলিলে যে খণ্ড অবশিষ্ট  
থাকে, তাহার নাম প্রকাণ্ড অথবা মস্তক পূর্না সূচী বা  
সকোণসূচী।

নিয়ম : তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের  
সমষ্টিতে এই দুইটী ক্ষেত্রফলের গুণফলের বর্গ মূল যোগ  
কর, এবং যোগফলকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ

সাবরা তাহার তৃতীয়াংশ লও। যুগীত তৃতীয়াংশ একাগ্রের অর্থাৎ মস্তক শূন্য সূচীর বা সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে ঐ দুই ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের গুণফল যোগ কর, এবং বোগফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া যাহা হইবে তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সূচীর একাগ্রের ঘনফল হইবে।

সকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র সমবাহুক বহুভুজ ক্ষেত্র হইলে, তাহার একাগ্রের ঘনফল নিম্ন লিখিত নিয়মটী দ্বারা গণিত হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বাহুদ্বয়ের বর্গের সমষ্টিতে উহাদের গুণফল যোগ কর, এবং বোগফলকে বহুভুজসংক্রান্ত তালিকায় লিখিত বহুসংখ্যক ক্ষেত্রের ক্ষত্রফল দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হইবে, তাহাকে পুনশ্চ উচ্চতার তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ কর, গুণফল সকোণসূচীর ঘনফল হইবে।

সূচীর বা সকোণসূচীর একাগ্রের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। সূচীর বা সকোণসূচীর একাগ্রের পৃষ্ঠফল নির্ণয় করিতে হইলে, অগ্রভাগ হইতে তল পর্যন্ত পৃষ্ঠদেশের যে পরিমাণ, তদর্দ্ধ দ্বারা তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের বহুভুজের সমষ্টিতে গুণ করিলেই হয়।

উদাহরণ ১। যে সূচীর একাগ্রের তলস্থ বৃত্তের

২৮৬

ক্ষেত্রব্যবহার।

বাস ২৮ ইঞ্চি, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ২০ ইঞ্চি ও  
উচ্চতা ২০ ইঞ্চি, তাহার ঘন কল কত?

২৮	২৮	২০
২৮	২০	২০
২২৪	৫৬০	৪০০
৫৬	৭৮৪	
৭৮৪	৪০০	



$$\begin{aligned}
 & ১৭৪৪ \\
 & ২৬১৮ = ১৬৬৬ \\
 & ১৩২৫২ \\
 & ১৭৪৪ \\
 & ১০৪৬৪ \\
 & ৩৪৮৮ \\
 & \hline
 & ৪৫৬.৫৭২২ \\
 & ২০ = উচ্চতা।
 \end{aligned}$$

কলফল = ২১৩১.৭৮৪০ ঘন ইঞ্চি

প্রকারান্তর। ১৪ (ব্যাসার্ধ)  $\times$  ১৪ = ১৯৬  
 $১৪ \times ১০ = ১৪০$ ,  $১০$  (ব্যাসার্ধ)  $\times$   $১০ = ১০০$   
 $১৪০ + ১৯৬ + ১০০ = ৪৩৬$ ;  $৪৩৬ \times ৩.১৪১৬ = ১৩৬২$   
 $৭৬৭৬$ ;  $১৩৬২.৭৬৭৬ \times ২০ + ৩ = ২১৩১.৫৮৪০$  ঘন ইঞ্চি

৩। যে সকোণসূচীর প্রকাণ্ডের নিম্নস্থ ও উপরিস্থ  
ভাগে সমদ্বাহক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; উপরিস্থ ক্ষেত্রের ব্যাস

মোড় ৬ ইঞ্চি, নিম্নের ক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ ১ ফুট ৮ ইঞ্চি, এবং উচ্চতা ৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

১৮	১৮	৬
১৮	৬	৬
১৮	১০৮	৩৬
৮	৩২৮	
১৮	১৬	



০, ৪৬৮

১৫৬ যোগ পৰিমাণের তৃতীয়াংশ

১.৭২০৫ তালিকায় লিখিত ক্ষেত্রফল

১০৩২.১০

৮৬০০৫

১৭২০৫

২৬৮০৩২৮০ গড় ক্ষেত্রফল

৫

১০	১৩৪১.২২০	
১২	১১১.৮৩২৫	[ প্রকারের ঘনফল।
	২.৩১২৩১৫ ঘন ফুট =	সাকোণসচৌর

প্রকারান্তর।  $১.৫ \times ১.৫ = ২.২৫$ ,  $১.৫ \times .৫ = ০.৭৫$ ,  $১.৫ \times .৫ = .২৫$ ;  $২.২৫ + .৭৫ + .২৫ = ৩.২৫$ ,  $৩.২৫ \times ১.৭২০৫$  (তালিকায় লিখিত ক্ষেত্রফল) =  $৫.৫৯১৬২৫$ , এখন  $৫৯১৬২৫ \times ৫ \div ৩ = ৯৮৬০৩৭৫$  ঘন ফুট।

৩। যে সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৮ বর্গহাত, উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল ২ বর্গ হাত এবং উচ্চতা ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৮ বর্গহস্ত,

উপরিস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ২ বর্গহস্ত,

উহাদের গুণফলের বর্গমূল =  $\sqrt{৮ \times ২} = ৪$  বর্গহস্ত

$$\text{অতএব, ঘনফল} = \frac{(৮ + ২ + ৪) \times ৬}{৩} = \frac{৮৪}{৩}$$

ঘন হস্ত = ২৮ ঘনহস্ত।

৪। যে পুষ্করিণীর উপরি ভাগটী সমচতুষ্কোণ, এবং তলাটীও সমচতুষ্কোণ, সকল দিক ঢাল, উপরের ক্ষেত্রফল ৯০ বর্গ হস্ত, তলার ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গ হস্ত এবং গভীরতা ১২ হাত, তাহার কালি কত ?

উঃ। ৭৬০ ঘন হস্ত

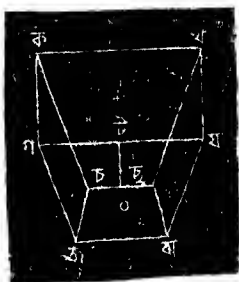
সকোণ সূচীর উপরি ভাগ কতকটা বাদ গেলে যে রূপ হয়, যে সকল পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল তাহারও আকার ঐরূপ ; কেবল উপরিভাগ নীচে ও তলা উপরে এই প্রভেদ। অতএব, ঐরূপ পুষ্করিণীর কালি করিতে হইলে সকোণসূচীর কালির মত করিলেই হয়।

৫। যে পুষ্করিণীর সকল দিক ঢাল ; উপরি ভাগ ও তলা সমচতুষ্কোণ, উপরি ভাগের একদিকের পরিমাণ ২ হাত এবং গভীরতা ১৫ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ৫৭৮৭১.১৫ ঘন হস্ত

পুষ্করিণীর কালির অপর একটা নিয়ম আছে তাহা এত, উপরিস্থ ও তলস্থ ভাগের দৈর্ঘ্যের যোগফলকে তলস্থ ভাগের বিস্তারের যোগফল দ্বারা গুণ কর, পরে উপরের দৈর্ঘ্যের ধ্রাতলিক ফলফল স্থির করিয়া তাহার যোগ ফলফলতে পূর্বোক্ত গুণফল যোগ কর, এই যোগফল ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া গভীরতা দ্বারা গুণ করিলে পুষ্করিণীর কালি হয়।

৬। যে পুষ্করিণীর উপরি-ভাগের দৈর্ঘ্য ক খ ১২ হাত, ও প্রস্থ ক গ ১০ হাত, তলটির দৈর্ঘ্য চ ছ ৬ হাত, ও প্রস্থ চ জ ৫ হাত, গভীরতা টঠ ৭ হাত, তাহার কালি কত ?



$১২ + ৬ = ১৮, ১০ + ৫ = ১৫, ১৮ \times ১৫ = ২৭০, ১২ \times ১০ = ১২০, ১৮ \times ৫ = ৯০$ , এখন  $২৭০ \div ১২০ + ৯০ = ৪২০, ৪২০ \div ৬ = ৭০, ৭০ \times ৭ = ৪৯০$  ঘনহাত।

ইটের পাজার ইট নির্ণয় করিবার জন্য পূর্বোক্ত নিয়ম দ্বারা পাজার কালি করিয়া এক খানি ইটের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতাকে পরস্পর গুণ করিয়া যে ফল হইবে, তাহার পাজার কালিকে ভাগ করিলে যে ফল হইবে তাহাই ইটের সংখ্যা।

৭। যদি ইটের দৈর্ঘ্য ১৮ অঙ্গুলি প্রস্থ ১১ অঙ্গুলি ও উচ্চতা ৩ অঙ্গুলি হয়, তাহা হইলে যে পাজার উচ্চতা ১০ হাত, তলার দৈর্ঘ্য ৮ হাত ও প্রস্থ ৫ হাত, আর

উপরের দৈর্ঘ্য ৬ হাত ও প্রস্থ ৪ হাত, তাহাতে উক্ত  
প্রকার কত গুলি ইট আছে। উঃ। ৬৮২৬৬ খান

বাঁধ মাটিতে হইলে নিম্নলিখিত নিয়মও ব্যবহৃত  
হইয়া থাকে।

বাঁধের তলা ও উপরের ওসার বা বিস্তারের সমষ্টিকে  
দুই দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগফল হইবে, তাহা আর  
বাঁধের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার দ্বারা দ্বিগুণ গুণফল নির্ণয়  
করিলে যে ফল হইবে তাহাই বাঁধের কালি।

৮। যে বাঁধের দৈর্ঘ্য ৩০০ হাত, তলার বিস্তার ১২  
হাত, উপরের বিস্তার ৪ হাত, এবং উচ্চতা ১০ হাত  
তাঁহার কালি কত? উঃ। ২৪০০০ হাত

অনেক স্থলে পুকুরিণী, রাস্তা নদীতীরস্থ বাঁধের দ্বা-  
রা নিয়মে ঢাল হইয়া আইনে তাহা এক প্রকার অণুপাত  
দ্বারা প্রকাশিত হয়।

মনে কর গজ বাঁধ, গ ক ও জ চ ক্রমে ঢাল হইয়া  
ক ও চ বিন্দুতে ভূমি

সংলগ্ন হইয়াছে।

বাঁধের ভূমির ক ও চ

বিন্দু হইতে ক খ বা

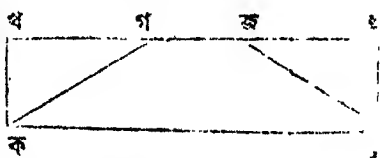
চ জ বাঁধের উচ্চতার

সমান দুইলম্ব উত্তোলন কর। এইরূপে গখ ও কখ এই দুইটি

অণুপাত পাইয়া গক ঢাল প্রকাশিত হইয়া থাকে। ক চ ভূমি

যদি সমতল হয়, তাহা হইলে গ ক ও জ চ ঢাল সমান হইবে,

কারণ বাঁধের দুই পার্শ্বই এক প্রকার পদার্থ দ্বারা নির্মিত



হইয়াছে। পরীক্ষা দ্বারা দেখা গিয়াছে যে, যদি কোন বাঁধ  
এখনি রাস্তা ধোয়া খাবা প্রস্তুত হয়, তাহা হইলে  $\angle$  ক চ  
কোণ =  $80^\circ$  হইবে।

যদি বালি দ্বারা প্রস্তুত হয় তাহা হইলে  $\angle$  ক চ =  $22^\circ$  ..

মাটি .....  $\angle$  =  $24^\circ$  ..

কর্দম .....  $\angle$  =  $16^\circ$  ..

প্রস্তর .....  $\angle$  =  $85^\circ$  ..

কিন্তু  $\angle$  ক চ =  $\angle$  ক গ খ,  $\therefore$  ক গ খ কোণ খ ক গ  
কোন অপেক্ষা প্রায়ই লবু, কখন কখন সমান হয়।  
অতঃপর খ গ, ক খ অপেক্ষা প্রায়ই বড়, কচিৎ সমান হয়।  
যদি গখ = কখ, তাহা হইলে ঢালের অনুপাত ১ঃ১ হইবে

২ গখ = কখ, " " ২ঃ১ ..

৩ গখ = কখ, " " ১ইঃ১ ..

কচ = গজ + খ গ + জ ছ = ২ ঢালের অনুপাত খ  
খ ক + গ জ।

২। যে বাঁধের দুই দিকেই ঢাল, তলার বিস্তার ১৬  
হাত, উপরের বিস্তার ৩ হাত, উচ্চতা ১২ হাত এবং  
ধর্ম্য ৫১২ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ ৫৮৩৬৮ ঘনহস্ত।

দুই দিকেই ঢাল, এমন বাঁধের কালি স্থির করিতে  
হইলে, তলা ও উপরের বিস্তারের সমষ্টির অর্দ্ধাংশকে  
উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে দৈর্ঘ্যের  
দ্বারা গুণ করিতে হয়।

১০। যে বাঁধের তলার বিস্তার ২৫ হাত, উপরের



বিস্তার ৫ হাত, উচ্চতা ২০ হাত, ও দৈর্ঘ্য ৫৯৫৬ হাত.  
তাহা প্রস্তুত করিতে যদি ৫০০০ টাকা লাগিয়া থাকে.  
তাহা হইলে, ২১২২ হাত দীর্ঘ, ১৬ হাত উচ্চ, ১৫ হাত  
তলা ও উপরে ৩ হাত বিস্তৃত এমন বাঁধ প্রস্তুত করিবে  
সেই চারে কত লাগিবে? উঃ। ৮৮৩৮/১২৪৪৬২ :

১১। যে স্থচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের পরিধি ২০ ফুট  
উপরস্থ বৃত্তের পরিধি ১০ ফুট, ও উচ্চতা ২৫ ফুট, তাহার  
ঘনফল কত? উঃ। ৪৬৪.২১৬ ঘনফুট

১২। যে স্থচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ফুট,  
উপরস্থ বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট, ও উচ্চতা ১৮ ফুট, তাহার  
ঘনফল কত? উঃ। ৫২৭.৭৮৮৮ ঘনফুট

১৩। যে গোল পুষ্করিনীর সকল দিক ঢাল, ও বাহ্যিক  
উপরের পরিধি ৫০০ হাত, ও নীচের পরিধি ৩০০ হাত.  
এবং গভীরতা ১৮ হাত, তাহার কালি কত ঘনচতুঃ?

উঃ। ২৪৪৬৫০ ঘন চতুঃ

১৪। ১০ হাত উচ্চ ১৪ হাত প্রস্থ ও ১ মাইল দীর্ঘ  
একটি বাঁধ প্রস্তুত হইল; যদি ইহার দুই দিকের ঢালে  
অতুল্য ১২ : ১ হয়, তাহা হইলে এই বাঁধ প্রস্তুত  
করিবার নিমিত্ত কত বিঘা জমি ক্রয় করিতে হইবে?

সাঁপের ভূমি সংলগ্ন প্রস্থ =  $১৪ + ২ \times ১২ \times ১০$   
= ৪৪ হাত।

∴  $৪৪ \times ৩৫২০$  বর্গহস্ত জমি ক্রয় করিতে হইবে.  
 $৪৪ \times ৩৫২০$   
জমির পরিমাণ =  $\frac{৪৪ \times ৩৫২০}{৬৪০০}$  বিঘা =  $২৪.২$  বিঘা =  $২৪/৪$   
৬৪০০

১৫। যে মকোন স্থচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ ষড়ভুজের  
ভূর পরিমাণ ১৮ ইঞ্চ, ও উপরিস্থ ষড়ভুজের বাহুর  
পরিমাণ ১২ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ৬ ফুট, তাহার ঘনফল  
কত? উঃ। ২৪.৬৮ ঘনফুট।

১৬। ক খ গ চ ছ বর্গ মকোন স্থচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ  
ষড়ভুজের ভূমির বাহুর পরিমাণ ৬ ফুট, ও উপরিস্থ  
ষড়ভুজের ভূমির বাহুর পরিমাণ ৪ ফুট, এবং  
উচ্চতা ৮ ফুটে তল। পর্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ  
কত? উঃ। ১৬৮ বর্গফুট।

১৭। ১০ = ১৪ ) তলস্থ ও উপরিস্থ  
৬ = ৬ ) ক্ষেত্রের ক্ষেত্র।

১০ = যোগদ।

৬ = উচ্চতা

২) ১০০ ( ৪৪৫ ) বর্গফুট = পৃষ্ঠফল



১৭। যে মকোন স্থচীর তলস্থ ষড়ভুজের বাহুর  
পরিমাণ ৬ ফুট ও উপরিস্থ ষড়ভুজের বাহুর পরিমাণ ৪ ফুট এবং উচ্চতা  
৮ ফুটে তল। পর্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ১৬৮ বর্গফুট, তাহার  
পৃষ্ঠফল কত? উঃ। ১৬৮ বর্গফুট।

১৮। একটি ষড়ভুজস্থিত কীর্তি স্তম্ভের তলস্থ ষড়-  
ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৭৫ ফুট, ও উপরিস্থ ষড়ভুজ  
ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ২৫ ফুট এবং উচ্চতা ৮ ফুটে তল।  
পর্যন্ত পৃষ্ঠদেশের পরিমাণ ৭৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?  
অঃ। যদি প্রতি বর্গফুট রঙ্গ করিতে ১ শিলিং ৩ পেন্স

পড়ে, তাহা হইলে উক্ত কীর্তিস্তম্ভ রক্ষ করিতে কত  
স্বয়ং হইবে ?

উঃ। ৩২২০ বর্গফুট, এবং ১৫ পাউণ্ড ৮ শিলিং ৪ পেন্স।

### ৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

কাজনার ঘনপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ঢাল দিকের বিস্তার ও পূর্ব দেশের দ্বিগুণ পরি-  
মাণ একত্র যোগ করিয়া স্বতন্ত্র রাখ, তাহার পরে কাজনার  
উচ্চতাকে ভূমির বিস্তার দিয়া গুণ করিয়া যাচাই হইবে,  
তাহাকে উপরিউক্ত যোগফল দ্বারা গুণ করিলে গুণফলের  
যড়ংশ কাজনার ঘনফল হইবে।

উদাহরণ ১। যে কাজনার উন্নতি ক'ছ ১৪ ইঞ্চ,  
পার্শ্ব ক'থ ২১ ইঞ্চ, ও ভূমির দৈর্ঘ্য য'চ ৩২ ইঞ্চ, ও  
বিস্তার গ'ঘ ৪২ ইঞ্চ, তাহার ঘন পরিমাণ কত ঘনফুট

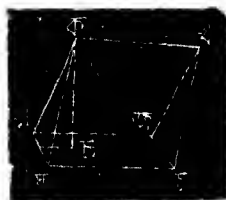
৩১	১৪
৩২	৪২
৩২	৪৬
৮৫	৭
	৬৩
	৮৫

৩১৫

৫০৪

৬।৫৩৫৫

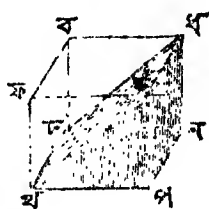
১৭২৮ } ১২ ৮৯২.৫ ঘন ইঞ্চ উঃ।  
          } ১২ ৭৪.৩৭৫  
          } ১২ ৬.১৯৭৯১৬  
                  ৫১৬৪৯৩ ঘন ফুট উঃ।



২। যে কাঁজলার মুখের দৈর্ঘ্য ও উচ্চতা এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার প্রত্যেকে ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪ ঘনফুট।

৩। খ প খ দ আয়তাকার কাঁজ-  
লার ভূমির দৈর্ঘ্য খ প ১০ হাত,  
বিস্তার প ন ব' ত খ ৭ হাত, ও  
উচ্চতা প ত বা খ ক ৮ হাত, উহার  
ঘনফল কত?



উঃ প্রথমে, খ প খ দ কাঁজলা

একটি পতল হইবে ও খ প ন ন ফ চতুর্ভুজাকার ঘন বস্তু  
আঁকি হইবে; সুতরাং, খ প ন ন ফ ঘনবস্তুর ঘনফল=  
 $১০ \times ৭ \times ৮ = ৫৬০$ ; ∴ খ প খ দ কাঁজলার ঘনফল=  
 $৫৬০ = ২২০$  হাত।

### ৭ম সম্পাদনা।

কাঁজলার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

কাঁজলার উপরিভাগে ক একটি না থাকিলে অর্থাৎ  
উপরিভাগ হইতে একটি কাঁজলা বাদ গেল যেরূপ  
আকারটি হয়, তাহার ঘনফল স্থির করিবার নিয়ম এই।—

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ ধরাভলিক ক্ষেত্রফলের সম-  
ষ্টিতে তলভয়ের মধ্যস্থ সমান্তরাল ছেদকের ক্ষেত্রফলের  
চতুর্গুণ যোগ কর, এবং যোগফলের যড়ংশকে উচ্চতা  
দিয়া গুণ করিলে কাঁজলার প্রকাণ্ডের ঘনফল স্থির  
হইবে।

উদাহরণ ১। যে প্রস্তরের উপরিভাগসী ১৪ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ১২ ইঞ্চ বিস্তৃত একটি আয়ত ক্ষেত্র, ও ভূভাগী ৬ ইঞ্চ দীর্ঘ ও ৪ ইঞ্চ বিস্তৃত একটি আয়তক্ষেত্র, এবং যাহার উচ্চতা ৩০ই ফুট, ও মধ্যস্থ সমান্তরাল ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১০ ইঞ্চ ও বিস্তার ৮ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফলকতঃ

$$\begin{array}{r} ১৪ \\ ১২ \\ \hline ১৬৮ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ১০ \\ ৮ \\ \hline ৮০ \\ ৪ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ৬ \\ ৪ \\ \hline ২৪ \end{array}$$



$$\begin{array}{r} ৬২০ \\ ১৬৮ \\ ২৪ \\ \hline ৬) ৪১২ \end{array}$$

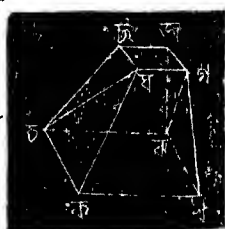
৮৫৬ ইঞ্চ = গড়ক্ষেত্রফল  
৩০ই উচ্চতা

$$২৫৬০$$

$$৪২৬$$

$$\begin{array}{r} ১৪৪ \left\{ \begin{array}{l} ১২ \\ ১২ \end{array} \right. \begin{array}{r} ২৬০২.৬ \\ ২১৬.৮ \end{array} \end{array}$$

উত্তর। ১৮.০৭৪



উদাহরণ ২। ক খ গ জ চ আয়তাকার কাকুলার প্রকা-  
রের ভূমির দৈর্ঘ্য ক খ বা চ বা ১২ হাত, এবং বিস্তার

ক চ বা খ ঙ ৭ হাত, আর উপরিস্থ ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৬ জ বা ষ গ ৮ হাত, ও বিস্তার গ জ বা ষ ছ ৪ হাত, এবং উচ্চতা ঙ জ ৬ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

ক খ গ চ কাজলার ঘনফল =  $\frac{৬}{২} \times ৭ \times ৬ (৮ + ২ \times ১২) = ২২৪$  ;  
 ছ জ গ চ কাজলার ঘনফল =  $\frac{৬}{২} \times ৪ \times ৬ (১২ + ২ \times ৮) = ১১২$  ;  
 $\therefore$  ক খ গ জ চ কাজলার প্রকাণ্ডের ঘনফল =  $২২৪ + ১১২ = ৩৩৬$  ঘনহাত ।

৩। ক খ গ জ চ সূচীর প্রকাণ্ডের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ক গ ৪ ফুট, উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস চ জ ২ ফুট, এবং উন্নতি ন ম ১৮ ফুট, ইহার ঘনফল কত ?

এখানে, তলস্থ বৃত্তের কালি =  $৪^২ \times ৭৮৫৪$ ,

উপরিস্থ বৃত্তের কালি =  $২^২ \times ৭৮৫৪$ ,

দ্রুই পার্শ্বের মধ্যস্থ ত্রৈলোক্যের কালি =  $৩^২ \times ৭৮৫৪$  ;

$\therefore$  সূচীর প্রকাণ্ডের ঘনফল =  $\frac{৬}{২} \times ১৮ (৪^২ + ২^২ + ৩ \times ৩^২)$

$= ৭৮৫৪ = ১৩১২৪৭$  ঘন ফুট ।

### ৮ম সম্পাদ্য ।

বর্জুলের ঘনফল স্থির করিতে হইবে ।

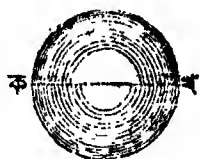
নিয়ম । বর্জুলের বাসের ঘনপরিমাণকে .৫২.৩৬ দিয়া গুণ করিতে হয় ; অথবা উহার ব্যাসার্ধের ঘনকে ৪.১৮৮৮ দিয়া গুণ করিতে হয় । গণনার সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হইলে ইহা দিয়া গুণ করিলেই হয় ।

নিম্নমাস্তর। বর্তুনের ব্যাসের ঘন পরিমাণের বর্তুণকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল এই পদার্থের ঘনফল হইবে। এই নিয়ম হইতে প্রতীত হইতেছে যে ব্যাসার্ধের ঘনকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের ঠিক হইলে ঘনফল নির্দ্ধারিত হইবে।

উদাহরণ ১। যে বর্তুনের ব্যাস  
১২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

$$১২^৩ \times ০.৫২৩৬ = ২০৪.৭৮০৮$$

ঘনফুট।



২। যদি ভূমণ্ডলের পরিধি ২৫০০০

মাইল হয়, তাহা হইলে উহার ঘন পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২৬৩৮৫৫১৬৪২৬৭ ঘন মাইল।

৩। যে বর্তুনের ব্যাস ৪ হাত, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৪৩.৫২ ঘনহাত।

৪। ১০ ইঞ্চি ব্যাস বিশিষ্ট ৫০০ কামানের গোলা প্রস্তুত করিতে হইলে, এক্ষণে ২৪ ফুট ২ ইঞ্চি দীর্ঘ ৩ ফুট ৪ ইঞ্চি বিস্তৃত ও ২ ফুট ৬ ইঞ্চি উচ্চ একটা লোহার চাপ গলাইলে, উক্তসংখ্যক গোলা প্রস্তুত করিতে লোহার অকুলান পড়িবে কি কিছু অবশিষ্ট থাকিবে। যদি অবশিষ্ট থাকে তাহা হইলে ইহার দ্বারা দৈর্ঘ্য বিস্তার ও বেধ তিনেই ২ ইঞ্চি এখন কয়টা লৌহ খণ্ড প্রস্তুত হইতে পারিবে?

উঃ। ৫০০ টা গোলা প্রস্তুত হইয়া প্রস্তাবিত রূপ ১০৭৭৫টা লৌহখণ্ড হইবে ও যৎকিঞ্চিৎ অবশিষ্ট থাকিবে।

৫। যে বর্জুলের ব্যাস ৫০ ইঞ্চ, তাহার ঘনকল কত?

উঃ। ৬৫৪৫০ ঘন ইঞ্চ।

যে কাঁপা গোলকের বহিঃস্থ ব্যাস ৯ ফুট ও যাহার দল ২ ইঞ্চ, তাহার ঘন পরিমাণ কত?

এখানে অন্তর্ব্যাস =  $৯ - ২ = ৭$  ফুট। বহিঃস্থ বর্জুলের ঘনকল =  $৯^3 \times .৫২৩৬$ , অন্তরস্থ বর্জুলের ঘনকল =  $(৭)^3 \times .৫২৩৬$ , অতএব কাঁপা গোলকের ঘনকল =  $\{ ৯^3 - (৭)^3 \} \times .৫২৩৬ = ৪০৮৬$  ঘনফুট।

৬। ৩, ৪ ও ৫ অঙ্গুলি ব্যাস বিশিষ্ট তিনটি লোহ বর্জুল গলাইয়া একটি বর্জুল প্রস্তুত হইল, ইহার ব্যাস কত?

উঃ। ৬ অঙ্গুলি।

৭। ৩ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট একটি সীমের গোলা গলাইয়া ৬ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট কয়টি ছিটা গুলি প্রস্তুত হইতে পারে?

উঃ। ১৭২৮।

৮। একটি বর্জুল বেগুন করিয়া স্তম্ভ নির্মাণ করিলে বর্জুলটির ঘনকল যে স্তম্ভের তুলিয়াংশ হয় তাহা প্রমাণ কর?

### ৯ম সম্পাদ্য।

বর্জুলখণ্ডের ঘনকল স্থির করিতে হইবে।

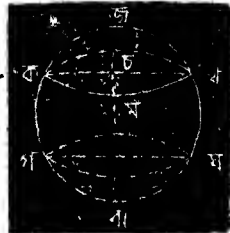
নিয়ম। ভূমির ব্যাসার্ধের বর্গকে তিনগুণ করিয়া তাহাতে উচ্চতার বর্গ যোগ কর; পরে যোগকলকে উচ্চতার পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণকলকে .৫২৩৬ দিয়া গুণ করিলে ঘনকল স্থির হয়।



নিয়মানুসার। বর্জুলের বাসের তিন গুণ হইতে বর্জুল-  
খণ্ডের উন্নতির দ্বিগুণ অন্তর কর, পরে অবশিষ্টকে উন্নতির  
বর্গ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ৫২৩৬ দ্বারা গুণ করিলে  
ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্জুলখণ্ডের ভূমির বাসার্ধ ৮  
ফুট, এবং উচ্চতা ৪ ইঞ্চি, তাহার ঘনফল কত?

৮	৪	৫২৩৬
৮	৪	৮৩২
৬৪	১৬	১০৪৭২
৩	১২২	১৫৭০৮
		৪১৮৮৮
১২২	২০৮	
	৪	৪৩৫৬৩৫২ = উত্তর।



৮৩২

২। যে বর্জুলখণ্ডের ভূমির বাস ২০ ফুট, ও উচ্চতা  
২ ফুট, তাহার ঘনফল কত স্থির কর?

উঃ। ১৭২৫৪২৪৪ ঘনফুট

৩। বর্জুলের বাস ১২ ফুট হইলে উহার যে খণ্ডে  
উন্নতি ৩ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ১৪১-৩৭২ ঘনফুট।

৪। যে বর্জুলখণ্ডের ভূমির বাস ৮-৬১৬৮৪ ও  
উচ্চতা ২২ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭১-৫৬৯৫ ঘনফুট।

৫। যদি বর্তুলের ব্যাস ৪ ফুট হয়, তাহা হইলে  
উহার যে খণ্ডের উন্নতি ৫ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ১৪৩২.২ হাত।

### ১০ম সমস্যাদ্য।

বর্তুল-মণ্ডলের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। তলস্থ ও উপরিস্থ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসার্ধের  
বর্গ ও উচ্চতার তৃতীয়াংশ একত্রে সমষ্টি করিয়া উচ্চতা-  
পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে ঐ গুণফলকে পুনশ্চ ১৫৭০৮  
দিয়া গুণ করিলে বর্তুলমণ্ডলের ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে বর্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের  
ব্যাস ১২ ইঞ্চি, ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ৮ ইঞ্চি, এবং  
উচ্চতা ১০ ইঞ্চি, তাহার ঘনফল কত ?

$$৬^২ = ৩৬$$

$$৪^২ = ১৬$$

$$৩ \times ১০^২ = ৩০০$$

$$৮৫৬$$

বর্তুলমণ্ডলের ঘনফল =  $৮৫৬ \times ১০ \times ১৫৭০৮ =$   
 $১৩৪০০৪১৬$  ঘনইঞ্চি।

২। যে বর্তুলমণ্ডলের তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট,  
ও উপরিস্থ বৃত্তের ব্যাস ১০ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ১২৫৮২.৬৪ ঘনফুট।

৩। যে পিপের আকার বর্তুলের বৃত্তমণ্ডলের ব্যাস

যদি তাহার উর্দ্ধ ও অধঃ ব্যাসদ্বয়ের প্রত্যেকের পরিমাণ ৫ ফুট ৮ ইঞ্চি, এবং তাহার গভীরতা ৫ ফুট হয়, তাহ হইলে ঐ পিণ্ডে কত গেলন জল ধরিতে পারে ?

উঃ । ১১২৩ $\frac{১}{২}$  গেলন।

### ১১শ সম্পাদ্য ।

বর্তূল ও বর্তূল খণ্ডের স্ফটিক পৃষ্ঠফল স্থির  
করিতে হইবে ।

নিয়ম । বর্তূলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে ব্যাসের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিতে হয় । সর্বাধিক পরিধিকে ব্যাসের দ্বারা গুণ করিলেও হয় ।

নিয়ম । বর্তূলখণ্ডের বা বর্তূলমণ্ডলের পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইলে সর্বাধিক পরিধিকে বর্তূলখণ্ড বা বর্তূলমণ্ডলের উচ্চতা দ্বারা গুণ করিতে হয় ।

উদাহরণ ১ । যে বর্তূলের ব্যাস ২ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

$$\text{পৃষ্ঠফল} = ২^২ \times ৩.১৪১৬ = ১২.৫৬৬৪ \text{ বর্গফুট} ।$$

২ । যে গোলকের ব্যাস ২ ফুট ১০ ইঞ্চি, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

উঃ । ২৫.২২ বর্গফুট ।

৩ । যে গোল ঐস্তরপিণ্ডের পরিধি ৪ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

† শরা অধোমুখ হইয়া থাকিলে স্ফটিক পৃষ্ঠ হয় : উর্দ্ধ ভাগে দৃষ্টি করিলে আকাশকে কুন্ড দেখায় ।

এখানে, পৃষ্ঠফল =  $8^2 \div ৩.১৪১৬ = ৫.০২২৮$  বর্গকুট।

৪। যদি ডুমগুলের ঘেরদণ্ড বা বাস ৭৯৫৭৯ মাইল ও পরিধি ২৫০০০ মাইল হয়, তাহা হইলে উহার পৃষ্ঠফল কত হইবে? উঃ। ১৯৮৯৪৩৭৫০ বর্গমাইল।

৫। যদি বর্ন্তুলের বাস ৪২ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে যে খণ্ডের উচ্চতা ৯ ইঞ্চ তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ১১৮৭.৫২৪৮ বর্গইঞ্চ।

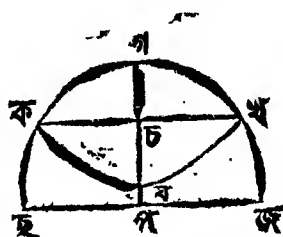
৬। যদি বর্ন্তুলের বাস ১২ই কুট হয়, তাহা হইলে যে মণ্ডলের বিস্তার ২ কুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গকুট।

## ১২শ সন্ধ্যাদ্য।

গোলাকার টক্কুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। টক্কুর দৈর্ঘ্য ক খ-কে ত্রিঘাত করিয়া তাহার বড়াংশ লও, পরে ক গ খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ও টক্কুর কেন্দ্র হইতে বৃত্তের কেন্দ্রের



দূরত্ব পরিমাণ গুণ করিয়া অন্তর কর, অন্তর বিয়োগ-ফলকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গোলাকার টক্কুর ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে গোলাকার টঙ্কুর দৈর্ঘ্য ক'খ ২১ ফুট ও মধ্যস্থ ব্যাস গ ঘ ১৮ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

$$\text{চক্রব্যাল} = \frac{\text{ক'চ}^2}{\text{গ'চ}} + \text{গ'চ} = \frac{—}{—} + ৯ = ২৫ \text{ ফুট।}$$

পরে, ৩য় ভাগের ১০ম সম্পাদকের দ্বারা, শর ব উচ্চতা =  $৯ + ২৫ = ৩৪$ ; ইহার সুবর্গীয় খণ্ডের ক্ষেত্রফল  $\cdot ২৫৪৫৫, \cdot ২৫৪৫৬ \times \text{ছ জ}^2 (= ২৫^2) = ১৫৯.০৯ ৩৭৫ =$  ক গ খ খণ্ডের ক্ষেত্রফল।

$$\text{এইকণে চ প} = \text{গ প} - \text{গ চ} = \frac{২৫}{২} - ৯ = ৩.৫$$

অথবা ২ চ প = ৭

$$\text{অতএব ঘনফল} = (\text{উ ক খ}^2 - ২ চ প \times \text{ক গ খ খণ্ডের ক্ষেত্রফল}) \div ৩ = (৩২৪^2 - ৭ \times ১৫৯.০৯ ৩৭৫) \div ৩ = ৩৭৩৯৬ \frac{১}{২} \text{ ঘনফুট।}$$

২। যে চক্রাকার টঙ্কুর দৈর্ঘ্য ৬ ফুট, এবং মধ্যস্থ ব্যাস ২২ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। প্রায় ১৬২ ঘনফুট

### ১৩শ সম্পাদা।

কুলালচক্রাকার বস্তুর ঘনফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। কুলাল চক্রের বেধ ও 'অষ্টভূজের' ব্যাসের সমষ্টিকে বেধের বর্গের দ্বারা গুণ করিয়া, গুণ ফলকে পুনশ্চ ২.৪৬৭৪, অথবা ৩.১৪১৬ এর বর্গের চতুর্থাংশ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে চাকের বেধ ২ ইঞ্চি, ও অন্তরস্থের ব্যাস ১২ ইঞ্চি, তাহার ঘনফল কত?

এখানে ঘনফল =  $(১২ + ২) \times ২^২ \times ২.৪৬৭৪ = ৩৮.১৭৪৪$  বর্গ ইঞ্চি।

২। যে অঙ্গুরীর বেধ ৪ ফুট, ও অন্তরস্থের ব্যাস ১৬ ফুট, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭৮২.৫৬৮ বর্গ ফুট।

### ১৪শ সাল্পাদ্য ।

কুলালচক্রাকার বস্তুর পৃষ্ঠফল স্থির করিতে হইবে ।

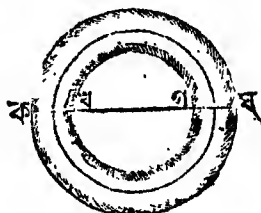
নিয়ম। অন্তরস্থের ও বহিঃস্থের ব্যাসার্দ্ধ দুইটির সমষ্টিকে তাহাদের অন্তর অথবা অঙ্গুরীয়কের বেধ দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে ২৮.৬২৬ অর্থাৎ ৩.১৪১৬ এর বর্গ দিয়া গুণ কর।

উদাহরণ ১। যে কুলালচক্রের অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ ব্যাসার্দ্ধ যথাক্রমে ৬ ও ৮ ইঞ্চি, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

এখানে পৃষ্ঠফল =  $(৮ + ৬) (৮ - ৬) \times ২৮.৬২৬ = ২৭৬.৩৪৮৮$  বর্গ ইঞ্চি।

২। যে অঙ্গুরীর বেধ ৪ ইঞ্চি, ও অন্তরস্থের ব্যাস ১৬ ইঞ্চি, তাহার ঘনফল কত?

উঃ। ৭৮২.৫৬৮ বর্গ ইঞ্চি।



১৫শ সম্পাদ্য ।

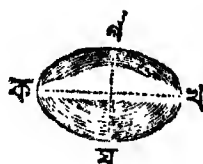
বর্তুলভাসের ঘনফল স্থির করিতে হইবে ।

অর্দ্ধবৃত্তভাসকে ব্যাসের উপর রাখিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আনিলে যে আকারটি হয় তাহার নাম বর্তুলভাস \* । ডিম্বের আকার বর্তুলভাস ।

নিয়ম । অর্দ্ধবৃত্তভাস যে ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আইসে তাহাকে বর্ণ করিয়া অপর ব্যাস দ্বারা গুণ কর, পরে গুণফলকে ৫২৩৬ দ্বিগুণ করিলে ঘনফল স্থির হয় ।

১ উদাহরণ । যে অর্দ্ধবৃত্তভাস আপন লম্বিষ্ট ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকলদিকে ঘুরিয়া আসিলে একটি বর্তুলভাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ হাত ও লম্বিষ্ট ব্যাস ৩০ হাত হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত ?

৩০	৫২৩৬
৩০	৪৫০০০
<hr/>	
৯০০	২৬১৮০০০০
৫০	২০৯৪৪
<hr/>	
৪৫০০০	২৩৫৬২০০০০ ইত্তর ।



\* বর্তুলভাস দুই প্রকার — বৃত্তভাস আপন গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটি হয় তাহাকে অরলেট বর্তুলভাস বলে, বৃত্তভাস আপন লম্বিষ্ট ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটি হয় তাহাকে প্রোলেট বর্তুলভাস বলে ।

২। যে অর্ধ বৃত্তাভাস গরিষ্ঠ ব্যাসের উপর দৃষ্টায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে একটি বর্তুলাতাস জন্মে, যদি তাহার গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ইঞ্চ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ১০ ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ২২.৭২৫৭ ঘন ফুট ।

### ১৬শ সম্পাদ্য ।

ফেপনীস্তস্তের ঘনফল স্থির করিতে হইবে ।

ফেপনী ক্ষেত্র আপন মেরুদণ্ডের উপর দৃষ্টায়মান থাকিয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটি উৎপন্ন হয় তাহাকে ফেপনী স্তম্ভ কহে ।

নিয়ম। তলম্ভ বৃত্তের ব্যাসের বর্গকে সর্বাধিক বিস্তার ৭১ মেরুদণ্ড দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ৩১২৭ দিয়া ভাগ কর ।

উদাহরণ। যে ফেপনীস্তস্তের নিম্নস্থ বৃত্তের ব্যাস ২৪ হাত, ও সর্বাধিক বিস্তার ৪২ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ২৫০০.১২৮৪ ।

### ১৭শ সম্পাদ্য ।

কোন গুরুত্বের উচ্চতা এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে তাহার পৃষ্ঠফল ও ঘনফল নিরূপণ করিতে হইবে ।

নিয়ম। ভূমির পরিমাণফলকে বিগুণ করিলে পৃষ্ঠফল নিরূপিত হয়, এবং তাহাকে উচ্চতার দুইতৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল নিরূপিত হয় ।



উদাহরণ । যে জমিজমার জমির ব্যাস ৬০ ফুট, তাহার  
পৃষ্ঠকল ও ঘনকল কত ?

উঃ । পৃষ্ঠকল ৬২৮.৩২ বর্গ গজ । ঘনকল ২.০৯৭.৪  
ঘনগজ ।

বৃত্তাকার, গম্বীক, অথবা বৃত্তাভাসাকার খিলান ছাদের  
কুজ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠকল নিরূপণ করিতে হইবে ।

নিয়ম । দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থপরিমাণ দ্বারা গুণ  
করিলে খিলানের পৃষ্ঠকল নির্ণয় হয় ।

উদাহরণ । যে বৃত্তাকার সেতুর দৈর্ঘ্য ১৪০, উচ্চতা ৩৫ ও  
বিস্তার ১২ ফুট তাহার কুজ পৃষ্ঠের পৃষ্ঠকল কত হইবে ?

উঃ । ১২৪৪.৪ বর্গ ফুট ।

### ১৮শ সম্পাদ্য ।

জাহাজের বোঝাই নিরূপণ করিতে হইবে ।

নিয়ম । জাহাজের মেরুদণ্ড অর্থাৎ দৈর্ঘ্যপরিমাণ  
যত ফুট হইবে, তাহাকে আড়কাঠ অর্থাৎ প্রস্থপরিমাণ  
দ্বারা গুণ করিয়া, গুণফলকে পুনশ্চ আড়কাঠের অর্ধ-  
পরিমাণ দ্বারা পূরণ করিয়া ৯৪ দ্বারা ভাগ করিলে যে ফল  
হইবে, তত টন বোঝাই জানিবে ।

উদাহরণ ১ । কোন জাহাজের মেরুদণ্ড ৭২ ফুট  
ও আড়কাঠ ২৪ ফুট, এ পোতের বোঝাই কত ?

উঃ । ২২০ $\frac{১}{২}$  টন ।

২ । যদি কোন জাহাজের মেরুদণ্ড ৬০ ফুট ও  
আড়কাঠ ২০ ফুট হয়, তবে উহাতে কত টন বোঝাই  
ধরিতে পারে ?

উঃ । ১২৭ $\frac{১}{২}$  টন ।

## নৌকা মাপ কালী ।

“দীর্ঘ নৌকা যত হাত, গ্রহ দিয়া পূর তত ।

০° ডাঃ দ্বিগুণ কবিয়া একুন, হাত প্রতি ঘন পরিমাণ ।”

## ১৯শী সম্পাদ্য ।

রজ্জুর ওজন নিকপণ করিবার নিয়ম ।

নিয়ম । রজ্জুর বেড়ের বর্ণ দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ৪৮০ দিয়া ভাগ করিলে যত হয় ১৯ হন্দর রজ্জুর ওজন জানিবে । রজ্জুপরিমাণ তাহার বেড়ের দ্বারা নির্দেশিত হয়, যথা দুই ইঞ্চির রজ্জু বলিলে জুর বেড় দুই ইঞ্চি জানিবে ।

উদাহরণ ১ । এক শত ফেথম লম্বা, তিন ইঞ্চি বেড়, যত রজ্জুর ওজন কত ?

উঃ।  $১২ = ১০ \times ১০০ = ১০০০ \div ৪৮০ = ১$  হন্দর, ১ কোয়ার্টার ১৪ পৌণ্ড ।

২ । ১২০ ফেথম লম্বা, ৬ ইঞ্চি বেড়ের রজ্জুর ওজন কত ?

উঃ। ৯ হন্দর ।

## ২০শী সম্পাদ্য ।

ধান্য রাশির মাপ করিবার নিয়ম ।

নিয়ম । ধান্য রাশির পরিধির পরিমাণকে ৯ দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্য রাশির মধ্যের উচ্চতা; পুনরায় পরিধিকে ৬ দ্বারা ভাগ করিয়া,

ভাগ ফলের বর্গ উচ্চতাপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যে ক্ষয় প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা ধান্যের \* খারী।

উদাহরণ। এক ধান্য রাশির পরিধি ৫৪ হাত, ইহাতে কত খারী ধান্য আছে ?

উঃ।  $৫৪ \div ৯ = ৬$  হাত উচ্চ। পুনরায়  $৫৪ \div ৬ = ৯$ ।  
 ধান্য রাশি =  $৯ \times ৯ = ৮১ \times ৬ = ৪৮৬$  হাত।

## ২১তি সম্পাদ্য।

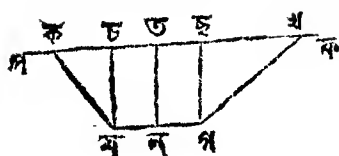
অসরল নিটন বস্তুর ঘনফল নির্ণয় করিবার নিয়ম।

অসরল ঘন বস্তুকে সমান্তরাল খণ্ড দ্বারা কতিপয় অংশে বিভাগ করিয়া নিম্ন লিখিত প্রণালীতে প্রক্রিয় করিলে ঘনফল স্থির হয়।

শেষের খণ্ডদ্বয়ের সমষ্টিতে, মাঝের খণ্ডগুলির সমষ্টিতে দ্বিগুণ যোগ কর, এবং ঐ যোগফলে শেষ ও মাঝের খণ্ড সমূহের মধ্যখণ্ডগুলির সমষ্টির চতুর্গুণ যোগ কর, পুনশ্চ এই যোগ ফলকে, কোন খণ্ড ও তাহার অব্যবহিত পরের মধ্যখণ্ডের সাধারণ দূরত্বের তৃতীয়াংশ দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল স্থির হয়।

উদাহরণ ১। যে খাতের ৩০ হাত অন্তর তিনটি ভিন্ন ভিন্ন স্থানের পরিমাণ যথাক্রমে ৪, ৩ ও ৫ হাত, এবং ঐ তিন স্থানের গভীরতা যথাক্রমে ৩, ২ ও ৪ হাত, আর ঐ তিনখণ্ডের তলস্থ বিস্তার ২ হাত, তাহার ঘনফল কত ?

\* খারীর দীর্ঘ প্রস্থ ও গভীর সকল দিকেই এক হাত থাকে।



এই প্রক্ষে, প্রত্যেক খণ্ডগুলি ট্রাপিজয়েড হওয়াতে ;

$$১ম খণ্ডের ক্ষেত্রফল = \frac{১}{২} (৪ + ২) \times ৩ = ৯,$$

$$২য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল = \frac{১}{২} (৩ + ২) \times ২ = ৫,$$

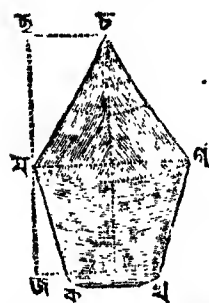
$$৩য় খণ্ডের ক্ষেত্রফল = \frac{১}{২} (৫ + ২) \times ৪ = ১৪,$$

$$১ম মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল = \frac{১}{২} \left( \frac{৪+৩}{২} + ২ \right) \times \frac{৩+২}{২} = ৬ \frac{১}{২},$$

$$২য় মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল = \frac{১}{২} \left( \frac{৩+২}{২} + ২ \right) \times \frac{২+৪}{২} = ৯;$$

$$\text{আর সাধারণ দূরত্ব} = ৩০ \div ২ = ১৫ \text{ হাত};$$

$$\therefore \text{সমুদায় খাতের ঘনফল} = \frac{১৫}{৩} \{ ৯ + ১৪ + ৪ ( ৬ \frac{১}{২} + ৯ ) + ২ \times ৫ \} = ৪৮২.৫ \text{ ঘনহাত}।$$



উদাহরণঃ ক খ গ চ ঘ  
একটা ঘাসের গাদা, উহার  
তলস্থ বৃত্ত ক খ-র পরিধি ৪০  
হাত, গ ঘ ছাইচের নিকটেব  
পরিধি ৬০ হাত, তলা হইতে  
ছাইচ পর্যন্ত ও ছাইচ হইতে  
চূড়া পর্যন্ত উভয়ের পরিমাণ

প্রত্যেকে ১৫ হাত, এইকণে ঐ গাদার ঘনফল কত ?

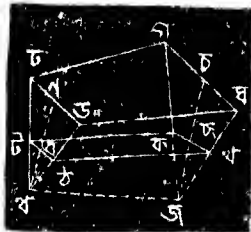
এই প্রক্ষে, ৩য় ভাগের ৭ম সম্পাদকের নিয়মামুতাবে  
ক খ খণ্ডের পরিমাণফল প্রায় ১২৮ হাত ; ঘ গ খণ্ডের  
পরিমাণফল প্রায় ১৮৮ হাত ; এবং চ চিহ্নিত খণ্ডের ক্ষেত্র-

কল শূন্য। ক খ ও গ ঘ খওঘয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডের পরিধি =  $\frac{1}{2} (80 + 60) = 70$ , এবং ঘ গ ও চ-র মধ্যবর্তী খণ্ডের পরিধি =  $\frac{1}{2} (60 + 0) = 30$ ; এই তেজ ক খ গ ঘ-র ঘনফল = প্রায় ২০০ হাত, ও ঘ গ চ-র ঘনফল = প্রায় ৭২ হাত।

∴ ঘাসের গাদার ঘনফল =

$$\frac{9\frac{1}{2}}{3} \{ 128 + 0 + 8 (200 + 72) + 2 \times 288 \} \\ = 8280 \text{ ঘন হাত।}$$

৩। মনেকর, ক খ গ ড ট ঠ লৌহবস্তুর এক খণ্ড, ইহার ক্রম গ ঘ ড ট, ক খ ঠ ট লৌহ বস্তুর পরাভলের সমান্তরাল। লৌহবস্তুর বিস্তার ক খ বা ট ঠ ৩ ফুট, দৈর্ঘ্য খ ঠ ১ চেইন বা ৬৬ ফুট, মস্তকের উন্নতি চ ট ও প ন যথাক্রমে ৮ ও ৬ ফুট, আর ঢাল  $1\frac{1}{2}$  ফুট : ১ ফুট। এইক্ষেত্রে এই লৌহবস্তুর খণ্ডের ঘনফল কত?



এই প্রক্ষেপে, গ ঘ =  $60 + 1\frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 78$ ,  
অতএব ক খ ঘ গ এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} (70 + 78) 8 = 296$ । এইক্ষেত্রে ট ঠ ড-র ক্ষেত্রফল =  $296$ । এইক্ষেত্রে মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, গড় উচ্চতা =  $\frac{8 + 6}{2} = 7$ , ও মস্তকের গড় বিস্তার =  $70 + 1\frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 81$ , ∴ মধ্যখণ্ডের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} (296 +$

(১)  $9 = 28 \cdot 35$  । অতএব ৪র্থ ভাগেব ৭য় সম্পাদ্য  
তার সমুদায় লৌহবর্গ খণ্ডের ক্ষেত্রফল =

(১)  $\{ 333 + 298 + 8 + 28 \cdot 35 \} = 18983$  ঘনফুট ।

৪। যে লৌহবর্গ খণ্ডের উচ্চতা ২ চেইন অতএব  
এইলে, ০, ১০, ৩০, ৪০, ও ০ ফুট, বস্ত্রের বিস্তার ৩০ ফুট,  
এবং চাল ৪ ফুট ১ ফুট হয়, তাহার ঘনফল কত ?  
উঃ। ১৪৯৬০০০ ঘনফুট

## ২৩ তি সম্পাদ্য ।

যাহার পরমাণু সমস্তের সন্নিবেশ নিবিড় সেই দ্রব্য  
অধিক ঘন। কোন নির্দিষ্ট পরিমিত স্থানের মধ্যে কোন  
কোন দ্রব্যের অধিক পরমাণু থাকিতে পারে, কাহারো  
ক অপেক্ষাকৃত কম থাকে। একটা বোতলের মধ্যে যত  
পানী থাকে, সেই বোতলের মধ্যে তত জল থাকিতে  
পারে না; আর জল যত থাকিতে পারে তৈল তাহা অপেক্ষা  
কম অল্প থাকে। অতএব, ইহা অনায়াসেই সিদ্ধান্ত  
করা যাইতে পারে যে, ঐ তিন দ্রব্যের মধ্যে পানী সর্বাপেক্ষা  
অধিক সাল্প, তাহার নীচে জল, তাহার নীচে  
তৈল। এক ঘন ইঞ্চি প্রমাণ স্বর্ণ যত ভারী, সেই প্রমাণ  
কম্বু তত ভারী নয়, এবং লৌহ তাত্র অপেক্ষাও অল্প  
ভারী। অতএব স্বর্ণের পরমাণু সমস্ত যত নিবিড় তাহা  
তেনন নয়, এবং লৌহে তাহা অপেক্ষাও অল্প। সুতরাং  
ঐ তিন পাত্রের মধ্যে, স্বর্ণ সর্বাপেক্ষা অধিক সাল্প, তাত্র  
সাল্পতায় দ্বিতীয়, এবং লৌহ তৃতীয়। কোন বস্তু অপেক্ষা  
কোন বস্তু ভারী, তাহা অবগত হইবার নিমিত্ত এক

স্বকর নিয়ম নির্ধারিত হইয়াছে । ৪০ তাপাংশ প্রমাণ  
নির্মাল জলের প্রত্যেক ঘনফুট ওজন করিলে ডাক্তরি মাপের  
১০০০ আউন্স হয়, সুতরাং অন্য বস্তু প্রত্যেক ঘনফুট  
১০০০ আউন্স অপেক্ষা যত গুণ ভারী হয়, তাহা তত  
হাজার অঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা যায় । নিম্নে ৪০ তাপাংশ  
প্রমাণ নির্মাল জলের এক ঘনফুট ১০০০ অঙ্কদ্বারা নির্দেশ  
করিয়া, অন্যান্য দ্রব্যকে তাহাদের গুরুত্ব ও লঘুত্বের মূলা-  
ধিকা অমুগারে তদমুরূপ অঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা গিয়াছে ।

প্লাটিনম	২১৪৭০	খড়ী	২২৫২ । ২৬৫৭
স্বর্ণ	১৯২৬০	বেলে মৃত্তিকা	১৯৮৪
পারদ	১৩৬০০	গজদন্ত	১৮২৬
সীসক	১১৩৫২	বারদ	১৭৪৫
রৌপ্য	১০৪৭০	বালি	১৫২০
তাম্র	৯০০০	পাথুরেকয়ল	১০২০ । ১৩০০
ঢালাপিতল	৮৪০০	তার	১১৫০
ইস্পাত	৭৮৫০	বুককাঠ	১০৩০
লৌহ	৭৭০০	সমুদ্রের জল	১০৩০
ঢালালৌহ	৭০৬৫	নির্মালজল	১০০০
টিন	৭৩২০	মেহগনি কাঠ	১০৬৫
গ্রানাইট প্রস্তর	৩২৫০	ওক ঐ	৯৩৪
কাচ	৩০০০	বিচ ঐ	৬৯০
শ্বেত প্রস্তর	২৭০০	ফার ঐ	৫৫৩
মৃত্তিকা	২১৬০	হুপি	২৪০
ইকৈক	২০০০	বাঘ	১-২

১। এক খণ্ড খেত প্রস্থের ১২ ফিট দৈর্ঘ্য, ৩ ফিট প্রস্থ, এবং ১ ফুট উচ্চ, তাহা ওজনে কত ?

এখানে প্রস্থের ঘনফল =  $১২ \times ৩ \times ১২ = ৫৪$  ঘনফুট। প্রস্থের প্রতি ঘনফুট ওজনে ২৭০০ আউন্স হইলে সমুদায় প্রস্থের ওজন =  $৫৪$  ঘনফুট =  $৫৪ \times ২৭০০$  আউন্স = ১১১২. ৫ পাউণ্ড।

২। এক খানি ফার কাঠের কড়ির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ যথাক্রমে ২০ ফুট, ৩ ইঞ্চি, ও ২ ইঞ্চি, তাহা ওজনে কত ?

উঃ। ১২২. ৬ পাউণ্ড।

৩। যে সীমকের নল ৬ ইঞ্চি পুরু, ও বাহার ভিতরের দ্বিগুণের ব্যাস ২ ইঞ্চি, তাহার এক ফুট ওজনে কত হইবে ?

উঃ। ৮. ৭ পাউণ্ড

৪। যে ঢালা লোহ ১ ইঞ্চি পুরু, ও বাহার ভিতরের দ্বিগুণের ব্যাস ৬ ইঞ্চি, তাহার এক ফুটের ওজন কত ?

উঃ। ৬৭. ৪৫ পাউণ্ড।

৫। এক খণ্ড বিচ কাঠ ওজনে ৩০০ পাউণ্ড হইলে তাহার ঘনফল কত হইবে ?

এক ঘনফুট বিচ কাঠের ওজন = ৬২০ আউন্স।

উক্ত কাঠখণ্ডের ঘনফুটের সংখ্যা =  $৩০০ \times ১৬ \div ৬২০ =$  প্রায় ৭ ঘনফুট।

৬। যে লৌহ খণ্ডের ওজন ১ টন, তাহাতে কত ঘনফুট লৌহ আছে।

উঃ। ৪. ৬৫৫।

৭। যে পয়নালা দৈর্ঘ্য, প্রস্থ, ও বেধ যথাক্রমে ৯০. ০, ও ২ ফুট, তাহা খনন করিতে কত গাড়ী স্তম্ভিক



উঠিয়াছে ? মনেকর প্রত্যেক গাড়ীতে ১৬ টন মৃত্তিকা  
ধরিতে পারে। উঃ। ২৬.০৩।

৮। যে ঘোড়া ১৬ টন বোঝাই লইয়া যাইতে পারে,  
সে কত ঘনফুট ওক কাঠ লইয়া যাইতে পারিবে ?  
উঃ। ৫৭.৫৫।

### নানাবিষয়িণী উদাহরণমালা ।

১। প্রতি ফুটের মূল্য ১৬ পেন্স হইলে, যে তক্তার  
দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও গড় বিস্তার ১১ ইঞ্চি, তাহার  
দাম কত ? উঃ। ১ সিলিং ৫ পেন্স।

২। প্রতি ফুটের মূল্য ২৬ পেন্স হইলে, যে তক্তার  
দৈর্ঘ্য ১২ ফুট ৯ ইঞ্চি, এবং প্রস্থ ১ ফুট ৩ ইঞ্চি, তাহার  
মূল্য কত ? উঃ। ৩ সিলিং ৩ পেন্স।

তক্তা অসরল হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে, গড় বিস্তার পরি-  
মাণ দ্বারা গুণ করিলে ফলি হইবে।

৩। যে কড়ি কাঠের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি, মোটা  
ও সরু দিকের বিস্তার যথাক্রমে ১ ফুট ৬ ইঞ্চি ও ১ ফুট  
৩ ইঞ্চি, তাহার ঘনফল কত ? উঃ। ২৮.৬১৭১৮৭৫ ফুট।

৪। যে কড়ি কাঠের দৈর্ঘ্য ২৪ ১/২ ফুট, এবং গড় বিস্তার  
ও বেধ প্রত্যেক ১.০৪ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?  
উঃ। ২৬ ১/২ ফুট।

• কড়ি কাঠের প্রস্থ ও বেধ অসরল হইলে, গড় বিস্তার,  
গড় বেধ পরস্পর গুণ করিয়া, গুণফলকে পূর্বস্থ দৈর্ঘ্যপরিমাণ  
দ্বারা গুণ করিলে ঘনফল হইবে।

১। যে ব্যাকব শুঁড় দীর্ঘে ৩২ ফুট, ও কাল বাহুর পরিধির পরিমাণ ৫ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

২। খানে গড় পরিধির চতুর্থাংশের বর্গ =  $1\frac{1}{2}$  = ১.৫

৩। ঘনফল =  $3\frac{1}{2} \times 3 = 10\frac{1}{2}$  ঘ. ফুট,

৪। যে ব্যাকব শুঁড়ের দৈর্ঘ্য = ৩ ফুট, এবং যে টা ৮ ফুট দৈর্ঘের পরিধি যথাক্রমে ১৪ ও ২ ফুট, তাহার ঘনফল কত ?

উঃ : ১৮ ফুট

৫। ব্যাকব শুঁড়ের ব্যাসের মের সাগর পরিধির চতুর্থ অংশের দৈর্ঘ্যের পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, ঘনফল দিষ্ট হয়।

৬। যদি তিনজন মিস্ত্রী ও দুই জন মজুরে ১২ বগলকর্ম সমিত স্থানে পাথর বসাইতে পারে। আর মিস্ত্রী ৪ জন মিস্ত্রী ও মজুরের বোঝা মিস্ত্রী ২ জন, তাহা হইলে এক বগলকর্ম স্থানে পাথর বসাইতে কত দিন লাগবে ?

৭। কল লোকের প্রতিদিক বায় = ১৮ মি.লি.

৮। বর্গ গজ পাথর বসাইবার বায় = ১৮ মি.লি.

৯। বর্গ গজের বায় =  $3\frac{1}{2}$  = ৩ মিঃ ৬ পেঃ।

১০। পাথর বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব বর্গ গজ বা বর্গ ফুট পরাইয়া থাকে।

১১। যদি প্রতিগজ রজ কবিত্তে ১৮ বায় হয়, তাহা হইলে যে স্থানে উচ্চতা, দৈর্ঘ্য, ও বিস্তার যথাক্রমে ১৬ ফুট উচ্চ, ১১ ফুট ৪ ইঞ্চি, ও ২০ ফিট, সেই স্থানের ভিত্তি ও মের রজ কবিত্তে কত খরচ হইবে ? উঃ : ৪০৫০ টাকা।

১২। ব্যাকব শুঁড় বর্গ গজ পরাইয়া থাকে।

৯। প্রতি বর্গ গজে যদি ১০ মজুরি লয়, তবে যে দেওয়ালের পরিমাণ ১৮ই  $\times$  ১২ই ফুট, তাহা রক্ষ করিতে কত ব্যয় হইবে? উঃ। ২৮৮/৫।

১০। একটি তিনতলা বাড়ির এক দিকে প্রতিতলে তিনটী করিয়া জানালা আছে, ইহাদের বিস্তার ৩ ফুট ১১ ইঞ্চি, প্রথম তলের জানালার দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ১০ ইঞ্চি, দ্বিতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৬ ফুট ৮ ইঞ্চি, ও তৃতীয় তলের দৈর্ঘ্য ৫ ফুট ৪ ইঞ্চি। এইক্ষেত্রে যদি প্রতি বর্গফুট কাচ বসাইতে ১৪ পেন্স খরচ হয়, তাহা হইলে এক্ষেত্রে জানালার কাচ বসাইতে কত ব্যয় হইবে?

উঃ। ১৩ পাউণ্ড ১১ নিলি ১০ই পেন্স।

কাচ বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব ফুট, ইঞ্চি বা সংখ্যার হিসাবে ধরা হইয়া থাকে।

১১। প্রত্যেক বর্গ গজে ৮০ আনা খরচ হইলে, ২৫ ফুট ৬ ইঞ্চি দীর্ঘ, ও ১২ ফুট প্রস্থ, একটি ঘরের মেঝেতে পাথর বসাইতে কত খরচ পড়িবে?

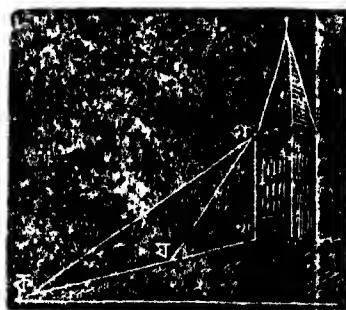
উঃ। ২৫।০ টাকা

১২। প্রতি বর্গ গজে ৪।০ টাকা মজুরি হইলে, যে ঘরের দৈর্ঘ্য ২৩ই ফুট, ও প্রস্থ ২০ ফুট, তাহাতে পাথর বসাইতে কত ব্যয় হইবে? উঃ। ২২৫ টাকা।

পাথর বসাইবার মিস্ত্রীর হিসাব বর্গগজে ধরা হইয়া থাকে।

১৩। যদি প্রতি বর্গ গজে ৮০ আনা ব্যয় হয়, তবে ৫ ফুট দীর্ঘ, ও ৪৭ ফুট প্রস্থ, একটি বাস্তায় খোঁয়াদিত ২৩ খরচ পড়িবে?

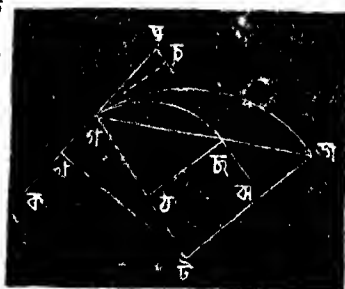
উঃ। ৫।৭০ টাকা।



১৪। খ গ একদৈ  
পর্ষতোপরি এক  
কীর্তিস্তম্ভ, উহার উ-  
চ্চতা নিরূপণ করিতে  
হইবে। জরীপ আমিন,  
ননে কর. থ হইতে খ  
পর্যন্ত ৫০ ফুট পরি-

মাণ করিয়াছে, এবং খ হইতে ক ৭৫ ফুট পরিমাণ করি-  
য়াছে, এবং কোনমান যজ্ঞ দ্বারা গ খ গ কোণ ও গ ক খ  
কোণ যথাক্রমে  $81^\circ$  ও  $28^\circ$  পরিমাণ করিয়াছে। এইক্ষণে  
“ কীর্তিস্তম্ভের উচ্চতা কত? ” উঃ। ৭৬ ফুট।

১৫। ক গ ও ঝ ছ  
এই দিক দিয়া লৌহ-  
পঙ্খ গিয়াছে, এইক্ষণে  
এই দুইটি দিক অনন-  
তর কুটিল রেখার  
দ্বারা সংযুক্ত করিতে  
হইবে।



১৬। তিনটি বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্বপরিমাণ যথাক্রমে  
৬, ৮, ও ২৩ ফুট, ইত্যাদের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির তুল্য  
ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পার্শ্বপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ২৬ ফুট।

১৭। যে বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭২ বর্গ ফুট, তাহার  
৭২ রেখার পরিমাণ কত? ” উঃ। ১০ ফুট।

১৮। “আট হস্ত বর্গ” ও “৮ বর্গ হস্ত” উহাদের অর্থ কত? উঃ। ৫৬ বর্গ হাত।

১৯। ১২ হাত উচ্চ দেওয়ালের নীচে এক নর্দমা আছে, উহার বিস্তৃতি ৯ হাত, নর্দমা ছাড়িয়া কত হাত দূরে মই ফেলিলে উহার ঠিক মাথার উপরে পড়িবে? উঃ। ১৫ হাত।

২০। যে অশ্বত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৬ ফুট, ও প্রস্থ ২৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফলের সমান ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য কত? উঃ। ৩০ ফুট।

২১। একটি সমচতুর্কোণ বাহুর পৃথক ৯৬ বর্গ ফুট হইলে, উহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ৪ ফুট।

২২। যে ঢাকা ৫ মাইল পথ যাইতে ২০০০ বাংলা আবর্জনা করে, তাহার বাস কত? উঃ। ৪.২০১ ফুট।

২৩। একটি ১০ অঙ্গুলি পরিমিত কাটি ভূমিতে ঠিক মেন্জা ভাবে প্রোথিত করা গেল, উহার ৬ অঙ্গুলি মুক্তিকার মধ্যে থাকিল, বেলা একটার সময় উহার অর্ধ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল, এইক্ষণে যে ইষ্টকালয়ের ছায়া ঐ সময়ে ৫ হাত হইয়াছিল তাহার উচ্চতা কত? উঃ। ৪০ হাত।

২৪। একটি চোলের ব্যাস ৫ ফুট, এই চোঙ্গী কত গভীর হইলে ৮০ গেলন জল ধরিতে পারে? অনেকর প্রতি গেলনে ২৭৭.২৭৫ ঘন ইঞ্চি জল ধরে। উঃ। ৭.৮৩৫ ইঞ্চি।

২৫। যে ঘড়ভূজের কালি ১৪ বর্গ ফুট, তাহার পার্শ্ব পরিমাণ কত? উঃ। ২.৩২.১২ ফুট।

১৬। যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৩৯.২৭ বর্গ ফুট, তাহার  
বাহিরে এবং ভিতরে অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের  
অন্তর কত? উঃ। ২৫ বর্গ ফুট।

২৭। যে বৃত্তের ব্যাস ৪ ফুট, তাহার ভিতরে অঙ্কিত  
সমবাহু ত্রিভুজের বাহুব পরিমাণ কত? উঃ। ৩.৪৬৪ ফুট।

২৮। একটি ট্র্যাপিজয়েড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ ফুট,  
এবং তাহার দুইটি সমান্তরাল বাহুর পরিমাণ যথাক্রমে  
৩ ও ৮ ফুট, এই দুইটি বাহুর অন্তর কত? উঃ। ৪ ফুট।

২৯। যদি পৃথিবীর ব্যাস ৮০০০ মাইল হয়, এবং ইহার  
অভ্যন্তরে ৫ মাইলের পর সমুদায় পদার্থ তরল হয়, তাহা  
ইলে পৃথিবীর কত অংশ দৃঢ় পদার্থে পূর্ণ আছে?

উঃ। প্রায় দুই।

৩০। এক ঘন হস্ত পরিমিত স্থানে যদি ১২ মণ জল  
ধরে, তবে যে ঘন পাণ্ডের অভ্যন্তরে এক পাণ্ডের পরিমাণ  
কত? উঃ। ৬ অঃ, তাহাতে কত জল ধরিলে?

উঃ। মণ ১৮/২।

৩১। এক বৃত্তাকার ছুর্গের চতুষ্পাশে ১৫ গজ বিস্তৃত  
কেট খাত আছে, এখন ছুর্গের পরিমাপ পরিমাণ ৭০৪ গজ  
হইলে, ঐ খাতের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। প্রায় ২ একর।

৩২। যে ক্ষেত্রের বর্গফল ১৪ বর্গ হস্ত ৩৬ বর্গ  
অঙ্গুলি, তাহার ঘনফল ১০ ঘন হস্ত ৭৫৬০ ঘন অঙ্গুলি  
হইলে, উচ্চতার পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৮ অঙ্গুলি।

৩৩। যে গোল টেবিলের ব্যাস ৫৯ ইঞ্চ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। প্রায় ১৯ বর্গ ফুট।

৩৪। ৩ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট একটি সীসের গোলা হইতে ৪ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট কয়টা ছিটা প্রস্তুত হইতে পারে?

উঃ। ১৭২৮।

৩৫। যে ঘূহের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও উচ্চতা যথাক্রমে ৩৬ ফুট, ২৪ ফুট, ও ২০ ফুট, সেই ঘর যুড়িতে কত বর্গ গজ যথমূল লাগিবে? ঘরের মধ্যে একটি জানালা আছে, তাহার দৈর্ঘ্য ৬ ফুট ও বিস্তার ৫ই ফুট, ও দুইটি দ্বার আছে তাহাদের উভয়ের পরিমাণ (৭ই × ৩ই) ফুট।

উঃ। ২৫৬৪ বর্গ গজ।

৩৬। যে সমাধিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ৫ ফুট ১০ ইঞ্চ, এবং প্রত্যেক বাহু ৮ই ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৩ বর্গ ফুট ৪১ই ইঞ্চ

৩৭। ইঞ্চ = ১ মাইল স্কেলে ৪ বর্গ ফুট ৪ বর্গ ইঞ্চ এক খানি কাগজে কোন গ্রামের মানচিত্র অঙ্কিত হইল। ঐ গ্রামের বর্গ পরিমাণ কত বিঘা?

উঃ। ১১২২৮৮০/০ বিঘা।

৩৮। যে প্রাচীরের দৈর্ঘ্য ২০ গজ, প্রস্থ ৭ই ফুট, ও ভিত বা বেধ ১৪ ইঞ্চ, সেই প্রাচীর গাঁথিতে ৯ ইঞ্চ দীর্ঘ ৩ই ইঞ্চ প্রস্থ, ও ২ই ইঞ্চ বেধের কত ইটক লাগিবে?

উঃ। ১১৫০০।

৩৯। ৪০ হাত ব্যাস বিশিষ্ট একটি গোলাকার ভূগর্ভে চতুর্দিকে, ১০ হাত প্রস্থ ২ হাত গভীর, একটি গড়খাই

খনন করা হইল। যদি ঐ গড় খাইয়ের দুইদিকের ঢালের  
চতুর্পাতি ১৫ঃ ১ হয়, তাহা হইলে ঐ গড়ের চতুর্দিক  
কত ঘন হাত মৃত্তিকা খনন করা হইল?

উঃ। ২১৯৯.১২ ঘন হাত

৪০। যে চৌবাচ্চা দৈর্ঘ্যে ২৪ ফুট ৮ ইঞ্চি, প্রস্থে ১০  
ফুট ১ ইঞ্চি, তাহা হইতে কত ঘন ফুট জল বাহির করিবে।  
হিলে সমস্ত চৌবাচ্চায় ১ ফুট জল কমিয়া যাইবে।

উঃ। ৩১৪৫ ঘন ফুট।

৪১। একটি বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব পরিমাণ ৫০ গজ,  
চতুর্পাতি অন্য ভূজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ২০৭১ বর্গ গজ।

৪২। যে চতুষ্কোণ গর্ভে দীর্ঘে ১০ঃ হাত, প্রস্থে ৩  
৮ঃ ১৮ অঙ্গুলি, ও গভীরে ৩ঃ ৩ হাত হাতে যত জল  
দরে, আর একটি গর্ভেও তত জল দরে, যেসমস্ত গর্ভট  
দৈর্ঘ্যে ১১ঃ হাত প্রস্থে ৪ঃ হাত, স্থির কর উক্ত  
গভীরত: কত?

উঃ। ২ঃ হাত

৪৩। যে রক্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ বাস ১৮ ফুট ও  
লঘিষ্ঠ বাস ৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১১৩.০৯৭৬ বর্গ ফুট।

৪৪। যে চতুষ্কোণ গর্ভে ১৭২৮ ঘন ফুট জল, তাহাতে কত  
ফুট দড়া নাখাইলে মাটি পাওয়া যাইবে? উঃ। ১০ ফুট।

৪৫। যে বর্গ ক্ষেত্র এবং ষড় ভূজের প্রত্যেক  
পরিমিতি ৮০ হাত, তাহাদের ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৪০০ এবং ৪৬১.৮৮



৪৬। যে বৃত্ত এবং বর্গ ক্ষেত্রের পরিমিতি প্রত্যেকে  
২০ হাত, তাহাদের ক্ষেত্রফল কত ?

উঃ। ৩১.৮৩ এবং ২৫।

৪৭। যে চৌপহলের উচ্চতা ৪১ ফুট, এবং ভূমির এক  
পাশের পরিমাণ ১.২৫ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

উঃ। ৬৮.০৬২ ঘন ফুট।

৪৮। যে স্তম্ভের উচ্চতা ২ ফুট ৬ ইঞ্চি, ও ব্যাস  
৩ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

উঃ। ৩১.৪১ ঘনফুট।

৪৯। যে সূচীর ভল্লম্ব ক্ষেত্র ৪ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট  
বৃত্ত, এবং উচ্চতা ৯ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

উঃ। ৩৭.৬৯৯ ঘন ফুট।

৫০। যে আয়তাকার কাজলার ভূমির পাশদ্বয়ের  
পরিমাণ ১০ ও ৭ হাত, এবং উচ্চতা ৮ হাত, তাহার পৃষ্ঠ  
ফল কত ?

উঃ। ২০০ বর্গ হাত।

৫১। প্রমাণ কর যে, কোন বর্তুলের ঘন পরিমাণ  
তাহার বহির্বেষ্টিত স্তম্ভের দুই তৃতীয়াংশ।

৫২। এক ভূমির উপর সমান উচ্চ করিয়া একটা স্তম্ভ,  
সূচী ও বর্তুলার্দ্ধ অঙ্কিত হইল। সূচী ও বর্তুলার্দ্ধের  
সমষ্টি ও স্তম্ভে কত অন্তর ?

উঃ। ০।

৫৩। চক্রের ব্যাস ২১৮০ মাইল হইলে তাহার  
ঘনফল কত হইবে ? উঃ। ৫৪২৪৬১৭৪৭৫ ঘন মাইল।

৫৪। যে গোলার পরিধি ১৫.৭০৮ ইঞ্চি, তাহার  
পৃষ্ঠফল কত হইবে ? উঃ। ৭৮.৫৪ বর্গ ইঞ্চি

## তৃতীয় ভাগ ।

ভূমি পরিমাণ ।

ভূমি মাপিবার ধারা ।

২৭৬ বর্গ অঙ্গুলিতে	..	১ হাত
৫ বর্গ হাতে	..	১ কাঁচা
২০ বর্গ হাতে বা ৪ কাঁচায়	...	১ ছটাক / ০
৫ ছটাকে, ৮০ বর্গ হাতে বা ৫ বর্গ কাঠায়	} ..	১ পোয়া। ০
৪ পোয়াতে,	}	.. ১ কাঠা / ১
১৬ ছটাকে অথবা		
৩২০ হাতে		
২০ বর্গ কাঠায় অথবা	}	.. ১ বিঘা ১ / ০
৬৪০০ বর্গ হাতে		
৩২৪ ইঞ্চিতে	..	১ বর্গ হাত
১৪৪ বর্গ ইঞ্চি	..	১ বর্গ ফুট
৯ বর্গ ফুটে	...	১ বর্গ গজ
৪৮৩০ বর্গ গজে	..	১ একর
৬৪০ একরে	..	১ বর্গ মাইল
১৪৪০০ বর্গ ফুটে	...	১ একবিঘা
১৬০০ বর্গ গজ বা	}	= ৬৪০০ বর্গহস্ত = ১ / বিঘা
১৪৪০০ বর্গ ফুট		

## ক্ষেত্রব্যবহার ।

$$৭২০ \text{ বর্গফুট} = ৩২০ \text{ বর্গহস্ত} = ১/১ \text{ কাঠা}$$

$$৪৫ \text{ ঐ} = ২০ \text{ ঐ} = ১/০ \text{ ছটা}$$

বর্গ গজের নিয়ম এই যে, তিন ফুটে চলিত যে গজ তাহার বর্গ হইলে অর্থাৎ দীর্ঘ প্রস্থে পূরণ করিলে (৩×৩= ৯ ফুট) এক বর্গ গজ = ৯ বর্গ হস্ত ।

অতএব ১৬০০ বর্গ গজ × ৯ = ১৪৪০০ বর্গফুট ।  
আর ফি বিঘাতে ৮০ হস্ত × ৮০ হস্ত = ৬৪০০ বর্গ হস্ত ।

ফি হস্তে ১৥০ দেড় ফুট, এই জন্য ৮০ হস্ত × ১৥০ ফুট = ১২০ ফুট । আর ১২০ × ১২০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুটে ৬৪০০ বর্গ হস্ত হইল ।

২১০ সওয়া দুই বর্গ ফুটে এক বর্গ হস্ত হয়, কারণ ১৥০ × ১৥০ = ২১০ সওয়া দুই । বর্গ ফুটকে বর্গ হস্ত করিতে হইলে যত ফুট থাকিবে তাহাকে চতুর্গুণ করিয়া ৯ দিয়া ভাগ করিতে হয় ; এবং বর্গ হস্তকে ২১০ সওয়া দুই গুণ করিলে বর্গ ফুট নির্ণয় হয় । যেমন, ১ বিঘা অথবা ৬৪০০ বর্গ হস্ত × ২১০ = ১৪৪০০ বর্গ ফুট । এবং ১৪৪০০ বর্গ ফুট × ৪ = ৫৭৬০০, ৫৭৬০০ ÷ ৯ = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১/০ বিঘা ।

১ উদাহরণ। ইংরাজী ১ একর ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরিবর্তিত কর ।

১ একর = ৪৩৫৬০ বর্গ ফুট ; ইহাকে ১৪৪০০ ভাগ করিলে = ৩ ১৪৬৪০ হয় । ৩৬০ বর্গফুট = অর্দ্ধ কাঠা ।  
∴ এক একর = ৩/০ বিঘা ৥০ কাঠা ।

## ভূমি পরিমাণ। ২১৩

২। ইংরাজী ১ এক রুড ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরি-  
বর্তিত কর।

এক রুড = ১০৮৯০ বর্গ ফুট,  $১০৮৯০ \times ৪ \div ৯ =$   
৪৮৪০ বর্গ হস্ত।  $৪৮৪০ \div ৩২০ = ১৫$  কাঠা + ৪০  
বর্গশিষ্ট। ৪০ বর্গ হস্ত = ১০ ছটাক।

∴ এক রুড = ১৫ কাঠা ১০ ছটাক।

৩। ইংরাজী ১ পোল ভূমি বঙ্গদেশীয় কাঠাতে পরি-  
বর্তিত কর।

এক পোল = ২৭২৪ বর্গ ফুট,  $২৭২৪ \times ৪ \div ৯ =$   
১২১ বর্গ হস্ত।  $১২১ \div ২০ = ৬$  কাঠা ১ বর্গ হস্ত।

৪। ইংরাজী ১২৩ একর, ২ রুড ৩৭ পোল ৩ গজে  
বঙ্গদেশীয় কত ভূমি হইবে?

উঃ। ৩৭৪ বিঘা ১০ কাঠা ১০ ছটাক ৯ হস্ত।

৫। বঙ্গদেশীয় ১০ বিঘা ভূমি ইংরাজী একরে পরি-  
বর্তিত করিলে কত ভূমি হইবে?

১ বিঘা = ৬৪০০ বর্গ হস্ত = ১৪৪০০ বর্গ ফুট। অতঃ-  
এবং ১৪৪০০ বর্গ ফুট ইংরাজী বর্গ পরিমাণের মাপের  
মতে = ১ রুড ১২ পোল ২৭ গজ।

৬। বঙ্গদেশীয় ১৭ বিঘা ১৪ কাঠা ১০ ছটাকে ইংরাজী  
কত ভূমি হইবে!

উঃ। ৫ একর ৩ রুড ৩ পোল ২৪ গজ ২৪ ফুট।

গণতের চেনের দ্বারা ভূমির মাপ হয়। ঐ চেন ৪  
পোল, কিম্বা ২২ গজ, অথবা ৬৬ ফুট দীর্ঘ; এবং ১০০  
ফুটে বিভাজিত হওয়াতে প্রতি লিঙ্কের পরিমাণ

৭ ১/২ ইঞ্চি। ১ বর্গ চেইন প্রতি ৪৮৪ বর্গ গজ অথবা এক একরের দশাংশের একাংশ থাকে। এই মতে দশ বর্গ চেইনের কাত ৪৮৪০ বর্গ গজে এক একর হয়।

বঙ্গদেশীয় মাপ ইংরাজী মাপে পরিবর্তিত							
বিঘা	কাঠা		একর	রুড	পোল	গজ	ফুট
১	১ কাঠা	=			২	১২	৪
২	২ কাঠা	=			৪	৮	৬
৩	৩ কাঠা	=			৬	২৮	২
৪	৪ কাঠা	=			৮	১৭	৪
৫	৫ কাঠা	=			১০	৬	৬
৬	৬ কাঠা	=			১৩	১৩	৮
৭	৭ কাঠা	=			১৬	১৩	৮
৮	৮ কাঠা	=			১৯	২৭	১১
৯	৯ কাঠা	=			২২	২৭	১১
১০	১০ কাঠা	=			২৫	২৭	১১
১১	১১ কাঠা	=			২৮	২৭	১১
১২	১২ কাঠা	=			৩১	২৭	১১
১৩	১৩ কাঠা	=			৩৪	২৭	১১
১৪	১৪ কাঠা	=			৩৭	২৭	১১
১৫	১৫ কাঠা	=			৪০	২৭	১১
১৬	১৬ কাঠা	=			৪৩	২৭	১১
১৭	১৭ কাঠা	=			৪৬	২৭	১১
১৮	১৮ কাঠা	=			৪৯	২৭	১১
১৯	১৯ কাঠা	=			৫২	২৭	১১
২০	২০ কাঠা	=			৫৫	২৭	১১
২১	২১ কাঠা	=			৫৮	২৭	১১
২২	২২ কাঠা	=			৬১	২৭	১১
২৩	২৩ কাঠা	=			৬৪	২৭	১১
২৪	২৪ কাঠা	=			৬৭	২৭	১১
২৫	২৫ কাঠা	=			৭০	২৭	১১
২৬	২৬ কাঠা	=			৭৩	২৭	১১
২৭	২৭ কাঠা	=			৭৬	২৭	১১
২৮	২৮ কাঠা	=			৭৯	২৭	১১
২৯	২৯ কাঠা	=			৮২	২৭	১১
৩০	৩০ কাঠা	=			৮৫	২৭	১১

১ম সম্পাদ্য।

সমচতুর্ভুজ, আয়ত, রম্বস ও বর্ষৈড ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল  
নিরূপণ করিবার নিয়ম।

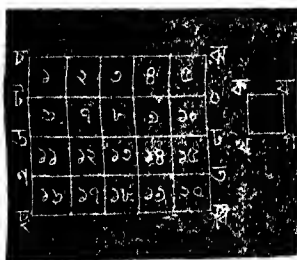
১ম নিয়ম। ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ হইলে তাহার বাহুর  
পরিমাণকে বর্গ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

২য়। ক্ষেত্র রম্বস হইলে ভূজ পরিমাণকে লম্বপরিমাণ  
দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৩য়। ক্ষেত্র আয়ত হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণকে প্রস্থ-  
পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

৪র্থ। ক্ষেত্র বর্ষৈড হইলে তাহার দীর্ঘ ভূজের  
সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপরি লম্বপাত করিয়া, সেই  
ভূজ ও লম্বের পরিমাণকে পরস্পর গুণ করিলে ক্ষেত্রফল  
স্থির হয়।

যে ক্ষেত্র বা ভূমির দৈর্ঘ্য  
১ হস্ত ও বিস্তার ১ হস্ত  
তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গহস্ত,  
অথবা তাহার কালি ১ হাত  
কহা যায়। ঐরূপ, যে ক্ষেত্র  
বা ভূমির দৈর্ঘ্য ১ অঙ্গুলি  
ও বিস্তার ১ অঙ্গুলি হইবে তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি  
হয়। যদি ক খ ও ক ঘ উভয় রেখার পরিমাণ ১ অঙ্গুলি  
করিয়া হয় তাহা হইলে ক খ গ ঘ চিহ্নিত ক্ষেত্রটির  
ক্ষেত্রফল ১ বর্গ অঙ্গুলি হইবে; চ ছ জ বা চিহ্নিত



ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ অঙ্গুলি ও বিস্তার ৪ অঙ্গুলি হইলে স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে, উহার ক্ষেত্রফল ২০ বর্গ অঙ্গুলি হইবে; কারণ উহাকে ক খ গ ঘ চিহ্নে ক্ষেত্রের সমান ২০টি ক্ষেত্রে বিভাগ করা যাইতে পারে। অতএব, স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, সমচতুর্ভুজ বা আয়ত ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিতে হয়।

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও ক্ষেত্রফল দ, ব ও ক অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করিলে সূত্রত্রয় এইরূপে লেখা যাইতে পারে। যথা,

$$ক = দ \times ব, \quad দ = \frac{ক}{ব}, \quad \text{এবং} \quad ব = \frac{ক}{দ}$$

উদাহরণ ১। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ও বিস্তার ৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে প্রথম সূত্রানুসারে  $৭ \times ৪ = ২৮$  বর্গ ফুট = ক্ষেত্রফল  
২। যে সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ভুজ ১৮ ইঞ্চি তাহার ক্ষেত্রফল কত?

$$\begin{array}{r} ১৮ \\ ১৮ \\ \hline ১২ \overline{) ২৩৪} \\ \underline{২৪} \\ ২৭ \end{array}$$

ক্ষেত্রফল =  $২\frac{১}{২}$  বর্গফুট।

৩। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭ ফুট ৮ ইঞ্চি ও বিস্তার ৩ ফুট ১০ ইঞ্চি, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৭ ফুট ৮ ইঞ্চি

৩      ১০

২৩      ০

৬      ৪      ৮ অংশ

২২      ৪      ৮

কোন ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ মিশ্রাংশের দ্বারা প্রকাশিত হইলে, সেই রাশিদ্বয়কে বৈখিক হাতে আনিয়া পরস্পর গুণ কর, গুণফল যত বর্গ হাত হইবে তত গণ্ডা ধরিয়া পরিবর্তিত কর, করিলে যত পণ তত ছটাক, যত চোক তত পোয়া, যত কাহন তত কাঠা কালি হইবে; পরে কাঠাকে বিঘায় আনিলেই হইবে। যদি দৈর্ঘ্য বা প্রস্থ বা উভয়েতেই ছটাক থাকে তাহা হইলে উভয়কেই ছটাকে আনিয়া গুণ কর, গুণফল যত বর্গ ছটাক হইবে তত কাক কালি ধরিয়া কড়ায় পরে গণ্ডায় আন, তৎপরে গণ্ডার সংখ্যাকে পূর্ববৎ পরিবর্তিত কর।

৪। যে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১১২ ও বিস্তার ১১০, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

এখানে, ক্ষেত্রফল =  $১১২ \times ১১০ = ১২৮$  হাত  $\times$   $১২০ = ১৫৩৬০$  বর্গ হস্ত =  $৪৮$  কাহন =  $৪৮$  কাঠা =  $২।৩$ ; কিম্বা  $১৫৩৬০$  বর্গহাত =  $১৫৩৬০$  গণ্ডা কালি; এখন  $১৫৩৬০$  গণ্ডাকে পণ, চোক, কাহনে আনিলেই হইবে। অথবা,  $৬৪০০$  বর্গ হাতে ১ বিঘা,  $৩২০$  বর্গ



হাতে ১ কাঠা, ৮০ বর্গ হাতে ১ গোয়া, এবং ২০ বর্গ হাতে ১ ছটাক ; অতএব ১৫৩৬০ কে ৬৪০০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল বিঘা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে, পরে ভাগশেষকে ৩২০ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল কাঠা এবং ভাগশেষ বর্গ হাত হইবে, ইত্যাদি। যথা—

$$\begin{array}{r}
 ২০) ১৫৩৬০ \text{ গণ্ডা} \quad \text{অথবা } ৬৪০০) ১৫৩৬০ (২ \text{ বিঘা} \\
 \hline
 \phantom{২০) ১৫৩৬০} ১২৮০০ \\
 \hline
 ৪) ৭৬৮ \text{ পণ} \dots \text{ গঃ} \quad \hline
 \hline
 \phantom{২০) ১৫৩৬০} ৩২০) ২৫৬০) ৮ \text{ কাঠা} \\
 ৪) ১৯২ \text{ চোক} \dots \text{ পঃ} \quad \phantom{৩২০) ২৫৬০} ২৫৬০ \\
 \hline
 ২০) ৪৮ \text{ কাহন} \dots \text{ চোঃ} \\
 \hline
 \phantom{২০) ৪৮} ২ \text{ বিঘা} \dots ৮ \text{ কাহঃ}
 \end{array}$$

অতএব উক্তর বিঃ ২। ৩ অর্থাৎ ২ বিঘা ৮ কাঠা।

ভূমির এত হাত দৈর্ঘ্য এত হাত বিস্তার কত কালি হইবে প্রশ্ন হইলে, যে কেবল বর্গহস্ত দ্বারা কালি নির্দেশ করিতে হয় এমন নহে বিঘা, কাঠা, ছটাক দ্বারা কালি নির্দেশ করাই রীতি। এখন এক বর্গ বিঘাতে ৬৪০০ বর্গ হাত। যদি এক বর্গ হস্তকে ১ গণ্ডা ধরা যায়, তাহাহইলে ১ বিঘায় ৬৪০০ গণ্ডা হইবেক। কিন্তু ৬৪০০ গণ্ডায় ২০ কাহন। সুতরাং ১ বিঘায় ২০ কাহন হইবেক। তাহা হইলেই, ঐরূপ এক কাহনকে ১ কাঠা ও ১ পণকে ১ ছটাক ধরা যাইতে পারে। বর্গহস্ত ধরিয়া কালি করিবার সময় যদি দৈর্ঘ্য ও

বিস্তার বিঘা ও কাঠায় লিখিত থাকে এবং কালি বর্গহস্ত দ্বারা নির্দেশ করিতে হয় তাহা হইলে প্রথমতঃ বিঘা ও কাঠা প্রভৃতিকে রৈখিক হাতে পরিবর্তিত করিতে হয়।

আর্য্যাতেই লিখিত হইয়াছে যে, ভূমি ৮০ হাত লম্বা হইলেই তাহাকে রৈখিক এক বিঘা কহে। যে ভূমির ৮০ হাত দৈর্ঘ্য ও ৮০ হাত বিস্তার, তাহার কালি এক বিঘা কহিয়া থাকে; সুতরাং  $৮০ \times ৮০ = ৬৪০০$  বর্গ হস্ত হইলে এক বিঘা কালি অর্থাৎ এক বর্গ বিঘা হয়। পুনশ্চ ৪ হাত লম্বা হইলেই এক কাঠা কহে; এবং এক বিঘা দৈর্ঘ্য ও এক বিঘা বিস্তার হইলে যেকোন এক বিঘা কালি কহিয়া থাকে; এক কাঠা দৈর্ঘ্য ও এক কাঠা বিস্তার হইলে সেই রূপে ৪০০ বর্গ কাঠায় এক বর্গ বিঘা হইত; কারণ ২০ কাঠা দৈর্ঘ্য ও ২০ কাঠা বিস্তার হইলে এক বর্গ বিঘা অথবা এক বিঘা কালি হয়। কিন্তু রৈখিক ২০ কাঠায় যেমন রৈখিক ১ বিঘা ধরা যায়, তেমনি ২০ কাঠা কালিতেও ১ বিঘা কালি ধরা যাইতে পারে। তাহা হইলেই যে ভূমির ১ বিঘা দৈর্ঘ্য ও ১ কাঠা বিস্তার তাহার কালি ১ কাঠা কহা যাইতে পারে; কারণ  $৮০ \times ৪ = ৩২০$ ।

ক্ষেত্রকল স্থির করিবার সঙ্কেত শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির আর্য্যাতে পরিষ্কার রূপে নির্দিষ্ট আছে। শুভঙ্করের কাঠাকালি ও বিঘাকালির সঙ্কেত এই;—

কাঠাকালি । কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ ।

বিংশতি • গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ ॥

বিঘাকালি । কুড়ো† বা কুড়োবা কুড়োবা লীজো ।

কাঠায় কুড়োবায় কাঠা লীজো ॥

কাঠায় কাঠায় ধূলপরিমাণ ।

বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ ॥

নিয়ম ১য় । গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশি দ্বারা গুণের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রাশিকে গুণ কর, এবং ঐ রাশি-  
দ্বয়ের একটী অথবা উভয়টীই বিঘা হইলে ২য় নিয়মানু-  
সারে গুণফল নির্ণয় করিয়া বামে লিখ, অন্যথা ৩য়  
নিয়মানুসারে গুণফল নির্ণয় করিয়া ডাইনে লিখ ।

২য় । বিঘায় বিঘায় গুণ করিয়া বিঘা, বিঘায় কাঠায়  
গুণ করিয়া কাঠা, বিঘায় পোয়ায় পোয়া, বিঘায় ছটাকে  
ছটাক ইত্যাদি ধর ।

৩য় । কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া যত তত গণ্ডা, কাঠায়  
পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক,  
পোয়ায় পোয়ায় যত তত কাক, পোয়ায় ছটাকে যত তত  
সিকি কাক বা ৫ তিল, ছটাকে ছটাকে যত তত সওয়া তিল ।

৪র্থ । পোয়ায় পোয়ায় অথবা পোয়ায় ছটাকে গুণ না

• এই সঙ্কেত অবলম্বন করিয়া এপ্রদেশে জমির কালি  
দ্বির হইয়া থাকে । পূর্বে “ জন বিশ গণ্ডায় ” বলা রীতি ছিল :  
এইক্ষণে শুভঙ্কর ব্যবসায়ী গুরুমহাশয়েরা প্রায় সকলেই  
বিশ গণ্ডায় বলিয়া থাকেন ।

। কোন কোন অঞ্চলে বিঘাকে কুড়ো কহে ।

করিয়া, পোয়া ও ছটাককে ছটাকে আনিয়া একবারে  
ছটাকে ছটাকে গুন করা সুবিধা, এবং গুনকল যত  
হইবে তত বার সওয়া তিল ধরিয়া ডাইনে না লিখিয়া  
তত কাক কালি ধরিয়া একবারে বামে লেখা সুবিধা।  
পরে তৃতীয় নিয়মামুসারে যে সকল গুনকল উৎপন্ন  
হইয়াছে সেই সকলকে একত্র যোগ করিয়া যাহা হইবে  
তাহার পন প্রতি কাঠা, বুড়ি প্রতি পোয়া, গড়া প্রতি  
১৬ গড়া, কড়া প্রতি ৪ গড়া, কাক প্রতি গড়া, প্রতি  
৫ তিলে কড়া ধরিয়া বামের গুনকল সমূহে যোগ করি-  
লই যোগকল নির্ণয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ ৫ম। যে সমচতুর্কোণ ভূমির দৈর্ঘ্য বিঘা ১১  
১১ ১৮ এবং প্রস্থ বিঘা ২/৩৮/ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

		১১ বিঃ × ২ বিঃ =
১১ ১ ১ ১৮		২২ বিঃ, ২ বিঘা ×
০ ১/৩৮/	১/১৩	১১ কাঠা = ২২ কাঠা =
১০ /	১ ১/	১ বি ২ কা, ২ বি ×
১ ১/২	৮৮৮	৭ হু = ১৪ হু, বামে
৮৮	০ ৩ ১	লিখ। পরে ৩ কাঠা ×
১ ১ ৩		১১ বি = ৩৩ কাঠা =
১ ৩৮৮		১ বি ১৩ কা বামে লিখ।
৫১৮		পরে ৩ কা × ১১ কা =
১/২ ০ ১২		৩৩ গড়া = ১ পন ১৩
৫১ ১৮৮ ১৭১৮		গড়া ডাইনে লিখ। পরে
		৩ কা × ৭ হু = ২১ কাক

= ১ গম্বা ৫ কাক ডাইনে লিখ। পরে ১৩ হু X ১১ বি  
 = ১৪ ৩ হু (১৪ ৩ পণ = ৮ কাহন ১৫ পণ সূত্রাং )  
 ১৪ ৩ হু = ৮ কা ১৫ হু নামে লিখ। পরে ১৩ হু X ১১  
 কাঠা = ১৪ ৩ কাক (১০০ পণে ৬ কাহন ৪ পণ, আর  
 ৪৩ পণে ২ কাহন ১১ পণ, ৮ কাহন ১৫ পণ, সূত্রাং  
 ১৪৩ কাক) = ৮ গম্বা ১৫ কাক ডাইনে লিখ। অবশেষে  
 ১৩ হু X ৭ হু = ৯১ বর্গ ছটাক = ৯১ কাক কালি  
 (৯১ পণ ৫ কাহন ১১ পণ সূত্রাং) ৯১ কাক = ৫ গম্বা  
 ১১ কাক একবারে নামে লিখ। ডানি দেকের গুণফল  
 গুলি যোগ করায় ৯/৩। হইল, বাটার ২ পণে ২ কাঠ  
 ৩ গডায় ৪৮ গম্বা ৯/০ পণ ৮ গম্বা, ১ কড়ার ১ X ৪ = ৪  
 গম্বা ধরিলে ২ কাঠা আধ পোয়া ১২ গম্বা হয়, বাটার  
 বানের গুণফল সমূহে যোগ কর।

উক্ত প্রক্রিয়া একরূপে আরও সংক্ষেপ করা যায়।

$$১১। ১।০$$

$$২।৩।০$$

$$২৩।২।০$$

$$২।১।০$$

$$৫।০$$

$$/২ ৯।২$$

$$২৫। ১।০।১৭।০$$

$$\text{প্রথমে } ২ \text{ বিঘা } \times ৭ \text{ হু} =$$

$$১৪ \text{ হু, } ১৪ \text{ হু নামে হাতে}$$

$$\text{শূন্য পরে } ২ \text{ বি } \times ১১$$

$$\text{কা} = ২২ \text{ কা, } ১ \text{ বি } ২ \text{ কা,}$$

$$২ \text{ কাঠা নামে, হাতে}$$

$$\text{বি; } ২ \text{ বি } \times ১১ \text{ বি} =$$

$$২২ \text{ বি আর } ১ \text{ বি} = ২৩$$

$$\text{বি। তৎপরে ঐরূপে } ১১$$

$$\text{বি } \times ১৩ \text{ হু, এবং } ১১ \text{ বি}$$

× ৩ কাঠা গুণ করিলে বি ২/১৮৮০ হয় । ( ১১ বি × ২ বি আর ধরা হইবে না, কারণ একবার ধরা হইয়াছে ) । অবশিষ্ট প্রক্রিয়া পূর্বের মত তাহা দৃষ্ট হইতেছে ।

যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা ও প্রস্থ ২ বিঘা তাহার কালি ২২ বর্গ বিঘা ; যাহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা কিন্তু প্রস্থ ২ কাঠা তাহার কালি বর্গ বিঘা না হইয়া ২২ কাঠা হইবে । ইহার যুক্তি ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলেই প্রতীত হইবে ।

অথ গ ঘ একটি আয়ত ক্ষেত্র, ইহার দৈর্ঘ্য ১১ বিঘা, প্রস্থ ২ কাঠা । ইহার দৈর্ঘ্যকে ১১ ভাগ কর, তাহা হইলে প্রত্যেক খণ্ড দৈর্ঘ্য ১ বিঘা ও প্রস্থ ২ কাঠা হইবে । এইরূপে ১ বিঘার বৈধিক পরিমাণ ৮০ হাত ও দুই কাঠার বৈধিক পরিমাণ ৪ হাত করিয়া ৮ হাত ; অনন্তর প্রতি খণ্ডের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ পরিমাণ গুণ করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, প্রত্যেকের কালি ২ কাঠা করিয়া সমুদায় ক্ষেত্রের কালি ২২ কাঠা হইবে ; যথা  $৮০ \times ৮ = ৬৪০ = ২$  বর্গ কাঠা, যেহেতু ৩২০ বর্গ হাতে এক কাঠা হয় । এক খণ্ডে দুই কাঠা হইলে ১১ খণ্ডে কাজে কাজেই ২২ কাঠা হইবে ।

এরূপে যে সমচতুষ্কোণের দৈর্ঘ্য ৬ বিঘা এবং প্রস্থ ৫ ছটাক তদ্বোধে  $৬ \times ৫ = ৩০$  টি বর্গ ছটাক হইবে, অতরাং তাহার কালি ৩০ ছটাক ইত্যাদি । এই নিমিত্ত “কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লিজো, কাঠায় কুড়োবা, কাঠা লিজো” অর্থাৎ বিঘায় বিঘায় বিঘা, বিঘায় কাঠায় কাঠা ইত্যাদি ধরিতে হয় ।

অপর যেহেতু ২০ গণ্ডায় ১ পণ, এবং ২০ ধুলে অর্থাৎ

২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি, এই নিমিত্ত যত বর্গ কাঠা হয় শুভকর ব্যবসায়ীরা লম্বুকরণ সহজ হইবে বলিয়া তত গণ্ডা ধরিয়া পণে পরিবর্তিত করেন, পরে যত পণ হয় তত কাঠা কালি ধরেন। যথা ৪ কাঠা  $\times$  ১০ কাঠা কত কালি ?  $৪ \times ১০ = ৪০$  বর্গ কাঠা ( বা ধূল ) ৪০ গণ্ডায় ২ পণ, সুতরাং ২ কাঠা উত্তর। এই নিমিত্ত “ কাঠায় কাঠায় ধূল পরিমাণ, বিংশতি গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ ” অথবা “ কাঠায় কাঠায় যত তত গণ্ডা ” এবং তত গণ্ডার “ পণ প্রতি কাঠা ” ধরিতে হয়। অপর যেহেতু ২০ বর্গ কাঠায় ১ কাঠা কালি অতএব ৫ বর্গ কাঠায় ১ পোয়া কালি, এই নিমিত্ত উল্লিখিত রূপ ৫ গণ্ডায় ১ পোয়া, বা “ বুড়ি প্রতি পোয়া ” ধরিতে হয়। ১ বর্গ কাঠায় ১৬ বর্গ হাত = ১৬ গণ্ডা কালি, এই নিমিত্ত “ গণ্ডাপ্রতি ১৬ গণ্ডা ” ( বা গণ্ডা প্রতি ১৬ তিল ) হয়।

পূর্ববৎ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে ৫ কাঠা  $\times$  ৪ পোয়া = ২০ বর্গ পোয়া, ৩ কাঠা  $\times$  ৭ হু = ২১ বর্গ ছটাক। ইত্যাদি, এগুন যে কারণে এক এক বর্গ কাঠাকে এক এক গণ্ডা ধরা যায় সেই কারণেই এক এক বর্গ পোয়াকে এক এক কড়া ধরিতে হয়, কেননা ৪ বর্গ পোয়ায় ১ বর্গ কাঠা হয় এবং ৪ কড়ায় ১ গণ্ডা হয় ; এবং ঐ হিসাবে এক এক বর্গ ছটাকে এক এক কাক ধরিতে হয়, কেননা ৪ কাকে ১ কড়া, এবং ৪ টী বর্গ ছটাকেও ১ টী বর্গ পোয়া হয়, এই নিমিত্ত “ কাঠায় পোয়ায় যত তত কড়া, কাঠায় ছটাকে যত তত কাক ” ইত্যাদি।

অপর যে হেতু ১ বর্গ পোয়া = ৪ বর্গ হাত = ৪ গণ্ডা কালি, এবং যত বর্গ পোয়া হয় তত কড়া ধরা যায়, এই নিমিত্ত “কড়া প্রতি ৪ গণ্ডা” ধরিতে হয়, এবং ঐ হিসাবে “কাক প্রতি গণ্ডা” ধরিতে হয় ইত্যাদি ।

ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া দেখ যে সমচতুষ্কোণ দৈর্ঘ্য ৮ বিঘা ৬ কাঠা ৭ ছটাক, এবং প্রস্থ ৪ বিঘা তাহার মধ্যে এই রূপ তিনটি সমচতুষ্কোণ হয় ;—একটির কালি ৪ বিঘা  $\times$  ৮ বিঘা, আর একটির কালি ৪ বি  $\times$  ৬ কা, আর একটির কালি ৪ বি  $\times$  ৭ ছ। যদি প্রথমোক্ত সমচতুষ্কোণের প্রস্থ আর ৩ কাঠা বৃদ্ধি করা যায়, তাহা হইলে দৃষ্ট হইবে যে সমুদায় বর্জিত সমচতুষ্কোণের মধ্যে ঐ তিনটি সমচতুষ্কোণ হইয়া আরও এই রূপ তিনটি সমচতুষ্কোণ হয় ; একটির কালি ৩ কা  $\times$  ৮ বি, আর একটির কালি ৩ কা  $\times$  ৬ কাঠা আর একটির কালি ৩ কা  $\times$  ৭ ছ। অতএব বর্জিত সমচতুষ্কোণ ঐ ছয়টি সমচতুষ্কোণের সমষ্টি । কিনিমিত্ত গুণকের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রালিধারা গুণের প্রত্যেক শ্রেণীস্থ রালিকে গুণ করিতে হয় তাহার যুক্তি এখন স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে। ঐরূপ গুণ করিলে বস্তুতঃ কোন প্রস্তাবিত সমচতুষ্কোণকে কতকগুলি সমচতুষ্কোণে বিভাগ পূর্বক প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল পৃথক পৃথক করিয়া নির্ণয় করা হয় ; পরে সেই ফলগুলির সমষ্টি লইলেই প্রস্তাবিত ক্ষেত্রের কালি লক্ষ হয় ।

৬। যে জমির দৈর্ঘ্য ৫ হাত ২ অঙ্গুলি, বিস্তার ৪ হাত ৪ অঙ্গুলি, তাহার পরিমাণ কত বর্গ হস্ত ?



৫ হাত, ২ অঙ্গুলি = ১২২ অঙ্গুলি,

৪ ঐ ৪ ঐ = ১০০ ঐ

সুতরাং, জমির পরিমাণ =  $১২২ \times ১০০ = ১২২০০$

বর্গ অঙ্গুলি =  $১২২০০^২$  \* বর্গহস্ত =  $২১$   $১২২০০$  বর্গহস্ত =  
২১  $১২২$  বর্গহস্ত ।

এই প্রশ্নটির আর এক প্রকারে সমাধান করা যাইতে পারে। যথা,

হঃ—অঃ

৫ — ২

৪ — ৪

২০ — ৮

২০  $\frac{১৮}{৪}$

২১ — ৪  $\frac{১৮}{৪}$

\* সমচতুষ্কোণ ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করা যেমন, কাপড় ইত্যাদি অন্য অন্য সমচতুষ্কোণ সামগ্রীর পরিমাণ স্থির করাও সেই রূপ। এত হাত এত অঙ্গুলি দৈর্ঘ্য ও এত হাত এত অঙ্গুলি বিস্তার একরূপ লিখিত থাকিলে অথবা উক্ত হইলে, প্রথমতঃ দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়কেই এক পরিমাণে আনিতে হয় অর্থাৎ অঙ্গুলে পরিবর্তিত করিতে হয়; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণ করিলেই বর্গ-অঙ্গুলি কল স্থির হয়। ঐ কলকে,  $২৪ \times ২৪ = ৫৭৬$  দিয়া ভাগ করিলেই কত বর্গ হস্ত তাহা স্থির হয়।

৭। একটি ঘরের মেজে ১৫ ফুট ১০ ইঞ্চি লম্বা ও ৮ ফুট ৪ ইঞ্চি প্রস্থ; এই ঘরের মেজে কত ফুট কালি?

ফুঃ ইঃ

১৫ — ১০

৮ — ৪

---

১২০ — ০

৬ — ৮

৫ — ৩ ৬

---

১৩১ — ১১ ৬

সপকালি করিবার সময় ১৩ হাত লম্বা ও ১ হাত প্রস্থ হইলে ১ হাত ধরে ।

“দীর্ঘে সপ যত হাত, প্রস্থ দিয়া পূর তাত ।

তেরোদিয়া হরে আন, সপকালি তবে জান” ।

৮। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫০০ বর্গহস্ত, তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

এখানে, বর্গক্ষেত্রের বাহু =  $\sqrt{\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{বিস্তার}}$ ,  
 যে বর্গক্ষেত্রের বাহু =  $\sqrt{৫০০} = ২২.৩৬০৭$  ফুট  
 প্রায় ২২ ফুট ৪ ৬ ইঞ্চি ।

৯। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একর তাহার বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। প্রায় ৬২,৬ গজ ।

১০। বর্গক্ষেত্রের পার্শ্বসকল কত পরিমাণের হইলে, এর ক্ষেত্রফল, ২।২ দীর্ঘ ও ১৮৩ বিস্তৃত সমআয়ত ত্রের সমান হইবে? উঃ। ১৬৯.০৪৪ হাত ।

১১। এক ব্যক্তির ২৫০ হাত দীর্ঘ ৭২ হাত বিস্তৃত এক খণ্ড ভূমি ছিল, সে ৩০০ হাত দীর্ঘ এক খণ্ড সমান দরের ভূমির সহিত ঐ ভূমি বিনিময় করিল, তাহার স্মৃতন ভূমির বিস্তার কত ? উঃ। ৬০ হাত।

১২। যে উঠানের দৈর্ঘ্য ২৩ ফুট ও বিস্তার ১৪২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ৩৭৮ বর্গ গজ।

১৩। সকোণসূচীর ভূমি সমচতুরস্র হইলে যদি তাহার পার্শ্বের পরিমাণ ৬৯৩ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ সকোণসূচী যে ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে তাহার ক্ষেত্রফল কত একর ? উঃ। ১১ একর ৪ পোল

১৪। যে দীর্ঘিকা ৬৬ একর ভূমি ব্যাপ্ত তাহার ঐ দিকের পরিমাণ কত ? উঃ। ১৭৩.৯২ গজ

১৫। যদি কোন মেজেরে প্রস্তর বসাইবার খরচ প্রত্যেক বর্গ গজে ৪ মিলিং ১০ পেন্স পড়ে, তাহা হইলে যে ঘরের দৈর্ঘ্য ৪২ ফুট এবং প্রস্থ ২৩ ফুট ১০ই ইঞ্চি তাহাতে প্রস্তর বসাইতে কত ব্যয় হইবেক ?

উঃ। ২৬ পাউণ্ড ১৮ মিলিং ৬৬ পেন্স

\* ১৬। যে আয়ত ক্ষেত্রের পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৩০০ হাত ও ২৭ হাত; তাহার সমান বর্গ ক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ কত ? উঃ। ৯০ হাত।

১৭। ৩০২৫ হাত বর্গ ক্ষেত্রের পার্শ্ব কত ?

উঃ। ৫৫ হাত।

১৮। একটা চতুরস্র প্রাক্কনের পরিসর যদি ২৬ গজ ৫ ইঞ্চি হয়, এবং উহার ক্ষেত্রফল ৬৮৩ বর্গ গজ ২ ফুট ২ ইঞ্চি হয়, তাহা হইলে উহার পার্শ্বদ্বয়ের পরিমাণ কত ?

ইঞ্চ হয়, তাহা হইলে প্রাক্কনদি যে সমচতুরস্রাকার তাহা  
প্রমাণ কর ? উঃ । উহার দৈর্ঘ্য ২৬ গ. ৫ ই. ।

১৯ । এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ২৪ হাত ও প্রস্থ ই হাত;  
আর এক খণ্ড গালিচার দৈর্ঘ্য ৮ হাত, এখন ইহার প্রস্থ  
কত হাত হইলে পুরোক্ত গালিচার সমান হইবে ।

উঃ । ১ ই হাত ।

২০ । একটা কুঠরির পরিমাণ ২৬ ফুট  $\times$  ৩৫ ফুট ; ২  
ফুট ৪ ইঞ্চ. চোড়া বহরের গালিচা কত গজ হইলে  
তাহাকে ঢাকিতে পারা যাইবে ? উঃ । ১৩০ গজ ।

২১ । একটা সমচতুরস্র ঘরের দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৯ ইঞ্চ. ,  
সে মাত্র ২ ফুট ৩ ইঞ্চ. চোড়া তাহার কত গজ হইলে উহা  
অচ্ছাদিত হইবে ? উঃ । ৫২ গজ ৩ ইঞ্চ. ।

২২ । যদি উক্ত ঘর ১৩ ফুঃ ৪ ইঃ উচ্চ হয়, আর উহার দেও-  
য়াল কাগজে মুড়িতে হয়, তাহা হইলে যে কাগজ ১ ফুঃ ৪ ইঃ  
চোড়া তাহার কত গজ আবশ্যক হইবে ? উঃ । ২৫০ গজ ।

২৩ । যদি দরওয়াজা প্রস্তুত করিবার মজুরি প্রতি  
বর্গ ফুটে ২ সিলিং ৩ পেন্স করিয়া পাড়ে, তবে যে দার  
৭ ফুট ৩ ইঞ্চ. লম্বা ও ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ. চোড়া তাহার মজুরি  
কত হইবে ? আর ঐ দরওয়াজার গলনের কালি কত ?

উঃ ।  $\left\{ \begin{array}{l} \text{মজুরি ২ পাউণ্ড ১৭ সিলিং ১ পেন্স।} \\ \text{কালি ২৫ ৬ বর্গ ফুট।} \end{array} \right.$

২৪ । যে সমচতুষ্কোণ ভূমির কালি এক বিঘা ১৬  
কাঠা ১৩ হটাক এবং প্রস্থ ৯ কাঠা ৮ হটাক ; তাহার  
দৈর্ঘ্য কত ? ৩ গণ্ডা ২ কড়া কালিকে বর্গ ফুট কর ।

উঃ। ৩ বিঘা ১৭ কাঠা ৮ ছটাক। ৭ বর্গ ফুট  
১২৬ ইঞ্চ।

২৫। ৩ বিঘা ১২ কাঠা দীর্ঘ এমন এক সমচতুর্কোণ  
ভূমির মধ্যস্থলে একটি সমচতুরস্র পুষ্করিণী আছে এবং ঐ  
পুষ্করিণীর প্রত্যেক পাড়ে যে জমি আছে তাহার প্রস্থ  
১২ দশমী সাত কাঠা তিন পুয়া ; ঐ পুষ্করিণীর জলকর কত  
এবং পাড় কত। উঃ। ৭ দশমী ১১/১৬ ; ৪ দশমী ১১/৮

২৬। “চারি হাত বর্গ” ও “৪ বর্গ হাত” ইহাদের  
অন্তর কত? উঃ। ১২ বর্গ হস্ত।

২৭। এক খণ্ড আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৩৭৫  
লিঙ্গ প্রস্থ ৯ লিঙ্গ, উহাতে কত একর ভূমি আছে?

উঃ। ১ একর ১ রুড ৯ পোল।

২৮। যদি প্রতি বর্গ ফুটের মূল্য ৩ সিলিং ৬ পেন্স  
হয়, তবে যে ভূমির দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট ৩ ইঞ্চ ও বিস্তার ৭ ফুট  
৬ ইঞ্চ তাহার দাম কত? উঃ। ৩১ পাঃ ১৬ সিঃ ৬ পেন্স।

বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণ ব্যক্ত থাকিলে তাহার ক্ষেত্রফল  
নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। কর্ণপরিমাণকে বর্গ করিয়া তাহার অর্ধেক  
লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

যদি কোন বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের দুইটি কর্ণ নির্দিষ্ট  
থাকে তাহা হইলে ঐ বর্গ ক্ষেত্র বা রম্বসের ক্ষেত্রফল ঐ  
রূপে নির্ণীত হইবে।

নিয়ম। কর্ণ দ্বয়ের গুণফলের অর্ধেক লইলেই ক্ষেত্র  
ফল স্থির হয়।

## ২য় সম্পাদ্য।

### ত্রিভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, উহার যে দিক হয় এক দিক মাপ কর এবং ঐ দিকের সম্মুখীন কোণ হইতে উহার উপর একটি লম্ব টানিয়া তাহার পরিমাণ স্থির কর; তাহার পরে, ঐ দুয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ হইলে ভূজ পরিমাণকে কোটি পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয় তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। যথা ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজের (১৮১ পৃষ্ঠার প্রতিকৃত দেখ) খ গ কোটি দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

ক্ষেত্র সমকোণিক ত্রিভুজ না হইয়া অন্য কোন আকারের হইলে লম্বাধার ভূজের পরিমাণকে লম্বপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া যাহা হয় তদর্দ্ধ লইলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। যথা, ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্রের লম্ব গ খ দ্বারা ক খ গুণ করিয়া অর্দ্ধাংশ লইলে কালি হয়।

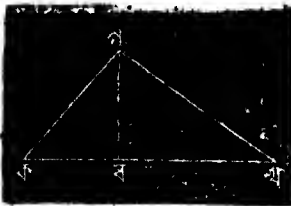
২য় নিয়ম। ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটি দিকের পরিমাণ জানা থাকিলেও ক্ষেত্রফল স্থির হইতে পারে। তিনদিকের পরিমাণ একত্রে যোগ করিয়া তাহার অর্দ্ধেক যাহা হইবে, তাহা স্বতন্ত্র করিয়া রাখ। তাহার পরে, ঐ অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিলে যে তিনটি রাশি হইবে, সেই রাশিদ্বয় ও ঐ অর্দ্ধেককে

পদসম্পন্ন ধারাবাহিক গুণ করিয়া গুণফলের বর্গমূল স্থির কর। এই বর্গমূল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহর ১। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৪২ ফুট এবং লম্ব গ ঘ ৩৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

প্রথম নিয়মামুসারে  $৪২ \times ৩৩ \div ২ = ৬৯৩$ , এবং  $৬৯৩ \div ২ = ৩৪৬.৫$  বর্গগজ।

২। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ যথাক্রমে ১৩, ১৪ এবং ১৫ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? দ্বিতীয় নিয়মামুসারে

১৩		২১
১৪		৬
১৫		১২৬
		৭
		৮৮২
		৮
২) ৪২	৭০৫৬ (৮৪ বর্গফুট)	
২১	৬৪	
	১৬৪ ) ৬৫৬	৭০৫৬
	৬৫৬	

ভূজ পরিমাণের সমষ্টির অর্ধেক ২১ ২১ ২১  
 ১৩ ১৪ ১৫  
 — — —  
 অবশিষ্ট ৮ ৭ ৬

অতএব, ক্ষেত্রফল =  $৮৪$  বর্গ ফুট  $\div ২ = ৪২$  বর্গগজ।

৩। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূজ পরিমাণ, ৩০, ৪০ ও ৫০ হস্ত; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এই উদাহরণে, ভূজ পরিমাণের সমষ্টির অর্ধেক =  $\frac{৩০+৪০+৫০}{২} = ৬০$  হস্ত;

$$৬০-৩০=৩০ ; ৬০-৪০=২০ ; ৬০-৫০=১০ ;$$

$$\text{অতএব, ক্ষেত্রফল} = \sqrt{৬০ \times ৩০ \times ২০ \times ১০} \text{ বর্গহস্ত} = \sqrt{৩৬০০০০} \text{ বর্গহস্ত} = ৬০০ \text{ বর্গহস্ত}।$$

৪। কোন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ৪০ ফুট, এবং কোটিপরিমাণ ৩০ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ৬৬৬ বর্গ গজ।

৫। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ২০, ৩০ এবং ৪০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। ৩২.২৭ বর্গ গজ।

৬। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের এক ভূজ ২৮৪ ও শীর্ষ কোণ হইতে তদুপরি লম্বপরিমাণ ১১০, তাহার ক্ষেত্রফল স্থির কর? উঃ। বিঘা ১৮১৮০/১০।

৭। ৩২, ৪৮, ৬৪ হাত পরিমিত তিন ভূজ বিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা, ১৫০ হাত দীর্ঘ ও ৪৫ হাত বিস্তৃত আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত গুরু বা লঘু?

উঃ। ৬০০৩.৪ ইঞ্চি বর্গহস্ত গুরু।

৮। যে সমকোণিক ত্রিভুজের কর্ণ পরিমাণ ১০২ ই ফুট, ও ভূমিপরিমাণ ১০০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১২৫ বর্গ গজ।

৯। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ভূমিপরিমাণ ১২১ গজ এবং কালি কে একর তাহার কোটিপরিমাণ কত? উঃ। ৮০ গজ।

১০। ক খ গ ত্রিভুজের ভূমি ক খ ৯৪৫ লিঙ্গ, এবং ল ঘ গ ৪৮০ লিঙ্গ, উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২ একর ১ রুড ২ পোল।



১১। যদি এক একর ভূমির দাম ৩৭০ পাউণ্ড হয়, তাহা হইলে যে ত্রিকোণাকার ক্ষেত্রের ভূজপরিমাণ ১৪৬.৫, ১১৯.৫, এবং ৯২.৫ গজ তাহার মূল্য কত?

উঃ। ৪২১ পাঃ ১৩শিঃ ১০পেঃ।

১২। যে বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১৮ বর্গ ফুট।

১৩। যে আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণপরিমাণ, ১০ ফুট এবং একটি বাহুর পরিমাণ ৮ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৪৮ বর্গ ফুট।

### ৩য় সম্পাদ্য।

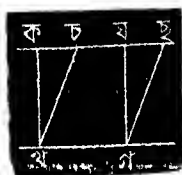
#### ট্রাপিজিড ক্ষেত্রের কালি করিবার নিয়ম।

নিয়ম। ট্রাপিজিডের যে দুই বাহু সমান্তরাল সেই বাহুদ্বয়ের সমষ্টিকে তাহাদিগের অন্তর্গত লম্ব রেখার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে যাহা হয়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।

সমান্তরাল ভূজদ্বয়ের মধ্যে একটীর প্রান্ত হইতে অপরটীর উপর লম্বপাত করিয়া সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধেককে লম্বদ্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ ১। ক খ গ হ ট্রাপিজিড; খ গ ও ক হ দুইটা সমান্তরাল ভূজ পরস্পর ৭.৫ এবং ১২.২৫ ফুট, আর খ গ ও ক হ রেখাদ্বয়ের অন্তর-গ য ১৫.৪ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

$$\begin{array}{r}
 ১২.২৫ \\
 ৭.৫ \\
 \hline
 ১২.৭৫ \\
 ১৫.৪ \\
 \hline
 ৭২০০ \\
 ২৮৭৫ \\
 ১২৭৫
 \end{array}$$



ক্ষেত্রফল =

২) ৩০৪.১৫০ ( ১৫২.০৭৫ বর্গ ফুট।

২। যে ট্রাপিজিড ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ক্রমশঃ ২১ ফুট ৩ ইঞ্চি ও ১৮ ফুট ৬ ইঞ্চি আর উহাদের অন্তর ৮ ফুট ৫ ইঞ্চি, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১৬৭ বর্গ ফুট, ৩' ৪" ৬"

৩। ক খ গ ছ ট্রাপিজিড ক্ষেত্রে খ গ ও ক ছ দুইটি সমান্তরাল ভুজ যথাক্রমে ৪.৬ চেইন ও ৩ চেইন এবং গ ঘ ৬.০৩৭ চেইন; উহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২ একর ১ রুড ০ পোল।

৪। যে ট্রাপিজিড ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ যথাক্রমে ৮০ এবং ৬০ লিঙ্গ এবং অন্তর ৮৪০ লিঙ্গ তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ২ রুড ১৪ পোল।

৪র্থ সম্পাদ্য।

ট্রাপিজিয়ম অর্থাৎ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কালি।

প্রথমতঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রকে কর্ণ রেখা দ্বারা ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভাগ করিয়া, ঐ ত্রিভুজ ক্ষেত্রদিগের ক্ষেত্রফল, পূর্বলিখিত দুই নিয়মের যে কোন নিয়মের দ্বারা

স্থির করিয়া সমষ্টি করিলেই, ঐ ক্ষেত্রের বা ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

কিন্তু, কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটি সম্মুখীন কোণ হইতে দুইটি লম্ব টানিয়া, ঐ দুই লম্বের সমষ্টিকে কর্ণ রেখা দ্বারা গুণ করিলে যে গুণফল প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহার অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

দ্বিতীয়তঃ। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের সম্মুখীন দুইটি কোণ যদি পরস্পর পরস্পরের ক্রোড়স্থ কোণ হয় অর্থাৎ উভয়ের যোগে যদি দুই সমকোণ তুল্য হয়, তাহা হইলে উহার চারিটি বাহুর পরিমাণ যোগ করিয়া তার অর্দ্ধেক হইতে প্রত্যেক দিকের পরিমাণ স্বতন্ত্র স্বতন্ত্র বিয়োগ করিয়া যে চারিটি রাশি হইবেক, তাহাদের ধারাবাহিক গুণফলের বর্গ মূল স্থির কর। ঐ বর্গ মূল ট্রাপিজিয়নের ক্ষেত্রফল হইবেক।

উদাহরণ ১। ক গ খ ছ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণরেখা ক খ ৪২ হস্ত এবং গ ঘ ও চ ছ দুইটি লম্ব যথাক্রমে ১৮ ও ১৬ হস্ত। উহার ক্ষেত্রফল কত।

১৮

১৬

---

৩৪

সমষ্টি

৪২

---

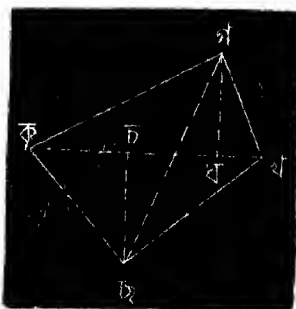
৬৮

১৩৬

---

ক্ষেত্রফল =

২ ( ১৪২৮ ) ( ৭১৪ বর্গহস্ত )



উদাহরণ ২। ক গ খ হ বিষয় চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের  
ক গ, গ খ, খ হ ও হ ক যথাক্রমে ১৫, ১৩, ১৪ এবং  
১২ হাত, এবং কর্ণরেখা ক খ ১৬ হাত। উহার ক্ষেত্র-  
কল কত?

ক গ ১৬

ক গ ১৫

গ খ ১৩

ক খ ১৬

খ হ ১৪

হ ক ১২

২) ৪৪ সমষ্টি

২২ ২২ ২২ অঙ্কে ক

১৬ ১৫ ১৩

৬ ৭ ৯

৭

৪২

৯

৩৭৮

২২

৭৫৬

৭৫৬

২) ৪২ সমষ্টি

২১ ২১ ২১ অঙ্কে ক

১৬ ১৪ ১২

৫ ৭ ৯

৭

৩৫

৯

৩১৫

২১

৩১৫

৬৩০

$$\sqrt{৮৩১৬} = ৯১.১৯২১ \quad \sqrt{৬৬১৫} = ৮১.৩৩২৬$$

ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রকল = ৯১.১৯২১

ক হ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রকল = ৮১.৩৩২৬

অতএব, ক গ খ হ বিষয়

$$\text{চতুর্ভুজের ক্ষেত্রকল} = ১৭২.৫২৪৭ \text{ বর্গহাত।}$$

৩। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটি বাহু যথাক্রমে ২৪, ২৬, ২৮ ও ৩০ হস্ত এবং সম্মুখীন দুইটি কোণ পরস্পর পরস্পরের কোড়হ কোণ তাহার ক্ষেত্রকল কত ?

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মামুসারে ৭২৩.৯৮৯ হস্ত ।

৪। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের দক্ষিণ দিকের পরিমাণ ২৭.৪০ চেইন, পূর্ব দিকের পরিমাণ ৩৫.৭৫ চেন, উত্তর দিকের পরিমাণ ৩৭.৫৫ চেইন, পশ্চিম দিকের পরিমাণ ৪১.০৫ চেইন, এবং দক্ষিণ-পশ্চিম কোণ হইতে উত্তর-পূর্ব কোণ পর্য্যন্ত অঙ্কিত কর্ণ রেখার পরিমাণ ৪৮.৩৫ চেইন, তাহার ক্ষেত্রকল স্থির কর ?

উঃ। ১২৩ একর ১১.৮৬৫৬ পোল ।

৫। যে বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১০৮ই ফুট, এবং কণের উপর পতিত দুইটি লম্বের পরিমাণ ৬৫ই ও ৬০ই ফুট, তাহার ক্ষেত্র কল কত ?

উঃ। ৭৫৯ই বর্গ গজ ।

৬। কোন বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের চারিটি ভুজ-পরিমাণ ১২, ১৩, ১৪ ও ১৫ হস্ত এবং সম্মুখীন কোণ-দ্বয় পরস্পর পরস্পরের কোড়হ কোণ । তাহার ক্ষেত্রকল কত ?

উঃ। ১৮০.৯৯৭ হস্ত ।

৭। ক গ খ হ বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের ক গ-র পরিমাণ = ৩১৪ ফুট, গ খ-র পরিমাণ = ২৩২ ফুট, খ হ-র পরিমাণ ২২৮ই ফুট, হ ক-র পরিমাণ = ২৬৬ই ফুট এবং ক খ কর্ণের পরিমাণ = ৪১৭ই ফুট, তাহার ক্ষেত্রকল কত ?

উঃ। ৭০৭২৬ বর্গ গজ ।

৮। ক গ খ ছ ট্রপিজিয়ম ক্ষেত্রের কর্ণ ক খ = ২০ গজ, এবং ছ চ ও গ ঘ লম্ব দুইটি যথাক্রমে ৪.২ গজ ও ৩.৮ গজ ; এইক্ষেণে ঐ ক্ষেত্রটিতে পাথর বসাইতে হইলে কত বর্গ গজ পাথর লাগিবে ? উঃ। ৮০ বর্গ গজ ।

### ৫ম সম্পাদ্য ।

বিষম বহুভুজেব ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

নিয়ম। বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ চতুর্ভুজাদি ক্ষেত্রে বিভক্ত করিয়া তন্ত্রে ক্ষেত্রের ফলজ্ঞাপক সূত্র দ্বারা প্রত্যেকের ফল নির্ণয় পূর্বক সমষ্টি করিলে ফল হইবে।

উদাহরণ ১ম। ক খ গ ঘ চ ছ জ বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের নিম্ন লিখিত কর্ণ ও লম্বের পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, উহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$ক গ = ৫.৫$$

$$ছ ঘ = ৫.২$$

$$জ গ = ৪.৪$$

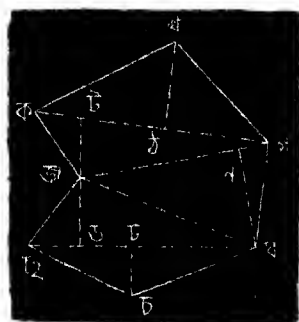
$$জ ট = ১.৩$$

$$খ ঠ = ১.৮$$

$$জ ড = ১.২$$

$$চ ট = ০.৮$$

$$ঘ গু = ২.৩$$



১ মতঃ,

২ মতঃ,

৩ মতঃ,

ক খ গ জ বিষয় চতুর্ভুজের ক্ষেত্র- ফল সমাধান কর ।	জ ঘ চ ছ বিষয় চতুর্ভুজের ক্ষেত্র- ফল সমাধান কর ।	জ গ ঘ ত্রিভু- জের ক্ষেত্রফল সমাধান কর ।
---	---	---

১.৩	১.২	৪.৬
১.৮	০.৮	২.৩
৩.১	২.০	১৩২
৫.৫	৫.২	৮৮
১৫.৫	১০.৪	১০.১২
১৫.৫		

১৭.০৫ = ২ ক খ গ জ ক্ষেত্রের কালি

১০.৪০ = ২ জ ঘ চ ছ এর

১০.১২ = ২ গ জ ঘ ত্রিভুজের কালি

২) ৩৭.৫৭ = ২ ক খ গ ঘ চ জ ক বিষয় বহুভুজের কালি

১৮.৭৮৫ = ক খ গ ঘ চ ছ জ বিষয় বহুভুজের কালি ।

২। ক খ গ ঘ জ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের যদি ক গ কর্ণের পরিমাণ ৪০ হাত এবং উহার উপর পতিত খ ঠ ও জ ট দুইটি লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৮ ও ৯ হাত, আর জ গ কর্ণ ও তদুপরি পতিত ঘ ম লম্বের পরিমাণ ক্রমশঃ ৩৮ ও ৬ হাত হয় ; তাহা হইলে ঐ পঞ্চকোণিক ক্ষেত্রের কালি কর ?

উঃ। ৪৫৪ হাত ।

৩। কোন একটি বিষম বহুভুজ ক্ষেত্রের প্রথম ভূজের পরিমাণ ৪০ হাত, দ্বিতীয় ভূজ ১৩০ হাত, তৃতীয় ভূজ ৬০ হাত, চতুর্থ ভূজ ৭০ হাত, ও পঞ্চম ভূজ ৮০ হাত, এবং তাহার প্রথম ও পঞ্চম ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ হইতে, দ্বিতীয় ও তৃতীয় ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১৫০ হাত ; ও শেষোক্ত কোণ হইতে চতুর্থ ও পঞ্চম ভূজের অন্তর্কর্তী কোণ পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহার পরিমাণ ১২০ হাত। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত স্থির কর। উঃ। ৭৬৬২.১ বর্গহস্ত।

### ৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

সমবাহক এবং সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের কালি।

১ম নিয়ম। বহুভুজ ক্ষেত্রের সমুদায় দিকের পরিমাণ একত্রে যোগ করিয়া সেই যোগফলকে বহুভুজের কেন্দ্র হইতে তাহার কোন বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণের অর্ধেকের দ্বারা গুণ কর, এই গুণফল সমবাহক ও সমকোণিক বহুভুজের ক্ষেত্রফল হইবে।

২য় নিয়ম। ২য় ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের নিম্নে ব্রহ্মাস্ত্র-বর্ণিত বহুভুজের ক্ষেত্রফলের যে তালিকা দেওয়া গিয়াছে, সেই তালিকা হইতে উল্লিখিত ক্ষেত্রফল লইয়া সমকোণিক ও সমবাহক ক্ষেত্রের বাহুপরিমাণ দ্বারা তাহাকে গুণ কর, এই গুণফল সমকোণিক ও সমবাহক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।



সূত্র। যদি  $v$  অক্ষর দ্বারা বহুভুজের এক বাহু,  $w$  বা  $h$  বা, নির্দেশ করা যায়, বহুভুজের কেন্দ্র  $m$  হইতে  $h$  বা বাহুতে গতিত  $m$  ক লম্ব ল অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা যায়,  $s$  অক্ষর দ্বারা বহুভুজের বাহু সংখ্যা নির্দেশ করা যায়, এবং  $a$  অক্ষর দ্বারা বহুভুজ যত সংখ্যক হইবেক সেই সংখ্যার (২ ভাগ ৪র্থ সম্পাদ্যের তালিকায় লিখিত) ক্ষেত্রফল ব্যক্ত করা যায়; তাহা হইলে,

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} s \times l \times v, \text{ এবং } \text{ক্ষেত্রফল} = a \times v^2।$$

$$\text{আর } v = \sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{a}} = \frac{2 \text{ ক্ষেত্রফল}}{s \times l}, \text{ এবং}$$

$$l = \frac{2 \text{ ক্ষেত্রফল}}{s \times v}$$

বহুভুজের ক্ষেত্রফল, তাহার পরিমিতির আয়ত অথবা বাহু সকলের সমষ্টি ও বহুভুজের ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কর্কটের অর্ধেকের গুণফল তুল্য।

ম, ক যদি অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধ হয়, তাহা হইলে  $m$  বা  $k$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= h \times \frac{1}{2} m$  ক।

এইক্ষণে বহুভুজ ক্ষেত্রের  $m$  বিন্দু হইতে তাহার প্রত্যেক কোণে রেখা টানিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক্ষেত্র যত বাহু আছে ততগুলি ত্রিভুজ ও তাহার প্রত্যেকে  $m$  বা  $k$  ত্রিভুজের সদৃশ হইবে; অতএব বহুভুজের ক্ষেত্রফল  $=$  বাহুসংখ্যা  $\times h \times \frac{1}{2} m$  ক; কিবা বাহুসংখ্যা  $h \times =$  পরিমিতি।

$$\therefore \text{বহুভুজের ক্ষেত্রফল} = \text{পরিমিতি} \times \frac{1}{2} m \text{ ক}।$$

উদাহরণ ১। যে সমবাহুক ও সমকোণিক পঞ্চভুজের

## ভূমি পরিমাণ ।

২৪৩

ছ ক বাহুর পরিমাণ ২৫ ফুট ও তত্পরিস্থ ম ক লম্বের পরিমাণ ১৭.২০৫, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১ম নিয়মানুসারে ।

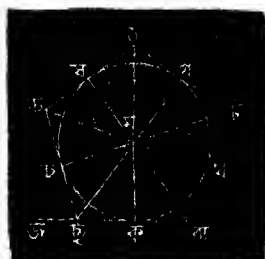
$$১৭.২০৫$$

$$২৫ \times ৫ = ১২৫ = সমুদায় বর্গের সমষ্টি$$

$$\frac{৮৬০২৫}{৩৪৪১০}$$

$$১৭২০৫$$

$$২ ) ১১৫০.৬২৫$$



$$\text{ক্ষেত্রফল} = ১০৭৫.৩১২৫ \text{ বর্গ ফুট।}$$

২য় নিয়মানুসারে ।

তালিকা অনুসারে পঞ্চ ভূজের

$$\text{ক্ষেত্রফল} = ১.৭২০৫$$

$$৬০৫ = ২৫^২$$

$$\frac{৮৬০২৫}{৩৪৪১০}$$

$$১০৩২৩০$$

$$১০৩২৩০$$

$$\text{ক্ষেত্রফল} = ১০৭৫.৩১২৫ \text{ বর্গ ফুট।}$$

২। যে বড়ভূজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ১০৩২.২৪ বর্গ ফুট।

৩। যে সমবাহক ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭৩.২০ বর্গ ফুট।

৪। এক সমবাহক অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৯৩১.৩৬ বর্গ ফুট।

৫। যে অষ্টভুজের বাহুর পরিমাণ ৪.৯৭০৫ ও ভূজপরিপন্থিত লম্বের পরিমাণ ৬, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১১৯.২২২।

৬। যে দ্ব্যধিকভুজের বাহুর পরিমাণ ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চি ও ভূজপরিপন্থিত লম্বের পরিমাণ ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১০২.৫ বর্গ ফুট।

৭। যে সমদ্বিভুজের ভূজ এবং কোটি ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত রশ্মের ব্যাসার্ধের পরিমাণ কত?

উঃ। ২ হাত।

৮। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ ৩০ হাত তাহার ভিতরে অঙ্কিত রশ্মের ব্যাসার্ধ কত? উঃ। ৬ হাত।

৯। যে তুল্যকোণিক ও সমবাহক দশভুজের বাহুর পরিমাণ ২০ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ৩০৭৭.৬৮ বর্গ ফুট

১০। যে সমবাহক ও তুল্যকোণিক দশভুজের ক্ষেত্রফল ১৬ বর্গ ফুট তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

তৃতীয় সূত্রানুসারে, বাহু বা  $b = \sqrt{\frac{\text{ক্ষেত্রফল}}{৫}}$ , অর্থাৎ

$$\sqrt{\frac{১৬}{৫}} = ১.৮৪২ \text{ ফুট} = ১ \text{ ফুট } ৫.৩ \text{ ইঞ্চি।}$$

১১। কি ফুট বেড়া দিতে ফুট করা ৪ সিলিং ৮ পেন্স

থরচে যে মনবাহক অক্টোজাকৃতি বাগানের বেড়া দিতে ৮৪০ পাউণ্ড পড়িয়াছে, তাহার অন্তর্গত ভূমিতে কঙ্কর দিতে কত বায় হইবে, যদি খোয়া দিবার থরচ প্রতি বর্গ গজ পিছু ১০ই পেন্স হয়।

উঃ। ৪৭৫২ পাউণ্ড ১৯ সিলিং ১ই পেন্স।

## ৭। সম্পাদ্য।

### বৃত্তক্ষেত্রের কালি।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস বা ব্যাসার্দ্ধ জানা আছে ; উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসকে বর্গ করিয়া তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফলের চতুর্থাংশ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মাস্তর। ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে উহা বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে। যদি গণনার অন্ত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে, ঐ বর্গকে ২২ দিয়া গুণ করিয়া ৭ দিয়া ভাগ করিলে কালিস্থির হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি পরিজ্ঞাত আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

২য় নিয়ম। পরিধির বর্গকে ০.৭৯৫৮ দিয়া গুণ করিলে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে। কিম্বা পরিধিকে বর্গ করিয়া তাহার চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে।

নিয়মানুসার। পরিধি যত হইবেক, তাহার অর্ধেকের বর্গ করিয়া, তাহাকে ৩.১৪১৬ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল রক্তের ক্ষেত্রফল হইবে। যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয়, তাহা হইলে, ঐ বর্গকে ৭ দিয়া গুণ করিয়া ২২ দিয়া ভাগ করিলেই পর্যাপ্ত হইবে।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ও ব্যাস জানা আছে, উহার ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

৩য় নিয়ম। পরিধিকে ব্যাস দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলের চতুর্থাংশ লও; উহা রক্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

রক্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি অ ও প অক্ষর দ্বারা নির্দেশ কর। আর ব্যাসের ৩.১৪১৬ গুণ পরিধি ত অক্ষর দ্বারা নির্দেশ কর, তাহা হইলে এই সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে। যথা—

$$ক বা ক্ষেত্রফল = ত \times অ^2, \text{ এবং } অ = \sqrt{\frac{ক}{ত}}$$

$$\text{আর } ক = \frac{প^2}{৪ \times ত} = \frac{১}{৪} অ \times প, \text{ এবং } প = \sqrt{৪ ক \times ত},$$

উদাহরণ ১ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১ম নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল = ৩.১৪১৬  $\times$  ৫<sup>২</sup> = ৩.১৪১৬  $\times$  ২৫ = ৭৮.৫৪ বর্গ ফুট।

২য়। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১৩২ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

সূক্ষ্মগণনা করিতে হইলে, ২য় নিয়মানুসারে,

$$\text{ক্ষেত্রফল} \left\{ \frac{১৩২}{২} \right\}^2 + ৩.১৪১৬ = \frac{৬২^২}{৩.১৪১৬} =$$

$$= \frac{৪৩৫৬}{৩.১৪১৬} = ১৩৮৬.৫৫ \text{ বর্গহস্ত।}$$

$$\text{স্থূল গণনা করিলে, ক্ষেত্রফল} = \left\{ \frac{১৩২}{২} \right\}^2 \times \frac{৭}{২২} =$$

$$৬৬^২ \times \frac{৭}{২২} = ৪৩৫৬ \times \frac{৭}{২২} = \frac{৩০৪৯২}{২২} = ১৩৮৬ \text{ বর্গহস্ত।}$$

অতএব, স্থূল গণনা ও সূক্ষ্ম গণনায় দ্বিতর প্রভেদ নাই।

৩২। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৮০ হাত ও ব্যাস ২৫.৪৬৪ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{এখানে, ক্ষেত্রফল} = \frac{\text{পরিধি} \times \text{ব্যাস}}{৪} = \frac{৮০ \times ২৫.৪৬৪}{৪}$$

$$= ২০ \times ২৫.৪৬৪ = ৫০৯.২৮ \text{ বর্গহস্ত।}$$

৪র্থ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ১০.২৯৫৬ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত বর্গফুট। উঃ। ৮৬.৫২৩৩।

৫ম। ৩৬, ৪৮ ও ৬০ হাত ভূজ পরিমিত একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্র, ৩০ হাত দীর্ঘ ও ২৮ হাত বিস্তৃত একটি বর্গক্ষেত্র, এবং ৩০ হাত ব্যাস বিশিষ্ট একটি বৃত্তক্ষেত্র, এই তিনটির মধ্যে কোনটির ক্ষেত্রফল গুরু? উঃ। প্রথমটির।

৬ষ্ঠ। যে বৃত্তক্ষেত্রের পরিধি ৪৭:২৪ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭৬.৭১৫ বর্গহস্ত।

৭ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাস ২৮ হাত এবং পরিধি ৮৮ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৬১৬ বর্গহস্ত।

৮ম। যে বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক একরূপ তাহার পরিধি কত? উঃ। ২৪৬ গজ ১ ফুট ১০ ১/২ ইঞ্চি।

৯ম। যে সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ হাত তদ্বিত্ত্ব  
বৃত্তের ব্যাস কত হইবে? উঃ। ৬ হাত।

ক খ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ক খ চাপ  $\times$  ই ম ক ;  
∴ ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে  $\times$  ম ক  
খ-র ক্ষেত্রফল = ক খ অংশ বৃত্তপরিধিতে যত বার ধারণ করে  
 $\times$  ক খ  $\times$  ই ম ক, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের ক্ষেত্রফল =  
ক খ গ পরিধি  $\times$  ই ম ক।

অনুমান। যে বৃত্তের ব্যাস এক একক যদি তাহার  
পরিধি ত অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে  
ব্যবহারিক জ্যামিতির ৭৮ তি প্রতিজ্ঞানুসারে,

ত : ক খ গ পরিধি :: ১ : ২ ম ক ; ∴ ক খ গ পরিধি  
= ২ ত  $\times$  ম ক ; এদং পূর্বোক্ত প্রক্রিয়া দ্বারা ক খ গ  
বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি  $\times$  ই ম ক = ২ ত  $\times$   
ম ক  $\times$  ই ম ক = ত  $\times$  ম ক<sup>২</sup>।

### ৮ম সম্পাদ্য।

দুই ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের পরিধির অন্তর্গত অঞ্চুরীয়  
আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বাহ্যবর্ধন ও অন্তর্বর্ধনের সমষ্টিকে  
বিস্তারের অঙ্কে দ্বারা গুণ কর।

২য় নিয়ম। বহির্বর্ধনের ও অন্তর্বর্ধনের ব্যাস দুইটির  
সমষ্টির তাহাদের বিরোগফল দিয়া গুণ করিয়া, গুণ  
ফলকে ৭৮৫৪ দিয়া গুণ কর।

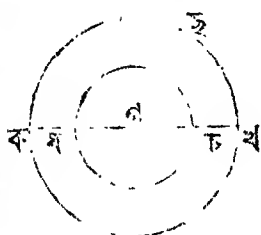
৩য় নিয়ম। বাহ্যবৃত্তের ও বিস্তারের গুণফল হইতে, ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল বিয়োগ কর।

৪র্থ নিয়ম। অন্তর্বৃত্তের ও বিস্তারের গুণফলে ৩.১৪১৬ ও বিস্তারের বর্গের গুণফল যোগ কর।

৫ম নিয়ম। বাহ্যবৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস দুইটির বর্গের বিয়োগফলে চতুর্থাংশকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর।

৬ষ্ঠ নিয়ম। বাহ্যবৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটির বর্গের অন্তরকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর। কিম্বা বাহ্যবৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল বিয়োগ কর।

৭ম নিয়ম। বাহ্যবৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটির সমষ্টিকে জাহানের বিয়োগফল দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে ৩.১৪১৬ গুণ করিলে অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হইবে।



উদাহরণ ১। দুইটি এককেন্দ্রিক বৃত্তের ক গ ও ঘ চ ব্যাসদ্বয় ২০ ও ১২ ফুট, ঐ দুই বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল কত?

ক গ =	১০	৩.১৪১৬
ঘ গ =	৬	৬৭
যোগফল	১৬	১২.৫৬৬৪
বিয়োগফল	৪	১৮৮.৪৯৬
গুণফল	৬৪	২০১.০৬২৪ = ক্ষেত্রফল।



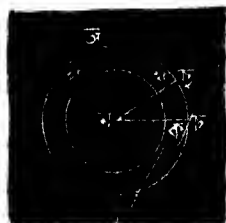
২। দুইটি এককেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসদ্বয় যথাক্রমে ২০ ও ১০ হস্ত, এই দুইটি বৃত্তপরিধির মধ্যগত অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির কালি কত?

উঃ। ২৩৫.৬২ বর্গ হস্ত।

৩। যে অঙ্গুরীয় আকারের ভূমির বহির্বেষ্টনের ব্যাস ৬ ফুট ও অন্তর্বেষ্টনের ব্যাস ৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ১৫.৭০৮।

উদাহরণ ৪। যদি চ হ জ ও ক খ গ দুই সমকেন্দ্রিক বৃত্তের বহির্বেষ্টন জ চ চ ৬৬ হাত, অন্তর্বেষ্টন ক খ গ ৪৪ হাত এবং বিস্তার ক চ ৩২ হাত হয়, তবে এই বেষ্টন-দ্বয়ের অন্তর্গত ভূমির কালি কত?



এখানে, ক্ষেত্রফল =  $(\text{বহির্বেষ্টন} + \text{অন্তর্বেষ্টন}) \times \frac{\text{বিস্তার}}{2}$   
 $= (৬৬ + ৪৪) \times \frac{৩২}{৪} = ১১০ \times \frac{৩২}{৪} = \frac{৩৫২০}{৪} = ৮৮০$   
 বর্গ হস্ত।

৫। একটি অঙ্গুরীয় আকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৮৮ হাত, অন্তর্বেষ্টন ৪৪ হাত এবং বিস্তার ৭ হাত। উহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

উঃ। ৪৬২ বর্গ হস্ত।

৬। একটি বাঙ্গালীয় বৃত্তের পিষ্টন প্রস্তুত করিতে চাইবে। যাহার ফাঁড়ের ক্ষেত্রফল ১১৯২ বর্গ গজ হইবে। এখন যদি এই পিষ্টনের দাঁত ১ ইঞ্চি পুরু হয় তবে

উহার অন্তর্ব্যাস ও বহির্বেষ্টনের পরিমাণ কত স্থির কর।

উঃ। { অন্তর্ব্যাস প্রায় ৩৯ ইঞ্চ।  
{ বহির্বেষ্টন ১০ ফুট ৮ $\frac{১}{৪}$  ইঞ্চ।

৭। একটি গোলাকার মন্দিরের ভিত্তির চৌড়া ১ ফুট ও আভ্যন্তরীণ মেজের পরিসর ৪৮ ফুট, উহার ভিত্তির কালি কত? উঃ। ১৫৩.৯৩৮৪ বর্গ ফুট।

### ! ৯ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তক্ষেদকের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধকে বৃত্তক্ষেদকের চাপের অর্দ্ধেক দিয়া গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। কিম্বা ব্যাসকে বৃত্তক্ষেদকের পরিমাণ দিয়া গুণ করিয়া, গুণ ফলের চতুর্থাংশ লও; উহা বৃত্তক্ষেদকের ক্ষেত্রফল হইবে।

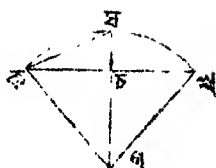
২য় নিয়ম। ৩৬০ অংশের সহিত বৃত্তক্ষেদকের চাপের পরিমাণগত অংশে যাদৃশ অনুপাত; বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সহিত বৃত্তক্ষেদকের ক্ষেত্রফলের তাদৃশ অনুপাত।

সুতরাং ক অর্থাৎ ক্ষেত্রফল =  $\frac{১}{২}$  অ × চাপ, এবং অ =  $\frac{২ \text{ ফ}}{\text{চাপ}}$ ।

উদাহরণ ১।, গ ক ঘ খ বৃত্তক্ষেদকের ব্যাসার্দ্ধ ১০ হস্ত ও জ্যা ক খ ১৬ হস্ত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

$$১০০ = ক গ^২$$

$$৬৪ = ক চ^২$$



---


$$৩৬ (৬ = গ চ$$

$$১০ = গ ঘ$$

---


$$৪ = চ ঘ$$

---


$$১৬ = চ ঘ^২$$

$$৬৪ = ক চ^২$$

---


$$৮০ (৮.৯৪৪২৭১৯ = ক ঘ$$

৮

---


$$৭১.৫৫৪১৭৫২$$

$$১৬$$

---


$$৩) ৫৫.৫৫৪১৭৫২$$

$$২) ১৮.৫১৮০৫৮৪ \text{ ক ঘ খ চাপ}$$

$$৯.২৫৯০২৯৭ = চাপাঙ্ক$$

$$১০ = ব্যাসাঙ্ক$$

অতএব গকঘখ বৃত্ত- } \_\_\_\_\_

ক্ষেত্রকের ক্ষেত্রফল } = ৯২.৫৯০২৯৭ বর্গ হস্ত

২। কোম বৃত্তক্ষেত্রের চাপের পরিমাণ ৯৬ অংশ  
এবং ব্যাস ৩ ফুট; উহার ক্ষেত্রফল কত?

## ভূমি পরিমাণ।

২৫

$$\frac{৭৮৫৪}{২} = ৩৯২৭ \text{ বর্গ ফুট (৩.১৪১৬ এর চতুর্থাংশ)}$$

$$৭.০৬৮৬ = \text{সমুদায় রস্তের ক্ষেত্রফল।}$$

এইক্ষেত্রে, ২য় নিয়মানুসারে,  $৩৬০^\circ : ২৬^\circ ৪' : ৭.০৬৮৬$   
গতএব রস্তক্ষেদকের ক্ষেত্রফল,

$$৩০^\circ : ৮^\circ : ৭.০৬৮৬ : ১.৮৮৪৯৬ \text{ বর্গ ফুট।}$$

৩। যে রস্তক্ষেদকের চাপ ২০ এবং ব্যাসার্ধ ১০  
ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১১১ বর্গ গজ।

৪। একটি রস্তক্ষেদকের চাপের জ্যা ১২ ফুট, এবং  
ব্যাসার্ধ ১৮ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত স্থির কর।

$$\text{উঃ। } ১১০.৩৮ \text{ বর্গ ফুট।}$$

৫। রস্তের ব্যাসার্ধ ২৮৯ ফুট হইলে ঐ রস্তের  
 $১৮৭^\circ ৩৭'$  পরিমিত ছেদকের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

$$\text{উঃ। } ১৫১৯৪ \text{ বর্গ গজ।}$$

৬। যে রস্তক্ষেদকের ব্যাসার্ধ ২৫ ফুট এবং চাপের  
পরিমাণ  $১৪৭^\circ ২৯'$  তাহার কালি কত স্থির কর।

$$\text{উঃ। প্রায় } ৮০৪.৪ \text{ বর্গ ফুট।}$$

৭। যদি একটি রস্তক্ষেদকের চাপের জ্যার পরিমাণ  
১২ ফুট ও চাপের শর বা উচ্চতা ৬ ফুট হয়, তাহা হইলে  
তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ। ২০৮.৫৭২ বর্গ ফুট।

৮। যদি রস্তক্ষেদক বৃত্তাক্ষ অংগে বহুত্ব হয় ও  
তাহার জ্যার পরিমাণ ১২ ফুট এবং ব্যাসের পরিমাণ ১৫  
ফুট হয়, তাহা হইলে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

$$\text{উঃ। } ১২৪.৫ \text{ বর্গ ফুট।}$$

৯। কোন বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ৯ বর্গ ফুট এবং  
 ব্যাস ৫ ফুট; তাহা হইলে বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের চাপের অংশ পরিমাণ কত ?  
 এখানে, সমুদায় বৃত্তের ক্ষেত্রফল =  $৫^2 \times .৭৮৫৪$ ।  
 ∴ ১° পরিমিত বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল =  $\frac{৫^2 \times .৭৮৫৪}{৩৬০}$ ,

অতএব নির্দিষ্ট বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের অংশ পরিমাণ = ৯।  
 ১° বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল =  $৯ \div \frac{৫^2 \times .৭৮৫৪}{৩৬০} =$   
 ১৬৫' ৮" ৪"।

১০। যে বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ১৮ বর্গ ফুট, ও ব্যাস  
 ৯ ফুট, তাহাব অংশ পরিমাণ কত ? উত্ত। ১০১° ৫১' ৩২"

### ১০ম সম্পাদনা ।

কোন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তখণ্ডের চাপ দ্বারা যে বৃত্তক্ষেত্র  
 হইতে পারে তাহার ক্ষেত্রফল পূর্ব সম্পাদ্যের দ্বারা  
 সমাধান কর; পরে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ও বৃত্তক্ষেত্রদ্বয়ের দুইটি  
 বাস দ্বারা যে ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তাহার কালি  
 করিয়া পূর্ব লব্ধ ক্ষেত্রফল হইতে বিয়োগ কর, বিয়োগ-  
 ফল বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইবে।

২। বৃত্তখণ্ড সামিরস্ত্র অপেক্ষা বহু হইলে অবশিষ্ট  
 বৃত্তখণ্ডের কালি নির্ণয় করিয়া সমুদায় বৃত্তের কালি হইতে  
 বিয়োগ কর, বিয়োগফল উক্ত বৃত্তখণ্ডের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। ঘ জ গ খ চ ঘ বৃত্তখণ্ডের জ্যা ঘ খ

## ভূমি পরিমাপ

পরিমাপ ১২ ফুট এবং ব্যাসার্দ্ধ গ ম বা খ ম ১০ ফুট হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

এখানে, প্রথমে গ চ ও খ গ-র পরিমাপ স্থির কর, আর দ্বিতীয় ভাগের চ ম সম্পাদ্যের দ্বারা গ গ খ চাপের দীর্ঘত্বের পরিমাপ নির্দেশ কর। পরে ১ম নিয়মানুসারে গ গ খ বৃত্তখণ্ডের পরিমাপ স্থর করিতে হইবে, যথা :—



$$গ ম = \sqrt{খ ম^2 - খ চ^2} = \sqrt{১০^2 - ৮^2} = ৬,$$

$$গ চ = গ ম - চ ম = ১০ - ৮ = ২, \text{ এবং}$$

$$গ খ = \sqrt{খ চ^2 + গ চ^2} = \sqrt{৬^2 + ২^2} =$$

৬.৩২৪৫৫৫; এতদ্বারা গ গ খ চাপের দীর্ঘতা

$$= \frac{৬.৩২৪৫৫৫ \times ৮ - ১২}{৩} = ৩৮.৫২৬৪, \text{ এবং}$$

১ম নিয়মানুসারে গ গ খ বৃত্তখণ্ডের পরিমাপ =  
 $\frac{৩৮.৫২৬৪}{৩} \times ১০ - \frac{১}{২} (১২ \times ৮) = ১৬.৩২৭৪$   
 বর্গ ফুট।

২। গ খ ঘ জ বৃত্তখণ্ডের গ গ খ কুটিল রেখার পরি-  
 মাপ ৩৭° ও ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত  
 হইবে? উঃ। ১২.৬ বর্গ ফুট।

৩। একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর বাহার ব্যাসার্দ্ধ ৮; অনন্তর ১৫ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটি বৃত্ত এরূপে অঙ্কিত কর যে উহার পরিধি পূর্ব অঙ্কিত বৃত্তের কেন্দ্র দিয়া গমন

## ক্ষেত্রব্যবহার

করে ; এইক্ষণে দুইটি রক্তের পরিধির অন্তর্গত স্থানের বর্গ পরিমাণ কত ? উঃ। ৫২.০৭।

৪। যে রক্তখণ্ডের শর-পরিমাণ ২ ফুট এবং জ্যা ২.০ ফুট তাহার কালি কত স্থির কর। উঃ। ২৬.৮৭৩১৮।

৫। একটি রক্তখাণ্ডের শর ১৮ ফুট, এবং বাস ৫০ ফুট উহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ৬৩৬.৬২৫

৬। যদি একটি রক্তখাণ্ডের জ্যার পরিমাণ ১৬ ফুট ও বাসের পরিমাণ ২০ ফুট হয়, তাহা হইলে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ? উঃ। ৯৯.৭২২২।

৭। রক্ত পরিধি ২৫ ফুট হইলে যদি রক্ত খাণ্ডের চাপ ঐ রক্তের ষড়ংশ হয়, তাহা হইলে রক্ত খাণ্ডের কালি কত ? উঃ। ১৪৩১২ বর্গ ফুট।

৮। একটি রক্তখাণ্ডের জ্যা ৪০ ফুট ও শর ৮ ফুট হইলে, উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ? উঃ। প্রায় ২১২.৭৩ বর্গ ফুট।

## ১১শ সম্পাদ্য।

রক্তাকার মণ্ডলের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

( দ্বিতীয় ভাগের ১০ম সম্পাদ্যের প্রতিকৃতি দেখ )

নিয়ম। মণ্ডলকে একটি বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর, যথা ক খ ঘ গ। পরে ক খ ঘ গ বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ও খ কা ঘ ও ক গ দুইটি রক্তখাণ্ডের কালি, ওয়

১৯ম সম্পাদার দ্বারা সমাধান করিয়া ক্ষেত্রফল গুলি যোগ কর, সোপকল মন্তলের কালি হইবে।

উদাহরণ ১। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের চিত্রের ৪২ ফুট এবং দুইটি সমান্তরাল জায়গার পরিমাণ ৪৮ ও ৩৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ।  $২৫৩.৫১$  বর্গ গজ।

২। একটি মণ্ডলের দুইটি সমান্তরাল সীমার প্রত্যেকের পরিমাণ ১০০ গজ, এবং বাহ্যিকের পরিমাণ ৭২ গজ, তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ।  $১৫০০$  বর্গ গজ।

৩। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটি সমান্তরাল জায়গার প্রত্যেকের পরিমাণ ২৫ ফুট, এবং মাজার বাস ক পরিমাণ ৫ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে? উঃ।  $৫৮৫$  বর্গ ফুট।

### ১৯শ সম্পাদা।

ক গ থ ঘ ক অর্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

ক গ থ ঘ ক অর্ধচন্দ্রাকৃতির দুইটি চাপের জায়গা ক থ ঘ র। যে ক গ থ ও ক ঘ থ বৃত্তখণ্ড উৎপন্ন হইয়াছে তাহার দৈর্ঘ্য ক্ষেত্রফল ৯ম



সম্পাদার দ্বারা সমাধান কর। পরে বহিঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইবে, অন্তরস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল যোগ করিলে অর্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির কালি হইবে।



উদাহরণ ১। যে অর্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা ক খ ২৪ ফুট, এবং মাহার দুইটি চাপের শরদ্বয় ৫ ও ৩ই ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?  
উঃ । ২৫৯ বর্গ ফুট ।

২। যে অর্ধচন্দ্রাকৃতি ভূমির জ্যা ৪০ ফুট এবং মাহার দুইটি চাপের শরদ্বয় ৪ ও ২০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?  
উঃ । ৫৭.৪৬৭ বর্গ গজ ।

### ১৩শ সম্পাদ্য ।

ত্রিভুজের অন্তর্গত ও বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি ।

১ম নিয়ম । ত্রিভুজের ত্রিগুণিত ক্ষেত্রফলকে তিনটি বাহুর সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল এই ত্রিভুজের অন্তর্গত বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধের সমান হইবে । অতরাং ৭ম সম্পাদ্যানুসারে ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে এই বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে ।

২য় নিয়ম । ত্রিভুজের বাহুত্রয়কে পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে ত্রিভুজের ত্রিগুণিত ক্ষেত্রফলদ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল এই ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের সমান হইবে । অতরাং ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল ত্রিভুজের বহিঃস্থ বৃত্তক্ষেত্রের কালি হইবে ।

১ম উদাহরণ । যে ত্রিভুজের ভূজ এবং কোটি যথাক্রমে ৮ ও ৬ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত ?

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $= ৮ \times ৬ \div ২ = ২৪$ ; ত্রিভুজের  
 অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $= ২৪ \times ২ \div (৬ + ৮ + ১০)$   
 $= ২$ , বৃত্তের কালি  $= ২^২ \times ৩.১৪১৬ = ১২.৫৬৬৪$   
 বর্গহাত।

২য় উদাহরণ। যে ত্রিভুজের ভূমি ১৮ হাত ও কর্ণ  
 ৩০ হাত, তাহার ভিতরে অঙ্কিত বৃত্তের কালি কত?

উঃ। ১১৩.০৯৭৬ বর্গহাত।

৩য় উদাহরণ। ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৩, ৪, ও  
 ৫ হটলে উহার বহিঃস্থ বৃত্তের কালি কত হইবে?

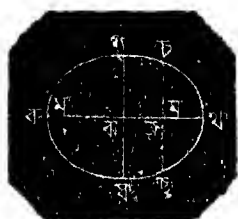
উঃ। ১৫.৭০৮০।

### ১৪শ সম্পাদ্য।

বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে।

১ম নিয়ম। বৃত্তাভাসের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে  
 উহার গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে, ৭৮৫৪ দিয়া  
 গুণ করিলেই হয়।

নিয়মানুসার। বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের  
 লঘিষ্ঠ ব্যাসার্ধকে গরিষ্ঠ ব্যাসার্ধ  
 দিয়া গুণ করিয়া, গুণফলকে  
 ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে,  
 উহার ক্ষেত্রফল স্থির হয়।



উদাহরণ ১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস  
 ৬ হাত ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৪ হাত, তাহার কালি কত?

এখানে, কালি = লম্বিষ্ঠ বাস  $\times$  লম্বিষ্ঠ বাস  $\times$   
 $.৭৮৫৪ = ৬ \times ৪ \times .৭৮৫৪ = ১৮.৬৪৯৬$  বর্গ হস্ত।

২। কোন বাগানের মধ্যে একটা অষ্টাকার শাপ্প-  
 বীথিকার গরিষ্ঠ বাস ৩০০ ফুট ও লম্বিষ্ঠ বাস ২০০ ফুট,  
 এই শাপ্পবীথিকার কালি কত?

উঃ।  $৫২৩৬$  বর্গ গজ =  $১$  একর  $৩৯৬$  বর্গ গজ।

৩। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ বাস ২১৪ হাত এবং  
 লম্বিষ্ঠ বাস ১৯২ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ।  $৩২২৭০.৫১৫১$  :

৪। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ বাস ৭০ গজ এবং লম্বিষ্ঠ  
 বাস ৫০ গজ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ।  $২৭৪৮$  বর্গ গজ  $৮$  ফুট।

৫। কোন বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লম্বিষ্ঠ বাসার্জ যথাক্রমে  
 $৪৯$  ও  $৩৫$ , যে বৃত্তের পরিমাণ এই বৃত্তাভাসের  
 সমান তাহার সান্নিধ্যাসের পরিমাণ কত? উঃ।  $৩৫$

৬। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ও লম্বিষ্ঠ বাস যথাক্রমে  
 $২৪$  ও  $৩০$  হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত? এবং যদি গরিষ্ঠ  
 বাসের এক প্রান্ত হইতে  $১০$  হাত দূরে পরিধি পর্য্যন্ত  
 একটিলম্ব অঙ্কিত করায় তাহা হইলে এই লম্বেরই ব.  
 পরিমাণ কত হইবে?

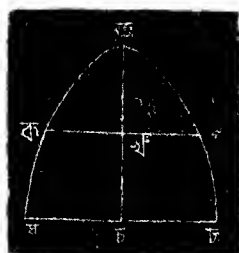
উঃ।  $৮০১.১$  বর্গ হস্ত। লম্ব =  $১৮৬.৮৫$  হস্ত

১৫শ সাল্পাদ্য ।

ক্ষেপণী \* আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে ।

১ম নিয়ম । অক্ষদণ্ডের পরিমাণকে ভূমিপরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অংশত্রয়ের দুই অংশ লইলেই ক্ষেপণী আকারের ভূমির ক্ষেত্রফল স্থির হয় ।

উদাহরণ ১ম । ক ক গ  
ক্ষেপণী আকারের ভূমির  
অক্ষদণ্ড বা সর্বাঙ্গিক বিস্তার  
ক খ ২ ফুট এবং উহার ভূমি  
ক গ ১২ ফুট ; উহার ক্ষেত্রফল  
কত ?



এখানে, ক্ষেত্রফল =  $\frac{2}{3} \times ১২ \times ২ = ১৬$  বর্গ ফুট

২য় । যে ক্ষেপণীর তল-রেখা ২০ ফুট এবং অক্ষদণ্ড বা সর্বাঙ্গিক বিস্তার ১৮ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

উঃ । ২৭০ বর্গ ফুট

৩। যে ক্ষেপণীর তল-রেখা ১২০ হাত এবং সর্বাঙ্গিক বিস্তার ১০ হাত, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

উঃ । ৮০০ বর্গ হস্ত ।

\* ক্ষেপণী অসীম; সুতরাং তাহার কালি নিরূপণ করা দুঃসাধ্য; অতএব ক্ষেপণী ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে ও অর্ধে ক্ষেপণীর এক ঋণের পরিমাণ বুঝাইবে ।

## ১৬শা সম্পাদা।

ক গ ছ ঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি করিতে হইবে।

নিয়ম। ক্ষেপণীমণ্ডলের উভয় পার্শ্বের পরিমাণকে ত্রিঘাত করিয়া একটী ত্রিঘাত হইতে অপরটী বিয়োগ কর। পরে ঐ বিয়োগফলকে ক্ষেপণীমণ্ডলের বিস্তারের দ্বিগুণ পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, এবং ঐ গুণফলকে পার্শ্বদ্বয়ের বর্গান্তরের তিন গুণ দিয়া ভাগ কর। ভাগফল ক্ষেপণীমণ্ডলের কালি হইবে।

১। ক গ ছ ঘ ক্ষেপণীমণ্ডলের ক গ ও হ ঘ পার্শ্বদ্বয় যথাক্রমে ৬ ও ১০ হাত এবং বিস্তার খ চ ৪ হাত, উহার ক্ষেত্রফল কত?

$$\begin{array}{rcl} \text{ছ ঘ পার্শ্ব} & = & ১০ \text{ বর্গ } ১০০ \quad \text{ঘন } ১০০০ \\ \text{ক গ ঐ} & = & ৬ \quad \text{.. } ৩৬ \quad \text{, } \quad ২১৬ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ৬৪ \text{ বিয়োগফল } ৭৮৪ \\ ৩ \\ \hline ২০২ ) \end{array} \quad \begin{array}{r} ৮ = ২ \text{ খ চ} \\ \hline ৬২৭২ \left\{ \begin{array}{l} ৩২ \times ৩৬ = \\ ৫১২ \quad \left\{ \begin{array}{l} ৩২ \times ৬ = \\ ১৯২ \end{array} \right. \\ ৩৮৪ \end{array} \right. \text{ক্ষেত্রফল।} \\ \hline ১২৮ \end{array}$$

২। যে ক্ষেপণীমণ্ডলের পার্শ্বদ্বয় যথাক্রমে ৬ ও ২০ ফুট এবং বিস্তার ৩ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

উঃ। ২৪ ই বর্গ ফুট

১৭ শা সম্পাদ্য ।

মরল বা বক্রাকার রেখা দ্বারা বেষ্টিত বিষম ক্ষেত্রের কালি করিতে হইবে ।

প্রথমতঃ । ক্ষেত্র অগ্রশস্ত এবং লম্বা হইলে নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হইবে । যথা—

ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে সমান্তর কতিপয় লম্ব রেখা দ্বারা বিভাগ করিয়া প্রথম ও শেষ লম্ব রেখার যোগাঙ্কপরিমাণের সহিত ঐ দুই রেখার মধ্যগত সমস্ত অঙ্কিত লম্ব রেখার পরিমাণ যোগ কর ; পরে ঐ যোগফলকে বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির সাধারণ ব্যবধানপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে, গুণফল বিষম ক্ষেত্রের কালি হইবে ।

দ্বিতীয়তঃ । ক্ষেত্র অগ্রশস্ত ও লম্বা এবং উহার দৈর্ঘ্য অসমান্তর রেখাদ্বারা বিভাজিত হইলে নিম্ন লিখিত নিয়মদ্বয় অবলম্বন করিতে হইবে ।

১ম । ক্ষেত্রের অন্তর্গত বিষম চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের পৃথক্ পৃথক্ কালি করিয়া সমষ্টি করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয় ।

২ । ক্ষেত্রের সমুদায় বিস্তার অর্থাৎ লম্ব রেখাগুলির পরিমাণ যোগ করিয়া, যোগফলকে বিস্তার রেখার সংখ্যার দ্বারা ভাগ করিলে, ভাগফল উক্ত ক্ষেত্রের বিস্তারের গড় হইবে ; পরে ঐ গড় বিস্তারকে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ করিলে যাহা হইবে তাহাই ক্ষেত্রের কালি ।

উদাহরণ ১ । ক গ গ ঘ একটি বিষম ক্ষেত্র, ইহা ব ক, চ চ, জ ঘ, ট ঠ ও গ খ পাঁচটি সমান্তর রেখা দ্বারা

বিভাজিত হইয়াছে। যদি ঘ ক ৮.২ ফুট, চ ছ ৭.৪ ফুট, জ ঝ ৯.২ ফুট, ট ঠ ১০.২ ফুট, গ খ ৮.৬ ফুট এবং উহাদের মধ্যগত ব্যবধান ৫০ ফুট হয়, তাহা হইলে উক্ত ক্ষেত্রের কালি কত স্থির কর।

অথবা প্রশ্নটির ১ ম নিয়ম দ্বারা

$$\begin{array}{r}
 ৮.২ \\
 ৮.৬ \\
 \hline
 ২) ১৬.৮ = \text{যোগফল} \\
 \hline
 ৮.৪ = \text{যোগার্জ} \\
 ৭.৪ \\
 ২.২ \\
 ১০.২ \\
 \hline
 ৩৫.২ \\
 ৫০ \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$



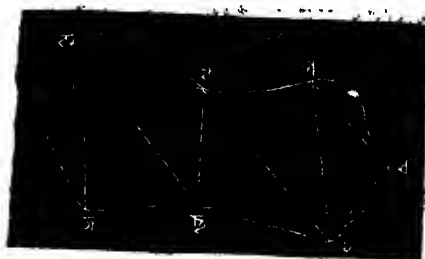
কালি = ১৭৬০.০ বর্গফুট।

২। এক খানি অসরল তক্তা লম্বে ২৫ ফুট, এবং উহার ওলি সমান্তর লম্ব বিস্তারের পরিমাণ ১৭.৪, ২০.৬, ১৪.২, ১৬.৫, ২০.১ এবং ২৩.৪ ইঞ্চ হইলে, উক্ত অসরল তক্তার কালি কত স্থির কর।

উঃ। ৩০২৪ বর্গফুট।

তৃতীয়তঃ। ক্ষেত্রের বিস্তার অধিক ও তাহার ধার অসরল হইলে তাহাকে একপ চতুর্ভুজ অথবা ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রে বিভাগ কর যাহাতে কার্যসৌকর্য্য হয়; অনন্তর ঐ চতুর্ভুজ বা ত্রিভুজ সমুদায়ের কালি কর। পশ্চাৎ ঐ চতুর্ভুজ

ও ত্রিভুজাদির বাহু হইতে ক্ষেত্রের বক্রাকার সীমান্তাগে কতিপয় লম্ব পাত করিয়া যে কএক খণ্ড ভূমি হইবে সে সমুদায়ের কালি একত্র করিয়া উক্ত চতুর্ভুজ ও ত্রিভুজাদি ক্ষেত্রের কালিতে যোগ করিলে প্রকৃত ক্ষেত্রের কালি হইবে। অতাস্ত সূক্ষ্ম হিসাব করিতে না হইলে ভূমির দশ পনের জায়গার দৈর্ঘ্যের গড় ও দশ পনের জায়গার বিস্তারের গড় ধরিয়া, পরস্পর গুণ করিলে যে গুণফল হয়, তাহাই ধরা গিয়া থাকে।



উদাহরণ। কথগঘচছজ চিত্রিত ভূমির কালি করিতে হইলে উহাকে কথছজ ও খগচছ ছইটি বিষম চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে এবং গঘচ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভাগ কর। পরে কথ, কজ, চঘ ও গঘ হইতে ক্ষেত্রের বক্র সীমা পর্য্যন্ত কতিপয় লম্ব রেখা পাত কর। অনন্তর ৪র্থ সম্পাদ্য দ্বারা কছ ও খচ কর রেখার উপর লম্ব পাত করিয়া কথছজ ও খগচছ বিষম চতুর্ভুজের কালি, এবং দ্বিতীয় সম্পাদ্য দ্বারা গঘচ ত্রিভুজের কালি, পরে ১৭শ সম্পাদ্য দ্বারা অবশিষ্ট ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের ক্ষেত্রফল স্থির করিয়া সমুদায় সমষ্টি করিলে কথগঘচছজ চিত্রিত ভূমির কালি হইবে।



## দ্বিতীয় ভাগ ।

### রৈখিক পরিমাণ ।

রৈখিক, বর্গ এবং ঘন পরিমাণ নিরূপণ করা গণিত শাস্ত্রের যে অংশের উদ্দেশ্য তাহার নাম পরিমাপক বিদ্যা বা ক্ষেত্রব্যবহার ।

ক্ষেত্রব্যবহার তিন ভাগে বিভক্ত ; যথা, রৈখিক পরিমাণ, ধরাতলিক অর্থাৎ বর্গ পরিমাণ ও ঘন পরিমাণ ।

কোন পদার্থের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে, তাহার বর্গ অথবা ঘন ফল একবারে কোন উপায় দ্বারা নির্ণয় হয় না । করীপী ফিতা বা গজ উতাদি দ্বারা তাহার রৈখিক পরিমাণ লইয়া পশ্চাৎ দে সকল নিয়মাবলী প্রদত্ত চতুস্কোণ তদ্বারা সরল রৈখিক পরিমাণ হইতে বর্গ ও ঘন ফল নিরূপিত হয়, যথা, একটা বর্গ ক্ষেত্রের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইলে তাহার দৈর্ঘ্য, ও প্রস্থের অর্থাৎ ঐ ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ লইতে হয় ; এবং এই দুইটা রৈখিক পরিমাণ একত্র গুণ করিলে তাহার বর্গফল নিরূপিত হয় । একটা বাস্তব দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার পরিমাণের ধারাবাহিক গুণন দ্বারা ঘনফল স্থির করা যায়, কিন্তু এই তিনটির প্রত্যেকটাই ঐ বাস্তব রৈখিক পরিমাণ ।

রৈখিক পরিমাণ কখন বর্গ অথবা ঘন হইতে পারে না ।  
 দুইটি রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা বর্গ ও তিনটির গুণন  
 দ্বারা ঘনফল উৎপন্ন হয় । কোন ক্ষেত্রের বর্গফল ৪ হাত  
 হইলে তাহা ৪ বর্গ হাত দ্বারা নির্দেশ করা যায় ; ঘন-  
 ফল ৪ হাত হইলে উক্ত কলকে ৪ ঘন হাত বলা যায় ,  
 কিন্তু ইহা যদি কোন ক্ষেত্রের রৈখিক পরিমাণ হয় তাহা  
 হইলে বর্গ বা ঘন না বলিয়া কেবল ৪ হাত বলিতে হয় ।

দুইটি রৈখিক পরিমাণের গুণন দ্বারা যে ফল উৎপন্ন  
 হয় তাহাকে বর্গপরিমাণ বা ক্ষেত্রফল কহে ।

তিনটি রৈখিক পরিমাণের অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও  
 বেধের ধারাবাহিক গুণনে যে ফল উৎপন্ন হয়, তাহাকে  
 ঘন পরিমাণ বা ঘনফল কহে ।

কোন বর্গ পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ দ্বারা গুণ  
 করিলে যে ফল লব্ধ হয় তাহাকে ঘনফল কহে । সুতরাং  
 কোন ঘনফলকে বর্গ ফল দ্বারা বিভাজিত করিলে  
 তাহার ভাগফল রৈখিক পরিমাণ হয়, এবং রৈখিক  
 পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল বর্গ ফল হয় ।

বস্তু ও স্থানের দৈর্ঘ্যাদি মাপিবার দ্বারা ।

২৪ অঙ্গুলে ..	১ হাত ।	১হা, (সাংকেতিক চিহ্ন)
৪ হাতে ..	১ ধলু ।	১ধ,
২০০০ ধলুতে বা } ৮০০০ হাতে }	..	১ কোশ । ১কো,
৪ কোশে ..	১ যোজন ।	১যো,

১২ ইঞ্চিতে	..	১ ফুট।	১ ফু.
১৮ ইঞ্চিতে	..	১ হাত।	১ হা.
৩ ফুটে	..	১ গজ অথবা ২ হাত।	১ গ.
৬ ফুটে	.	১ ফেগম।	১ ফে.
৫ইগজে	...	১ পোল বা রুড।	১ পো.
৪ পোলে	..	২ চেইন বা শৃঙ্খল।	২ চে.
১০ চেইনে	..	১ ফারলং।	১ ফে.
১৭৬০ গজে বা	}	..	১ মাইল।
৩৫২০ হাত কিম্বা ৮ ফারলং			
২ মাইলে বা	}	...	ইঙ্গবেজী ১ ক্রোশ।
১০৪০ হাতে			
৩ মাইলে	..	১ লিগ।	১ লি।
৬ মাইলে	..	১ ডিগ্রি।	১ ডি।

এখন ৮০০০ হাতে ক্রোশ না পরিয়া অনেকে ২ মাইলে অর্থাৎ ৭০৪০ হাতে ক্রোশ পরিয়া থাকে। কাপড়ের মাপে হাত ও গজ, রাজ মিস্ত্রী ও ছুতার মিস্ত্রীর হিসাবে ফুট ও ইঞ্চি ব্যবহার হয়।

ভূমির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপিবার সময় আরও এক প্রণালী অবলম্বন করা গিয়া থাকে। সে প্রণালী এই।

৪ হাতে ১ রৈখিক কাঠা অথবা এক কাঠা লম্বা ১/১

৮০ হাতে বা } .. ১ রৈখিক বিঘা অথবা  
২০ রৈখিক কাঠায় } ১ বিঘা লম্বা ১/১০

১ম সম্পাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি, কোটি ও কর্ণ এই তিনটির কোন দুইটি পরিজ্ঞাত থাকিলে অপরটি কিরূপে নির্ণয় করিতে হইবে।

সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ সম্বন্ধীন ভূজের বর্গ অপর দুই বাহুর অর্বাৎ ভূজ এবং কোটির বর্গের যোগ ভূম্য। ( ব্যঃ জ্যঃ ৩৫ শ প্রতিজ্ঞা ) :-

- ১ নিয়ম। ভূমিকোটির বর্গসমষ্টির মূল কর্ণ।
- ২ নিয়ম। ভূমিকর্ণের বর্গান্তরের মূল কোটি।
- ৩ নিয়ম। কোটিকর্ণের বর্গান্তরের মূল ভূমি।

ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ,  
বাহুর ক খ গ কোণ সমকোণ।

এই ত্রিভুজের ভূমি ক খ রেখা ত অক্ষর দ্বারা নির্দেশ কর, এবং কোটি ও কর্ণ খ গ ও ক গ যথাক্রমে ল এবং ক অক্ষর দ্বারা নির্দেশ কর। এইরূপে ব্যবহারিক জ্যামিতির ৩৫শ প্রতিজ্ঞা হইতে এই তিনটি পূত্র উৎপন্ন হইতে পারে, যথা—



সূত্র। (১)  $ক = \sqrt{ভ^2 + ল^2}$ ,

(২)  $ভ = \sqrt{ক^2 - ল^2}$ , এবং

(৩)  $ল = \sqrt{ক^2 - ভ^2}$ ।

উদাহরণ ১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি

১৯৬

বৈজ্ঞানিক পরিমাপ

১. এবং কোটি ৩০ ফুট তাহার কর্ণ পরিমাণ কত হইবে ?  
১ম. স্থানাঙ্কসারে।

$$\begin{array}{r} 80 \quad 30 \\ \hline 1600 \quad 900 \\ \hline 2500 \quad (50 = \text{কর্ণ ক গ।}) \\ \hline 25 \\ \hline 50 \end{array}$$

২। কর্ণ পরিমাণ ৬৫ এবং ভূমি পরিমাণ ৫৬ ফুট, কোটি কত হইবে ?

$$65 \times 65 = 8225 \quad 56 \times 56 = 3136$$

$$8225 - 3136 = 5089 \quad (33 \text{ ফুট} = \text{কোটি খ গ})$$

২

$$33 \times 33 = 1089$$

$$1089$$

৩। একটি ঘোড়ার ৩৩ ফুট উচ্চ, এবং তাহার নীচেই ১৮ ফুট দিষ্টার একটি খাল আছে, স্থান কল্পে কত ফুট লম্বা এক খানা মৈ হইলে তাহার উপরে উঠিতে পারা যাইবে ?

$$উঃ। ৩৮ \frac{1}{2} \text{ ফুট}$$

৪। একটি বর্গক্ষেত্রের এক পার্শ্বের পরিমাণ ১০০ গজ তাহার কর্ণ রেখার পরিমাণ কত হইবে ?

$$উঃ। ১৪১.৪ \text{ গজ}$$

৫। একটি প্রাচীরের পাশ দিয়া একটি রাস্তা আছে। ঐ রাস্তার বিস্তার ৭ হাত। রাস্তার ধার হইতে ২ হাত অন্তরে ১৫ হাত দীর্ঘ এক খানা মৈ রাখিলেই ঐ প্রাচীরের ঠিক উপরে লাগে। প্রাচীর কত হাত উচ্চ?

উঃ। ১২ হাত।

৬। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভূজের পরিমাণ ১০ ফুট তাহার লম্বপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। প্রায় ৮ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৭। কোন একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি-পরিমাণ ২৫ ফুট এবং ভূজদ্বয় প্রত্যেকে ৩২ ই ফুট, তাহার লম্ব পরিমাণ কত?

উঃ। ৩০ ফুট।

৮। কোন বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১০ গজ তাহার বাহুপরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ৭ গজ ০ ফুট ২ ইঞ্চ।

৯। সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ পাশবর্জী ভূজ দুইটির পরিমাণ যদি ৩৩ হাত ও ৪৪ হাত হয়, তবে সমকোণ সম্মুখীন ভূজের পরিমাণ কত হইবেক?

উঃ। ৫৫ হাত।

১০। এক দেওয়ালের ৩৫ ফুট অন্তর হইতে ২১ ফুট লম্বা একটি বাঁশ ঠিক ঐ দেওয়ালের উপরি ভাগে লাগান হইয়াছে, দেওয়ালটি কত উচ্চ? উঃ। ৮৪ ফুট।

১১। এক খানি সিঁড়ি ১০০ হস্ত উচ্চ একটি প্রাচীরের সহিত লম্বভাবে সংলগ্ন হইয়া ঠিক তাহার মাথায় মাথায় ছিল; পরে বধন ঐ সিঁড়ির নিম্ন ভাগ ১০

কত সরান হয়, তখন তাহার অগ্রভাগ প্রাচীরের  
কোন স্থানে সংলগ্ন ছিল স্থির কর?

উঃ। প্রায় ১২ ফুট ৬ ইঞ্চি।

## ২য় সম্পাদ্য।

যদি দুইটি সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রের মধ্যে একটির দুইটি  
বাহুর পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকে ও অপরটির উক্ত নির্দিষ্ট  
বাহুদ্বয়ের সবগীয় কোন বাহুর পরিমাণ জানা থাকে তাহা  
হইলে অবশিষ্ট সবগীয় বাহুর পরিমাণ কিরূপে নির্ণয়  
হইবে।

নিয়ম। ক খ গ ও চ হ জ দুই সদৃশ ত্রিভুজ। এখন  
(৪৬ প্রতিজ্ঞানুসারে)

ক খ : খ গ : : চ হ : হ জ, অথবা চ হ : হ জ : :  
ক খ : খ গ।



## উদাহরণ মালা।

১। যদি ৪ ফুট বাঁশ কুমিতে লম্বা ভাবে ঝুলিলে তাহার  
চায়া ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে যে কুমার। ঝুলিরের চায়া  
৮ ফুট তাহার উচ্চতা কত?

ছ জ রেখাকে বাঁশ ও খ গ রেখাকে মন্দির বালিয়া বিন্যাস  
কর, আর চ ছ ও ক খ রেখাদ্বয়ে বাঁশ ও মন্দিরের ছায়া  
অনুরূপ বালিয়া বোধ কর । এইভাবে বাঁশে অগ্রভাগ  
জ ছায়া শেষ সীমা চ সংযুক্ত কর, এবং মন্দিরের অগ্রভাগ  
গ ছায়া শেষ সীমা ক সংযুক্ত কর । তাহা হইলে  
ক খ গ ও চ ছ জ মন্দির বিভূজ হইবে ।

তাহাতে চ ছ জ জ ৫২ ক খ ৩ খ গ,

অর্থঃ ৫ ২ ৩ ৪ ১ ৮ ৩ ৪ ৬ ১ ২

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 5 \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

অতএব মন্দির উচ্চতা = ৬৬ ১/২ ফুট ।

যদি চারিটা রাশি সমানুপাতিক হয়, তাহা হইলে  
তাহাদের অন্য রাশি দুইটির গুণফল মধ্যম রাশি  
দুইটির গুণফলের সমান হইবে ।

সমানুপাতের এই ধর্ম খ.কাতে অনায়াসে সম্প্রমাণ  
হইতেছে যে, মধ্যম রাশি দুইটির গুণফলকে অন্ত্য রাশি  
দুইটির অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর অস্ত্য রাশিটি  
লব্ধ হয় ; এবং অন্ত্য রাশি দুইটির গুণফলকে মধ্যম  
রাশিদ্বয়ের অন্যতর দ্বারা ভাগ করিলে অপর মধ্যম রাশিটি  
লব্ধ হয় ।

২। যদি একটি বর্গ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট  
এবং কর্ণের পরিমাণ ৭.০৭১ ফুট হয়, তবে যে বর্গ ক্ষেত্রের  
কর্ণের পরিমাণ ৪ ফুট তাহার বাহুর পরিমাণ কত হইবে ?

উঃ। প্রায় ২ ফুট ১০ ইঞ্চ ।



৩। চার ফুট লম্বা এমন একটি বাঁশের ছায়া যদি ৩ ফুট হয়, তবে যে কীৰ্ত্তিত্বাস্তুর ছায়া'র পরিমাণ ১৫:৫ ফুট, তাহার উচ্চতা কত ? উঃ। ২০০ ফুট।

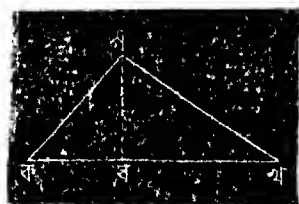
৪। দশ ফুট লম্বা এমন একটি যষ্টির ছায়া যদি ৭ ফুট হয়, তবে যে সকোণ সূচীর ছায়া ১৪০ ফুট তাহার উচ্চতা কত ? উঃ। ২০০ ফুট।

৫। ওই হাত মানুষ্যের ছায়া ৫'৬ হাত, আর একটি বাড়ীর ছায়া ৩৫ হাত, বাড়ীটির কত উচ্চ ? উঃ। ৩০ হাত।

### ৩য় সমস্যাদ্য।

কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় এবং ভূমির পরিমাণ পরিজ্ঞাত আছে তাহার লম্ব পরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

কথন একটি ত্রিভুজের খগ, কগ বাহুদ্বয় এবং ভূমি কথ-র পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, তাহার লম্ব গখ-র পরিমাণ খার্চা করিতে হইবে।



নিয়ম! খঘ ও ঘক ভূমির দুই খণ্ডের প্রত্যেকের পরিমাণ কত অগ্রে নির্ণয় করিতে হইবে। যদি খগ দুইটি বাহুর মধ্যে বৃহত্তর হয়, তাহা হইলে খঘ খণ্ডটিও দুই খণ্ডের মধ্যে বৃহত্তর হইবে। এইক্ষণে ভূমির সহিত

বাক্সদ্বয়ের যোগেও মাত্রাশ অন্তর্পাত, অর্থাৎ ক খঃ খ গ +  
গ ক, ব ছঃ ঘ ঘ অন্তর্বের মতিত ভূমিখণ্ডদ্বয়ের বিয়োগের  
ত্রাংশ অন্তর্পাত, অর্থাৎ খ গ --- গ কঃ খ ঘ --- ঘ ক;  
অপরা ক খঃ খ গ + গ কঃঃ খ গ --- গ কঃ  
খ ঘ --- ঘ ক। ভূমির খণ্ডদ্বয়ের বিয়োগ ফল সমুদায়  
ভূমির পরিমাণে যোগ করিয়া তদর্দ্ধ লইলেই রহস্তর  
খণ্ড খ ঘ-র পরিমাণ নির্ণয় হইবে, আর এই বিয়োগফল  
ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিয়া তদর্দ্ধ লইলেই ক্ষুদ্র  
খণ্ডের ( ক ঘ-ব) পরিমাণ নির্ণয় হইবে। পরে এই ভূমির  
অন্যতর খণ্ডের পরিমাণের বর্গ তৎসম্মিহিত সূক্ষ্ম কোণ  
মালেক্স ভূজের বর্গ হইতে অন্তর করিলে তাহার ভূমির  
মূল লম্বের পরিমাণ হইবে।

নিয়মান্তর। ত্রিভুজ ক্ষেত্র দুই ভূজের পরিমাণের  
সমষ্টিতে সেই ভূজদ্বয়ের পরস্পর বিয়োগফল দ্বারা  
গুণ করিয়া গুণফলকে ভূমি পরিমাণ দ্বারা ভাগ করিলে  
যে ফল হইবে, তাহা ভূমি পরিমাণে যোগ করিলে তাহার  
অর্দ্ধেক ভূমির রহস্ত অংশের পরিমাণ হইবে; এবং এই  
ফল ভূমিপরিমাণ হইতে অন্তর করিলে তদর্দ্ধ ভূমির  
ক্ষুদ্রাংশের পরিমাণ হইবে। এইক্ষেণে প্রত্যেক ভূজ ও তৎ-  
সম্মিহিত ভূমি খণ্ড দ্বারা এক একটা সমকোণিক ত্রিভুজ ক্ষেত্র  
উৎপন্ন হইবে, তাহা হইলে ১ন সম্পাদ্যের ২য় নিয়ম দ্বারা  
গ ঘ লম্বের পরিমাণ নির্ণয় হইবে।

গ ঘ লম্বের পরিমাণ ব্যবহারিক জ্যানিতির ৩৭শ  
প্রতিজ্ঞার দ্বারাও নির্ণয় হইতে পারে।

সূত্র : যদি ক খ, খ গ ও ক গ ক্রমশঃ অ, আ এবং ই অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে উপরি উক্ত অল্পপরিমাণের,

$$(১) \text{খ ঘ} - \text{ঘ ক} = \frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}}, \text{এতদ্বারা}$$

$$(২) \text{খ ঘ} = \left\{ \text{অ} + \frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}} \right\}, \text{এবং}$$

$$(৩) \text{ঘ ক} = \left\{ \text{অ} + \frac{\text{আ}^2 - \text{ই}^2}{\text{অ}} \right\}.$$

উদাহরণ মাল।

১. কোন ত্রিভুজের ভূত্বপরিমাণ, ৪২, ৪০ ও ২৬ ফুট। উচ্চতা দীর্ঘ ৩০ বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণ কত হইবে?

কঃঃ খ গ + ঘ কঃঃ খ গ - গ কঃঃ খ ঘ - ঘ ক, অর্থঃ,

৪২ = ৩৬ + ৪০ - ১২ = ২২, এবং  
 $\frac{1}{2}(৪২ - ২২) = ১০ \text{ ফুট} = \text{ঘ ক}।$  কিম্বা শেষ সূত্রানুসারে

$$\text{ঘ ক} = \left\{ ৪২ - \frac{৪০^2 - ২৬^2}{৪০} \right\} = ১০ \text{ ফুট, এবং}$$

$$\text{গ ক} = \sqrt{\text{গ ক}^2 - \text{ঘ ক}^2} = \sqrt{২৬^2 - ১০^2} = ২৪ \text{ ফুট}।$$

২। ভূমি ৩০ ফুট এবং দুই বাহু ক্রমশঃ ২৫ এবং ৩৫ ফুট এমনত এক ত্রিভুজ নির্দিষ্ট আছে, তাহার লম্ব-পরিমাণ কত নির্ণয় কর? উঃ। প্রায় ২৪ ফুট ৬ ইঞ্চি।

৩। ক খ গ ত্রিভুজের গ খ ১৫ হাত, ক গ ১৩ হাত  
ও ক খ ১৪ হাত হইলে গ ঘ লম্বের পরিমাণ কত?

উঃ। ১২ হাত ।

$$১৫ + ১৩ = ২৮ । ১৫ - ১৩ = ২ ;$$

$$২ \times ২৮ = ৫৬ । ৫৬ \div ১৪ = ৪ ।$$

$$১৪ - ৪ = ১০ ; ১০ \div ২ = ৫ = ক ঘ ।$$

$$১৪ + ৪ = ১৮ ; ১৮ \div ২ = ৯ = ঘ খ ।$$

$$\sqrt{ক ঘ^2 - ক গ^2} = গ ঘ, কিম্বা$$

$$\sqrt{৫^2 - ১৩^2} = ১২ = গ ঘ ।$$

### ৪র্থ সম্পাদ্য ।

একটি সমবাহক ও সমকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্রের বাহুর  
পরিমাণ নির্দিষ্ট আছে, তাহার অন্তর্গত ও বাহর্গত বৃত্তের  
ব্যাসার্ধ নির্ণয় করিতে হইবে ।

ক চ ট জ ঘ সমবাহক বহু-  
ভুজের বাহুর পরিমাণ জানা  
আছে, উহার অন্তর্গত ও উপরি  
অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ ন খ ও  
ম ক-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে  
হইবে ।



নিয়ম। নিম্ন লিখিত তালিকার বহুভুজের ভূজ সংখ্যা-  
হুসারে এই তালিকা হইতে অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধ পরিমাণ  
লইয়া, তাহা উক্ত বহুভুজের বাহু পরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে  
উক্ত বহুভুজের অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় হয় ; এবং

সেই সংখ্যক ভূজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধপরিমাণ লইয়া উক্ত বহুভুজের বাহুপরিমাণ দ্বারা গুণ করিলে ঐ বহুভুজের উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ জানা যায়।

### বহু ভুজসংক্রান্ত তালিকা ।

বাহু সংখ্যা	আকার	অন্তর্গত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ- পরিমাণ	বহির্ভূত ব্যাসার্দ্ধ- পরিমাণ	ক্ষেত্রফল ।
৩	ত্রিকোণ .. ..	২৮৮৭	৫৭৭৩	০.৪৩৩০
৪	চতুর্ভুজ বা বর্গ ..	৫০০০	৭০৭১	১.০০০০
৫	পঞ্চভুজ .. ..	৬৮৮২	৮৫০৬	১.৭২০৫
৬	ষড়ভুজ .. ..	৮৬৬০	১.০০০০	২.৫৯৮১
৭	সপ্তভুজ .. ..	১.০৩৮৩	১.১৫২৪	৩.৬৩৩২
৮	অষ্টভুজ .. ..	১.২০৭১	১.৩০৬৬	৪.৮২৮৪
৯	নবভুজ .. ..	১.৩৭৩৭	১.৪৬১২	৬.১৮১৮
১০	দশভুজ .. ..	১.৫৩৮৮	১.৬১৮০	৭.৬২৪২
১১	একাদশভুজ .. ..	১.৭০২৮	১.৭৭৪৭	৯.৩৬৫৬
১২	দ্বাদশভুজ .. ..	১.৮৬৬০	১.৯৩১২	১১.১৯৬২

উদাহরণ ১। যে সমবাহক ও সমকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫ ফুট ১ ইঞ্চি তাহার অন্তর্গত ও উপরি অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ কত ?

উঃ। ৩ ফুট ৬ ইঞ্চি, এবং ৪ ফুট ৩.৭ ইঞ্চি।

২। কোন সমবাহক অষ্টভুজাকার পুস্পোদ্যানের বাহুর পরিমাণ ২০৩ই গজ, উহার প্রত্যেক সম্মুখীন ভূজের মধ্যস্থানে সংযোগ দ্বারা যে চারিটি রাস্তা উৎপন্ন হয়, সেই চারিটি রাস্তার দৈর্ঘ্যপরিমাণের সমষ্টি কত?

উঃ। ১৯৯৮ গজ।

### ৫ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের পরিমাণ জানা থাকিলে বৃত্তান্তর্গত সমচতুভুজের বাহুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ব্যাসার্ধকে বর্গ করিয়া দ্বিগুণ কর, পরে তাহার বর্গ মূল লইলে সমচতুভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ। যে বৃত্তের ব্যাসার্ধ ৪ হাত তদন্তর্গত সমচতুভুজের বাহুর পরিমাণ কত? উঃ। প্রায় ৫.৬ হাত।

### ৬ষ্ঠ সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে পরিধির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে এবং পরিধির পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম ১ম।  $৭ : ২২ :: ব্যাস : পরিধি।$

$২২ : ৭ :: পরিধি : ব্যাস।$

নিয়ম ২য়। ১ এর সহিত ৩.১৪১৬ \* এর যে অঙ্কপাত  
ব্যাসের সহিত পরিধির সেই অঙ্কপাত।

৩.১৪১৬ এর সহিত ১ এর যে  
অঙ্কপাত পরিধির সহিত ব্যাসের  
সেই অঙ্কপাত।



যদি ব অঙ্কর দ্বারা ব্যাস, প  
অঙ্কর দ্বারা পরিধি ও ত অঙ্কর দ্বারা ৩.১৪১৬  
রাশিটি নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন সূত্র গুলি  
প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

যথা,— ( ১ )  $p = d \times t$ , এবং ( ২ )  $d = \frac{p}{t}$ ,

উদাহরণ মালা।

১। যে বৃত্তের ব্যাস ১০ হাত, তাহার পরিধি কত ?

প্রথম নিয়মানুসারে ৭ ৪ ২২ ৪৪ ১০ ৪ ৩১

$$\begin{array}{r} ১০ \\ ৭ \overline{) ২২০} \end{array}$$

পরিধি = ৩১ হাত; কিম্বা ৩১.৪২৮৫৭ হাত

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে পরিধি = ৩১.৪১৬ হাত।

যদি গণনার অত্যন্ত সূক্ষ্মতা আবশ্যক না হয় তাহা  
হইলে প্রথম নিয়মটি অবলম্বন করিতে হইবে আর গণনার

\* যদি বৃত্তের ব্যাস এক সংখ্যা দ্বারা নির্দেশ করা যায়  
তাহা হইলে পরিধি ৩.১৪ ১৬ ২৬ ৫৩ ৫৮ ৯৯ &c  
হইবে। অঙ্ক কলিবার সুবিধার নিমিত্ত কেবল ৪টি  
দশমিক অংশ গ্রহণ করা যেন।

## বৈখিক পরিমাণ ।

১৯৩

সূক্ষ্ম ও আবশ্যিক হইলে দ্বিতীয় নিয়মটি অবলম্বন করিতে  
হইবে ।

১. যে রক্ত ক্ষেত্রের পরিধি ৫০ ফুট তাহার ব্যাস কত ?

এবম নিয়মানুসারে,  $২ \times ৩৭.৪৪ \times ৫০ = \frac{৭ \times ২৫}{১১} =$

$$\frac{১৭৫}{১১} = ১৫ \frac{১০}{১১} = ১৫.৯০৯১ \text{ ফুট।}$$

দ্বিতীয় নিয়ম বা সূত্রানুসারে,

$$\text{ব্যাস} = \frac{৭}{৬} = ১০.৯১৫৩ \text{ ফুট।}$$

২. যদি পৃথিবীর ব্যাসের পরিমাণ ৭ ৭২৩৮ মাইল  
হয়, তাহা হইলে পৃথিবীর পরিমাণ কত ?

উঃ। ২৫০০০.৮৫২৮ মাইল ।

৩. গাড়ির চাকা ১ মাইল পথ অতিক্রম করিলে  
৫০০ বার ঘুরে তাহার ব্যাসের পরিমাণ কত ?

উঃ। ৩ ফুট ৪.৩২ ইঞ্চি ।

৪. বাম্পায় শকটের চাকার বেড় ৬ ফুট, তাহা  
এক গোরায় ৬০ মাইল পথ গমন করিলে এক  
সেকেন্ডে কত বার ঘুরিবে ? উঃ। প্রায় ৪৫ বার।  
চক্রে পরিধিপরিমাণ ৬৮৫০ মাইল হইলে,  
উহার ব্যাসপরিমাণ কত হইবে ?

উঃ। ২১৮০.৪ মাইল ।

৫. একটা ঘড়ীর কাঁটা ৩৬ মিনিটে ৫ ইঞ্চি সরিয়া যায় ;  
কাঁটাটি কত লম্বা ? উঃ। ১৪.৬৯ ইঞ্চি লম্বা।



## ৭ম সম্পাদ্য ।

কোন বৃত্তচাপের জ্যা এবং শর জ্ঞান হইলে ঐ বৃত্তের ব্যাস ও চাপার্ধের জ্যা'র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

যদি একই বৃত্তের চাপ, উহার জ্যা থা য ও শর গ চ-র পরিমাণ জ্ঞান থাকিলে, ব্যাস ক গ ও চাপার্ধের জ্যা থ খ-র পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

নিয়ম .—জ্যার পরিমাণ যত হইবেক, তাহার অর্ধেকের বর্গ করিয়া তাহাকে শর পরিমাণ দ্বারা ভাগ করা পূর ভাগফলে শর-পরিমাণ যোগ করিলে ব্যাস-পরিমাণ লব্ধ হইবেক । এবং ১ম সম্পাদ্যানুসারে প্রক্রিয়া করিলে চাপার্ধের জ্যার পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যায় ।



যদি জ অক্ষর দ্বারা সমুদায় চাপের অর্ধ জ্যা, দ্বারা চাপার্ধের জ্যা, শ দ্বারা শর, আর খ দ্বারা বৃত্তের ব্যাস নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত সূত্রগুলি প্রাপ্ত হওয়া যাইবে । যথা—

$$১ম। \text{য} = \frac{\text{জ}^2}{\text{শ}} + \text{শ}, \quad ২য়। \text{চ} = \sqrt{\text{জ}^2 + \text{শ}^2},$$

$$৩য়। \text{য} = \frac{\text{চ}^2}{\text{শ}}, \quad ৪র্থ। \text{শ} = \frac{\text{চ}^2}{\text{য}}, \quad ৫ম। \text{চ} = \sqrt{\text{য} \times \text{শ}}$$

উদাহরণ মালা ।

১। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট

১৮ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপ যে বৃত্তের  
অংশ সেই বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ কত?

$$২২ = ২খস = খস$$

$$২২$$

$$গচ = ১০।৫৭৬$$

$$৩২$$

$$১৮ = গচ$$

$$৫০ \text{ ফুট} = \text{কগ।}$$

অতঃপর খস বা ব্যাসার্ধ = ২৫ ফুট।

২। কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ২৪০ ফুট ও শর  
বা উচ্চতার পরিমাণ ৩২ ফুট হইলে, যে ব্যাসার্ধ লইয়া  
ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

যে সূত্রানুসারে

$$\text{ব্যাস} = -\frac{১২০^২}{৩৪} + ৩৪ = ৪৫৭.৫৩ \text{ ফুট।}$$

অতঃপর ব্যাসার্ধ =  $৪৫৭.৫৩ \div ২ = ২২৮.৭৬৫ =$   
২২৮ ফুট ৯ ইঞ্চি।

৩। যদি কোন চাপের জ্যার পরিমাণ ৪৮ ফুট এবং  
উচ্চতার পরিমাণ ৭ ফুট হয়, তাহা হইলে ঐ চাপাঙ্কের  
জ্যার পরিমাণ কত হইবে?

২য় সূত্রানুসারে, চাপাঙ্কের জ্যার পরিমাণ

$$= \sqrt{জ^২ + শ^২} = \sqrt{৩৪^২ + ৭^২} = ৩৫ \text{ ফুট।}$$

৪। একটি বৃত্তাকার দুর্গক্ষেত্র আছে তাহার ব্যাস-  
পরিমাণ ১০০ গজ, ঐ বৃত্তাকার ক্ষেত্রের মধ্যদিয়া একটি

রাস্তা আছে এবং ঐ রাস্তার সহিত সমকোণিক হইয়া ব্যাসার্দ্ধের মধ্যস্থল দিয়া আর একটি রাস্তা গিয়াছে, এই শেষোক্ত রাস্তার পরিমাণ কত নির্ণয় করিতে হইবে।

১ম সূত্রটির সমীকরণকে অবস্থান্তর করিলে

$$r = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{2}} = \sqrt{\frac{25^2 - 100 - 25}{2}} = 8.3.3 \text{ গজ।}$$

ঐ রাস্তার পরিমাণ =  $8.3.3 \times 2 = 16.6.6$  গজ।

পচম সমকোণিক ত্রিভুজ হইতেও উক্ত ফলটি প্রাপ্ত হওয়া যাইতে পারে।

৫। একটি সেক্টর চাপার্দ্ধের দ্বার পরিমাণ ২৪ ফুট। এবং চাপের উচ্চতার পরিমাণ ১৬ ফুট হইলে সে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ঐ চাপ অঙ্কিত হইয়াছে তাহার পরিমাণ কত?

উঃ। ১৮ ফুট।

### ৮ম। সম্পাদ্য।

বৃত্তের কোন চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে।

প্রথমতঃ। চাপে যত অংশ আছে তাহার পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে নিম্ন লিখিত নিয়মটি অবলম্বন করিতে হয়। যথা,—

১ম নিয়ম।  $180^\circ$  এর সহিত যেমন চাপাংশের অনুপাত, ব্যাসার্দ্ধের ৩.১৪১৬ গুণের সহিত উহার দৈর্ঘ্যের সেইরূপ অনুপাত।

প্রকারান্তর। বৃত্তের পরিধি স্থির করিয়া বৃত্তাংশের অংশ পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, পরে এই গুণফলকে ৩৬০

ছায়া ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য পরিমাণ হইবেক।

দ্বিতীয়তঃ। সমুদায় চাপের এবং চাপাঙ্কের জায় পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে নিম্ন লিখিত নিয়মটী অবলম্বন করিতে হয়। যথা,

২৭। নিম্ন চাপাঙ্কের জায় পরিমাণ যত হইবেক তাহাকে  $n$  জ্ঞান করিয়া সেই শুদ্ধফল ইহতে সমুদায় চাপের জায় পরিমাণ  $d$  ব্যোজ করা পরে, ব্যোজ কালের এক ত্রুটিয়াংশ হইলেই চাপের দৈর্ঘ্য পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া যাইবে।

সূত্র। যদি ব্যাসার্দ্ধ  $a$  অক্ষ  $b$  দ্বারা,  $180^\circ$  ব অক্ষ  $c$  দ্বারা, চাপের অংশ পরিমাণ  $d$  অক্ষ  $e$  দ্বারা,  $3.1416$  ও অক্ষ  $b$  দ্বারা,  $180^\circ$  চাপের দৈর্ঘ্য  $n$  অক্ষ  $c$  দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইবে

$$n = \frac{a \times d \times 3}{b}, \text{ এবং } a = \frac{d \times b}{3 \times 3}$$

### উদাহরণ মালা।

১। চাপ  $30^\circ$  এবং ব্যাসার্দ্ধ  $৯$  ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত?

২। নিয়মানুসারে,  $3.1416$

$$180 : 30 :: \frac{9}{2} \times 3.1416 :: 8.9128 \text{ ফুট।}$$

৩। অনুমানসারে,  $d$  বা চাপের দৈর্ঘ্য

$$\frac{9 \times 30 \times 3.1416}{180} = \frac{3 \times 3.1416}{2} = 8.9128 \text{ ফুট।}$$

২। চাপ  $30^\circ$  এবং জ্যা ৯ ফুট ৫ ইঞ্চি হইলে এই চাপ  
গে বৃত্তের অংশ তাহার ব্যাসার্ধের পরিমাণ কত ?

উঃ। দ্বিতীয় সূত্রানুসারে ব্যাসার্ধ = জ্যা ১৮ ফুট।

৩। যদি সমুদায় চাপের জ্যা খ ঘ-র পরিমাণ  
৪.৬৫ = ৭৪ ফুট ও চাপার্ধের জ্যা খ গ-র পরিমাণ  
= ৩৪৯৩৭ ফুট হয়, তাহা হইলে চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

দ্বিতীয় নিয়মানুসারে,

$$\begin{array}{r} ২. ৩৪৯৩৭ \\ \quad \quad \quad ৮ \\ \hline ১৮. ৭৯৫৭৬ \\ ৪. ৬৫ = ৭৪ \\ \hline ৩) ১৪. ১৪০০২ \end{array}$$

চাপের দৈর্ঘ্য = ৪. ৭১৩০০ ফুট।

৪। চাপ  $12^\circ 10'$  বা  $12.2^\circ$  ও ব্যাসার্ধ ১০ ফুট  
হইলে এই চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

উঃ। ১ম নিয়মানুসারে, ২. ১২ ৩৪ ফুট।  
সূত্র ৩য়। চাপ  $120^\circ$  অর্থাৎ বৃত্তের চতুর্থ অংশের বেশী  
হইলে নিম্ন লিখিত সূত্রটি অবলম্বন করিতে হইবে। যথা,

খ গ ঘ চাপের (পূর্বপ্রতিকৃতি দেখ) চতুর্থ অংশের জ্যা =

$$V_{3/4} = (1 - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}})।$$

৫। যে গোল খিলানের জ্যা (খ ঘ) ৪৮ ফুট এবং  
উচ্চতা (গ চ) ১৮ ফুট তাহার দৈর্ঘ্য কত ?

৬ম সম্পাদ্যের ১ম ও ২য় সূত্রানুসারে ব = ক গ-  
পরিমাণ = ৫০ ফুট; এবং চ = খ গ = ৩০ ফুট; এইক্ষে  
উপরি উক্ত সূত্রানুসারে, খ গ ঘ চাপের চতুর্থ অংশের জ্যা =

$$\sqrt{২৫(৭০ - \sqrt{৫০^২ - ৩০^২})} = ১৫.৮১১৩$$

এৱং দ্বিতীয় নিয়মানুসারে,  $(১৫.৮১১৩ \times ৮ - ৩০) \div ৩ = ৩২.১৬২৫$  ফুট = খ গ চাপ।

তাহার দ্বিগুণ  $৬৪.৩২৫০$  ফুট খ গ ঘ চাপের দৈর্ঘ্য।

এই প্রশ্নে কেবল দ্বিতীয় নিয়ম অবলম্বন করিয়া প্রাক্রিয়া করিলে চাপের পরিমাণ  $৬৪$  ফুট হইবে অর্থাৎ প্রকৃত পরিমাণ অপেক্ষা প্রায়  $৩$  ইঞ্চি ক্ষুদ্র হইবে।

৬। চাপ  $৪৫$  আংশ ও ব্যাস  $৪$  ফুট হইলে, ঐ চাপের দৈর্ঘ্য কত? উঃ।  $১.৫৭৭৮$  ফুট।

৭। বৃত্তাংশ  $১১^{\circ} ২০'$  ও ব্যাস  $৬$  ফুট হইলে, ঐ বৃত্তাংশের দৈর্ঘ্য কত? উঃ।  $১.০৯৭$  ফুট।

৮। বৃত্তের ব্যাস  $৫$  ফুট হইলে, তাহার  $৪$  ফুট পরিমিত চাপে কত আংশ থাকিতে পারে?

বৃত্ত পরিধি  $৩১.৪$  আংশের চাপ, অতএব, প্রাপ্যদ্বিগুণ হইত  $= ৫ \times ৩.১৪১৬$ ;  $\therefore$

$১^{\circ}$  এর চাপ  $= \frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩১.৪}$ ; অতএব নির্দিষ্ট চাপের

অংশ সংখ্যা  $= ৪ \div ১^{\circ}$  এর চাপ  $= ৪ \div \frac{৫ \times ৩.১৪১৬}{৩১.৪}$   
 $= ৯১.৬৭৩^{\circ} = ৯১^{\circ} ৪০' ২২''$ ।

৯। বৃত্তের ব্যাস  $১৫$  ফুট হইলে, তাহার দৈর্ঘ্য  $১৪$  ফুট তাহার অংশ পরিমাণ কত?

উঃ।  $১০০^{\circ} ১৬' ২''$ ।

## ৯ম সম্পাদ্য।

ব্রহ্মসুপ্তিগত কোন জ্যার প্রাপ্ত হইতে কিয়দূর অন্তরে লম্ব উত্তোলন করিলে তাহার পরিমাণ নির্দ্ধারিত করতে হইবে।

য য জ্যার য প্রাপ্ত হইতে (পূর্বপ্রতিকৃতি দেখ) য হ দূরে ছ জ একটা লম্বটানা হইয়াছে। উহার পরিমাণ স্থির করিতে হইবে।

জ হ র দ্বা করিয়া য বাক্যে চ চ-র সমান্তরাল করিয়া টান এবং য জ সংযুক্ত কর। এইক্ষেণে য বাক্য সমকোণিক ত্রিভুজ, জ বাক্য = য হ<sup>২</sup> — য বাক্য<sup>২</sup>, কিন্তু য জ = ব্যাসদ্বিগুণ ও য বাক্য = চ চ ∴ জ বাক্য<sup>২</sup> =  $\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২$  মুমানকরণ করিয়া

$$জ বাক্য = \sqrt{\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২} = জ হ + ছ বাক্য$$

পক্ষ নয়ন করিয়া

$$\begin{aligned} জ ছ &= \sqrt{\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২} - চম ∴ চম = ছ বাক্য \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২} - (মগ - গচ) \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২} + মগ - গচ \\ &= \sqrt{\left\{ \frac{বাস}{২} \right\}^২ - (চয - ছয)^২} + \frac{বাস}{২} - গচ \end{aligned}$$

১০ম সমস্যাদয়।

যে মণ্ডলের সমান্তরাল দুইটি জ্যা কখ, গঘ এবং  
বিস্তার চ চ পরিজ্ঞাত আছে তাহার ব্যাস কত নির্ণয়  
করিতে হইবে।

সূত্র। যদি জা =  $\frac{১}{২}$  ক খ  
= ক চ, অ' =  $\frac{১}{২}$  গ ঘ =  
গ চ প = চ চ এবং  
২ = ব্যাস ট ট = ২ ×  
ম প বা ব্যাসার্দ্ধ, তাহা  
হইলে,



$$২ = \sqrt{\left\{ ১^২ + ২ ( অ'^২ + অ'^২ ) + \left( \frac{অ'^২ - অ'^২}{১} \right)^২ \right\}} ;$$

$$\text{এবং ক গ} = \text{খ ঘ} = \sqrt{(১^২ + অ' - অ'^২)} , \text{অ'}$$

$$\text{জা} = \frac{১}{২} \text{ব} - \frac{১}{২} \sqrt{\left\{ (অ' + অ')^২ + \left( \frac{অ'^২ - অ'^২}{১} \right)^২ \right\}}$$

উদাহরণ মালা।

১। কোন বৃত্তাকার কটিনক্ষেত্র দুইটি সমান্তরাল  
বাহুর পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ৭ ফুট হইলে,  
বৃত্তবাসের পরিমাণ কত হইবে?

$$\text{বা ব্যাস} = \sqrt{\left\{ ৭^২ + ২ (৪^২ + ৩^২) + \left( \frac{৪^২ - ৩^২}{১} \right)^২ \right\}}$$

$$= \sqrt{৪৯ + ৫০ + ১} = ১০ \text{ ফুট।}$$

২। উপার উক্ত উদাহরণে গ ঘ জার এবং জ ঘ  
উচ্চতার পরিমাণ কত নির্ণয় কর?



১ম সূত্র দ্বারা ব্যাসের পরিমাণ নির্ণয় করিয়া ২য় ও ৩য় সূত্র অবলম্বন কর।

$$\begin{aligned} \text{খ ঘ} &= \sqrt{৭^2 + ৪ - ৩} = \sqrt{৪৯ + ১} = ৭.০৭ \text{ ফুট,} \\ \text{এবং জ ঝ} &= ২ \times ১০ - ২ \sqrt{\left\{(৪+৩)^2 + \left(\frac{৪^2-৩^2}{৭}\right)^2\right\}} \\ &= ৫ - ২ \sqrt{৪৯ + ১} = ১.৪৬৫ \text{ ফুট।} \end{aligned}$$

৩। মস্তকের দুইটি সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ৬ ও ৮ ফুট এবং বিস্তার ১ ফুট হইলে ব্যাস কত হইবে?

উঃ। ১০ ফুট।

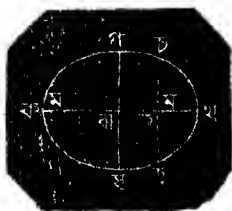
৪। যে বৃত্তাকার কটিবন্ধের দুইটি সমান্তরাল জ্যার পরিমাণ ১৬ এবং ১২ ফুট, আর বস্তুর ব্যাসের পরিমাণ ২০ ফুট, এই কটিবন্ধের বিস্তার কত? উঃ। ১৪ ফুট।

### ১০ম সম্পাদ্য।

কোন বৃত্তাকার ক্ষেত্রের নিম্নলিখিত চারিটি অংশের মধ্যে কোন তিনটির পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে অবশিষ্টটির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

ক খ গঠি ব্যাস, গ ঘ লঘিষ্ট ব্যাস, জ ঝ এবং চ জ অরডিনেট।

সূত্র। যদি গ অক্ষর দ্বারা গঠিত ব্যাসার্ধ ক খ, ল অক্ষর দ্বারা লঘিষ্ট ব্যাসার্ধ গ ঘ, অ অক্ষর দ্বারা এরসিসা এবং আ অক্ষর দ্বারা অরডিনেট নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,



$$অ = \frac{g}{l} \sqrt{l^2 - অ^2}, \text{ আ} = \frac{l}{g} \sqrt{g^2 - অ^2},$$

$$g = \frac{l \times অ}{\sqrt{l^2 - অ^2}}, \text{ এবং } l = \frac{g \times আ}{\sqrt{g^2 - অ^2}}; \text{ আর}$$

কেন্দ্র হইতে অধিশ্রয়ের অন্তর বা ম =  $\sqrt{g^2 - ল^2}$ ।

### উদাহরণ মালা ।

১। যে বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩০ ফুট, লম্বিষ্ঠ ব্যাস ২০ ফুট, এবং এবসিসা ৩ ফুট, তাহার অরডিনেটের পরিমাণ কত ?

দ্বিতীয় সূত্রানুসারে,

$$\text{অরডিনেট চ জ} = \text{আ} = \frac{১}{২} \sqrt{১৫^2 - ৩^2} = ৭.৭২৮ \text{ ফুট।}$$

২। গরিষ্ঠ ব্যাস ৭০ ফুট, লম্বিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ফুট এবং অরডিনেট ২০ ফুট হইলে, এবসিসা কত হইবে ?

উঃ। প্রথম সূত্রানুসারে, এবসিসা জ বা = ২১ ফুট।

৩। গরিষ্ঠ ব্যাস, অরডিনেট এবং এবসিসা ক্রমশঃ ১৮০, ১৬ ও ৫৪ ইঞ্চ হইলে লম্বিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে ?

উঃ। ৪র্থ সূত্রানুসারে, লম্বিষ্ঠ ব্যাস = ৪০ ইঞ্চ।

৪। লম্বিষ্ঠ ব্যাসের মান ৫০ ফুট, অরডিনেট ২০ ফুট এবং এবসিসা ২১ ফুট হইলে, গরিষ্ঠ ব্যাসের মান কত হইবে ?

উঃ। তৃতীয় সূত্রানুসারে, গরিষ্ঠ ব্যাস = ৭০ ফুট।

৫। গরিষ্ঠ ব্যাস কথ ১০০ গজ, এবং লম্বিষ্ঠ ব্যাস

গ ব ৬০ গজ হইলে ক কেন্দ্র হইতে ম অধিভ্রম পর্য্যন্ত দূরত্ব পরিমাণ কত হইবে ?

উঃ। শেষের সূত্রানুসারে  $k m = ৪০$  গজ ।

৬। পৃথিবীর নিরক্ষ বৃত্তস্থ ব্যাসের পরিমাণ ৭৮৯৯ মাইল এবং মেরুস্থ ব্যাস ৭৯২৬ মাইল হইলে যে রক্তাভাস পরিধি পৃথিবীর উভয় মেরু দিয়া গমন করে, তাহার দুই অধিভ্রমের দূরত্বপরিমাণ কত ?

উঃ। ৬৫৪ মাইল ; অথবা পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে বৃত্তাভাসের অধিভ্রম পর্য্যন্ত ৩২৭ মাইল ।

### ১২শ সাল্পাদ্য ।

রক্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস-পরিমাণ জানা আছে উহার পরিধিপরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে ।

১ম নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস দুইটির সমষ্টির অর্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ কর। গুণফল পরিধি-পরিমাণের প্রায় সমান হইবে ।

২য় নিয়ম। গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস সমষ্টির অর্ধেকের সহিত তদুভয়ের বর্গ সমষ্টির অর্ধেকের মূল যোগ করিয়া সেই যোগ ফলের অর্ধেককে ৩.১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল পরিধি-পরিমাণের প্রায় সমান হইবে ।

### উদাহারণ মালা ।

১। যে রক্তাভাস ক্ষেত্রের গরিষ্ঠ ব্যাস ১৫ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ১০ ফুট, তাহার পরিধিপরিমাণ কত ?

উঃ। প্রথম নিয়মানুসারে ৩৯ ফুট ৩ইঞ্চি।

উঃ। দ্বিতীয় নিয়মানুসারে প্রায় ৩৯ ফুট ৭ ইঞ্চি।

যদি গরিষ্ঠ ব্যাসের খ প্রান্ত হইতে খ জ অন্তরে জ চ একটি লম্ব উত্তোলন করা যায় তাহা হইলে জ চ-র পরিমাণ নিম্নলিখিত সমানুপাতে নিরূপিত হইবে।

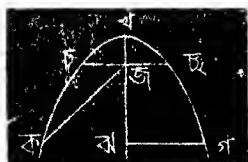
খ গ<sup>২</sup> : বা গ<sup>২</sup> :: খ জ × জ ক : জ চ<sup>২</sup>, সমানুপাতের নিয়মানুসারে  $\text{খ গ}^2 \times \text{জ চ}^2 = \text{বা গ}^2 \times \text{খ জ} \times \text{জ ক}$ ,

$$\therefore \text{জ চ}^2 = \frac{\text{বা গ}^2}{\text{খ বা}^2} \times \text{খ জ} \times \text{জ ক}$$

$$\text{অথবা জ চ} = \frac{\text{বা গ}}{\text{খ বা}} \sqrt{\text{খ জ} \times \text{জ ক}}$$

### ১৩শ সম্পাদ্য।

ক খ গ ক্রোপনী ক্ষেত্র, জ অধিশ্রয়, এই ক্ষেত্রের চ ছ পরিমিতি, খ বা এবসিসা অর্থাৎ সর্বাধিক বিস্তার ও বা গ অরডিনেট অর্থাৎ তলার্দ্ধ রেখা; এই রেখাত্রয়ের মধ্যে কোন দুইটির পরিমাণ জানা থাকিলে অবশিষ্টটির পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।



যদি চ ছ পরিমিতি প অক্ষর দ্বারা, খ বা এবসিসা আ অক্ষর দ্বারা ও বা গ অরডিনেট অ অক্ষর দ্বারা নির্দেশ

করা যায়, তাহা হইলে সূত্রগুলি এই রূপে লিখিত হইতে পারে। যথা—

$$আ = \frac{অ^2}{প}, অ = \sqrt{প \cdot আ}, \text{ এবং } প = \frac{অ^2}{আ}।$$

উদাহারণ মালা।

১। ক খ গ ত্রৈকোণী ক্ষেত্রের পরিমিতি ৫ ছ ৫০ ফুট এবং অরডিনেট বা গ ৬০ ফুট, উহার এবসিসা খ ক-র পরিমাণ কত?

$$\text{উঃ। ১ম সূত্রানুসারে এবসিসা বা আ} = \frac{অ^2}{প} = \frac{৬০^2}{৫০} = ৭২ \text{ ফুট।}$$

যে রেখা ব্রহ্মভাসের কেন্দ্র দিয়া না যাইয়া তাহার পরিধির উভয় পার্শ্বে সমাপ্ত হয় এবং তাহার ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয়, তাহাকে এই ব্যাসের ডবল বা দ্বি-অরডিনেট কহে। আর ব্রহ্মভাসের কেন্দ্র হইতে অরডিনেট পর্যন্ত দূরত্ব পরিমাণকে এবসিসা কহে।

ব্রহ্মভাসের লম্বিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ ব্যাসের তৃতীয় অস্থপাতীকে পরিমিতি কহে।

যে রেখার উভয় প্রান্ত ত্রৈকোণী ক্ষেত্রের কুটিল রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ হয় এবং যাহা কোন ব্যাস দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয় তাহাকে এই ব্যাসের দ্বি-অরডিনেট কহে। আর ব্যাসের যে অংশ অরডিনেট দ্বারা ছেদিত হয় তাহাকে এবসিসা কহে।

২। যে ফেপনী ক্ষেত্রের পরিমিতি ১০ হাত ও অর-  
ডিনেট ৪ হাত তাহার এবসিসার পরিমাণ কত ?

উঃ। ১০.৬ হাত।

৩। যে ফেপনী ক্ষেত্রের এবসিসা ৪ হাত এবং অর-  
ডিনেট ১০ হাত তাহার পরিমিতির পরিমাণ কত ?

উঃ। ২৫ হাত।

### ১৪শ সম্পাদ্য।

কোন ফেপনী ক্ষেত্রের সর্বাধিক বিস্তার ও তলার্জ  
রেখার পরিমাণ জানা আছে, তাহার চাপের দৈর্ঘ্যপরি-  
মাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

যদি অ অক্ষর দ্বারা তলার্জ রেখা ও আ দ্বারা সর্বাধিক  
বিস্তার নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে

$$\text{খ গ চাপার্জ} = \text{প্রায় } \sqrt{\frac{৪}{৩} \text{ আ}^2 + \text{অ}^2}$$

উদাহরণ মালা।

১। খ জ ৩ ফুট ও জ ছ ৬ ফুট হইলে ফেপনী  
ক্ষেত্রের চাপার্জ খ চ-র পরিমাণ কত ?

$$\text{উঃ। খ চ} = \sqrt{\frac{৪}{৩} ৩^2 + ৬^2} = ৬ \text{ ফুট } ১১ \frac{১}{২} \text{ ইঞ্চি।}$$

২। যে ফেপনী ক্ষেত্রের এবসিসা ২ হাত ও অর-  
ডিনেট ৬ হাত তাহার চাপার্জের পরিমাণ কত ?

$$\text{উঃ। } ৬.৪২৯১ \text{ হাত।}$$

## লীলাবতীর প্রশ্ন।

১। ভূজপরিমাণ ১২ হইলে কোটি এবং কর্ণ অকরণী • হয় এমনত কএক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দেশ কর।

উঃ। ১৬, ২০। ৯, ১৫। ৩৫, ৩৭ ইত্যাদি।

২। কর্ণপরিমাণ ৮৫ হইলে ভূজকোটি অকরণী হয় এমনত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দেশ কর।

উঃ। ৫১, ৬৮। ৪০, ৭৫।

৩। ভূজকোটি এবং কর্ণ অকরণী হয় এমনত কতিপয় সমকোণিক ত্রিভুজ নির্দেশ কর।

উঃ। ৩, ৪, ৫। ৫, ১২, ১৩। ১২, ১৬, ২০।

৪। ৩২ হাত উচ্চ একটা বাঁশ ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে, বায়ুর বেগে অকস্মাৎ কোন স্থানে ভগ্ন হওয়াতে অগ্রাংশ নত হইয়া পড়িয়া বাঁশের মূলের ১৬ হস্ত দূরে ভূমিসংলগ্ন হইল, এইক্ষণে মূল হইতে কত হাত উচ্চে ঐ বাঁশ ভগ্ন হইয়াছে? উঃ। ১২ হস্ত।

৫। ৯ হাত উচ্চ এক স্তম্ভের মূলে একটা সর্পের গর্ভ আছে। স্তম্ভের যত পরিমাণ তাহার তিন গুণ দূর হইতে সর্প গর্তে আসিতেছে, এমন সময়ে স্তম্ভোপরি উপবিষ্ট এক ময়ূর তাহা দেখিয়া সর্পের উপরে আসিয়া পড়িল যে স্থলে ময়ূর সর্পকে ধরিল তাহা স্তম্ভাগ্র হইতে যত

\* যে রাশির মূল আকর্ষণ করিতে হইলে কোন ভাগ-শেষ না থাকে তাহাকে অকরণী কহে।

দূর তথা হইতে প্রথম লক্ষ্য স্থানও তত দূর। এখন গর্ভ হইতে কত দূরে সর্প ধরা পড়িল?

উঃ। ১২ হস্ত দূরে।

৬। একটা কমল কলিকা কোন ক্রুদের গর্ভ হইতে উঠিয়া জলের উপর বিগ্ৰস্ত পরিমাণ উন্নত ছিল, পরে বায়ুর মন্দ মন্দ সঞ্চালনে ক্রমশঃ নত হইয়া দুই হস্ত দূরে গিয়া জল মগ্ন হইল। এইক্ষণে এই জল কত গভীর ছিল তাহা স্থির কর?

উঃ। ৩৪ হাত।

৭। কোন কীর্ত্তি স্তম্ভের তল হইতে এক শত হস্ত উদ্ধে দুই ব্যক্তি উপবিষ্ট ছিল, এবং সেই স্তম্ভের মূলেও দুই শত হস্ত দূরে এক জলাশয়ের কূলে একটা বড় ষোল মাছ নড়িতেছে দেখিয়া, ঐ দুই ব্যক্তির মধ্যে এক জন নামিয়া জলাশয়ে মাছের নিকট আসিল, অপর ব্যক্তি না নামিয়া স্তম্ভের উপর আরো কিয়দূর পর্য্যন্ত সোজা উঠিয়া কর্ণ পথে ঐ মাছকে লক্ষ্য করিয়া একটা শর নিক্ষেপ করিল, কিন্তু প্রথম ব্যক্তি ও শরটী সমান পথ ভ্রমণ করিয়াছিল। এইক্ষণে দ্বিতীয় ব্যক্তি স্তম্ভের উপর কত দূর পর্য্যন্ত উঠিয়াছিল?

উঃ। ৫০ হস্ত।

৮। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূজ ও কোটি পরিমাণের অন্তর ৭ এবং কর্ণপরিমাণ ১৩ হইলে ভূজ কোটির পৃথক্ পৃথক্ পরিমাণ কত?

উঃ। ৫, ১২।

৯। দুইটা বাঁশ পরস্পর ৫ হাত দূরে আছে, একটা ১৫ হস্ত উচ্চ অন্যটা ১০ হস্ত উচ্চ, উভয়ের অগ্র সূত্র



দ্বারা পরস্পরের মূলের সহিত সংযুক্ত হইলে যে স্থলে  
দুই স্তরের সম্পাত হইবে তাহার উন্নতি কত?

উঃ। ৮ হাত

১০। যে রক্তের ব্যাসপরিমাণ ২০০০, তাহার ভিত্তে  
অঙ্কিত সমবাহক ত্রিভুজের ভূজপরিমাণ কত?

উঃ। ১৭৩২২৫

১১। ঐ রূপ রক্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহক চতুর্ভুজের  
পরিমাণ কত?

উঃ। ১৪১৪৫৫

১২। ঐ রূপ রক্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহক পঞ্চভুজ ও  
ষড়ভুজের পরিমাণ কত?

উঃ। ১১৭৫৬৫, ১০০০

১৩। ঐ রূপ রক্তমধ্যে অঙ্কিত সমবাহক সপ্তভুজ,  
অষ্টভুজ ও নবভুজ প্রত্যেকের পরিমাণ কত?

উঃ। ৮৬৭২৫, ৭৬৫৬৫, ৬৮৩৫৫

১৪। রক্তের ব্যাসপরিমাণ ২৪০ হস্ত নিরূপিত  
আছে, এবং পরিধি সমান অষ্টাদশ অংশে বিভক্ত  
আছে, এইরূপে তাহার একাংশ, দুই অংশ, তিন অংশ  
ইত্যাদি নবাংশ পর্য্যন্ত পৃথক্ পৃথক্ চাপের জ্যার  
পরিমাণ কি হইবে?

উঃ। ৪২, ৮২, ১২০, ১৫৪, ১৮৪, ২০৮, ২২৬,

২৩৬, ২৪০।

# ক্ষেত্রব্যবহার ।

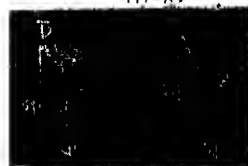
## প্রথম ভাগ ।



ব্যবহারিক জ্যামিতি ।

### পরিভাষা ও জ্যামিতির অবলম্বিত মৌলিক তত্ত্ব ।

যে বিদ্যা দ্বারা রেখা, ধ্রুৱাতলিক ক্ষেত্র ও নিটন বা ঘন  
পদার্থ দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধের পরিমাণ জানা যায়, তাহাকে  
জ্যামিতি শাস্ত্র কহে । যত প্রকার পদার্থ আমাদের চক্ষি-  
গোচর হয় সকলেরই দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ এই তিনটি  
পরিমাণ আছে । এই পার্থক্যিত  
ক্ষেত্রটি এক দ্বি-খণ্ডিকাঠের  
প্রতিরূপ, ইহার কণ দৈর্ঘ্য, বেধ  
বিস্তার ও যথ বেধ । এই তিনটি  
পরিমাণের একটি পরিভাগ করিয়া কেবল দুইটি (যথা  
দৈর্ঘ্য ও বিস্তার) গ্রহণ করিলে, কবচ পৃষ্ঠকে ধ্রুৱতল



কহে (ধরাভাগ ক্ষেত্রের কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে)।  
অপর এই ধরাভাগ ক্ষেত্রের দুইটি পরিমাণের একটিকে  
পরিমাপ করিয়া অমাত্রিকে প্রকাশ করিলে, পার্শ্ব কথ  
বা খণ্ডকে রেখা কহে। অপর যদি রেখা এমত হয় হইয়া  
যায় যে, তাহার দৈর্ঘ্য আর পরিমাণযোগ্য হয় না, তাহা  
হইলে সেই রেখার সর্বোচ্চ প্রাপ্ত অথবা তাহার অন্ত  
চিহ্নকে বিন্দু কহা যায়। অতএব স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে  
যে, বিন্দুর ইচ্ছার দ্বারা রেখা উৎপন্ন হইতে পারে,  
রেখার ইচ্ছার দ্বারা যদি কোন অবকাশ পরিবর্তন হয় তাহা  
হইলে ধরাভাগ উৎপন্ন হয়, এবং ধরাভাগ উপনীত  
তাবৎ সচল অথবা স্থগিত হইলে নিউন ক্ষেত্র উৎপন্ন  
হয়। এতদ্বারা নিম্নলিখিত তিনটি পরিভাষা প্রাপ্ত  
হওয়া যায়।

১। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার বা বেধ কিছুই অনুভব হয়  
না তাহাকে বিন্দু বলে।

২। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য আছে তাহাকে রেখা কহা  
যায়। যথা ক।

অনুমান। রেখাদিগের দুই প্রান্ত দুইটি বিন্দু ; রেখা-  
দিগের সম্মুখত স্থল ও বিন্দু।

৩। যাহার কেবল দৈর্ঘ্য ও বিস্তার আছে তাহাকে  
ধরাভাগ কহে। যথা চক্রক (১১খণ্ড) দেখ।

অনুমান। ধরাভাগের সীমা রেখা ; এবং একটি ধরাভাগ  
অপর একটিকে ছিন্ন করিলে সে অবচ্ছেদনেতেও  
রেখার উৎপত্তি হয়।

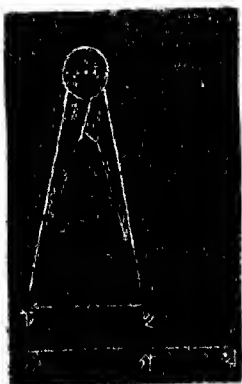
৪। সর্বতোভাবে একান্তিমুখী রেখাকে সরল বা  
স্বচ্ছ রেখা কহে। যথা, কথ। ক \_\_\_\_\_ খ

অনুমান। দুইটি স্বচ্ছ রেখা দ্বারা কোন অবকাশ পরিবদ্ধ  
হইতে পারে না।

৫। যে সকল স্বচ্ছ রেখা একরূপ ভাবে সংস্থিত থাকে  
যে, তাহাদিগের দুই মুখ অসিদ্ধান্ত বিন্দু ক \_\_\_\_\_ খ  
করিলে কোন দিকেই তাহাদিগের পরস্পর

সংস্পর্শ হয় না, তাহারা সমান্তরাল রেখা। গ \_\_\_\_\_ ঘ

কোন ভূমিগণ্ডের পরিমাপ করিতে হইলে প্রথমতঃ  
তাহার দীর্ঘতাআদির পরিমাপানু-  
সারে রেখা পাত করিতে হয়, অন-  
ন্তর কম্পাস দ্বারা সেই রেখাদিগের  
পরিমাপ নির্ণয় হয়। যথা, কথ রেখা  
হইতে যদি চছ-র তুল্য এক অংশ  
ছেদ করিতে হয়, তাহা হইলে  
কম্পাসের মুখ চছ রেখার সমান  
বিস্তার করিয়া কথ হইতে কগ এক  
অংশ ছেদ করিলে কগ, চছ-র ঠিক সমান হইবে।



কোন রেখার পরিমাপ করিতে হইলে কোন এক নির্দিষ্ট  
রেখাকে (যথা হাত বা গজ) একক স্বরূপ স্থির করিয়া।  
ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই  
নির্ণয় করিতে হয়।

গজ, ফেল বা মানদণ্ড নির্মাণ ।

কথ এক খানি কাগজ অথবা এক কাঠিকী । একটা কম্পাস লইয়া তাহার মুখ অল্প বিস্তার করিয়া এই কাগজ বা কাঠিকার উপর কণ পর্য্যন্ত ক্রমশঃ দশবার ঘুরাইয়া আন, পরে কম্পাসের বিস্তার কণ-র সমান করিয়া উক্ত কাগজ বা কাঠিকার উপর গ চিহ্ন হইতে ১০, ২০, ৩০, ইত্যাদি কতিপয় অংশ চিহ্নিত কর । যদি কণ-র এক একটা অংশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের গ হইতে ১০ চিহ্ন পর্য্যন্ত দশ একক হইবে, ২০ পর্য্যন্ত বিশ একক হইবে, ইত্যাদি । আর যদি কণ-র প্রত্যেক অংশকে দশ একক বলিয়া ধরা যায়, তাহা হইলে মানদণ্ডের প্রত্যেক অংশের পরিমাণ শতক হইবে । পুনশ্চ যদি কণ-র পরিমাণ এক একক হয়, তাহা হইলে কণ-র প্রত্যেক অংশ এককের দশ ভাগের একভাগ হইবে । অর্থাৎ কণ এক ফুট হইলে খণ পাঁচ ফুট হইবে এবং কণ-র প্রত্যেক অংশ এক ফুটের দশাংশের এক ভাগ হইবে ।

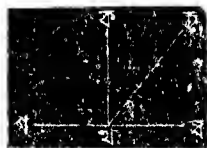


৬। অসমান্তর রেখাব্যয়ের সংস্পর্শে কোণের উৎপত্তি হয় । অর্থাৎ কথগ ।  
কথ ও খণ দ্বারা উৎপন্ন কোণকে কথগ বা গথক কহিতে হয়, অর্থাৎ কোণাংগে (যেখানে সরল রেখাব্যয় গ

ক

সংস্পর্শ হয়) অঙ্কিত অক্ষরকে মধ্যাক্ষর করিয়া পড়িতে হয়।

৭। একটি ঋজুরেখা অন্য একটি ঋজুরেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইলে উভয় পার্শ্বের কোণকে সমকোণ কহা যায়। গথ্য: কথগ ও কথঘ।



৮। সমকোণ অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণকে লঘু বা সূক্ষ্ম কোণ কহে। গথ্য: চখঘ।

৯। সমকোণ অপেক্ষা বৃহৎ কোণকে মূল কোণ কহে। গথ্য: চখগ। গথ্য: ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত গ ধরিয়া যদি তাহাকে এমন ঘুরাইয়া দেওয়া যায় যে, সে ঋজুরেখানে উপস্থিত হয়, তাহা হইলে, তাহার প্রাথমিক অবস্থিতি খগ ও বর্তমান অবস্থিতি খক-র সহিত যে অবনতি উৎপন্ন হয়, তাহাকে গথক কোণ কহে। জাবার ঋজুরেখা গথ, ঘ পর্যন্ত প্রসারিত করিলে ডানদিকে যে কোণটি উৎপন্ন হয়, তাহা কথঘ দ্বারা ব্যক্ত হয়। মনে কর, দুইটি কোণ গথচ ও চখঘ-র মধ্যে ডানদিকের চখস কোণ লঘু ও বামদিকের চখগ কোণ মূল। এবং খচ ঋজুরেখার এক প্রান্ত খ স্থির রাখিয়া, অপর প্রান্ত চ ধরিয়া যদি তাহাকে ক্রমাগত বামদিকে ঘুরান যায়, তাহা হইলে ডানদিকের কোণটি বৃদ্ধি ও বামদিকের কোণটি হ্রাস হইতে থাকিবে, এবং ইহাও স্পষ্ট বোধ হইতেছে যে, ডানদিকের কোণটি যতটুকু বৃদ্ধি হইবে, বামদিকের কোণটি ততটুকু হ্রাস হইবে। অতএব ক্রমাগত উভয়ের

ত্রিভুজ পারিৱৰ্ত্ত হইতে থাকিলে, অবশ্যই কোন না কোন সময়ে ডানি ও বামদিকের দুইটী কোণই পরস্পর সমান হইবে। মনে কর, ৫ বিন্দু ক-তে উপস্থিত হইলে, ডানি ও বামভাগের দুইটী কোণ যথক ও গথক পরস্পর সমান হয়। তাহা হইলে ঐ দুইটী কোণের প্রত্যেকেই এক একটী সমকোণ কহা যায়।

অতঃপর সকল সমকোণই পরস্পর সমান।

### ওলন মটাম।

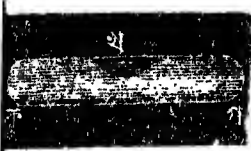
এক খানি কাঠখণ্ডে একটী সমতল রেখা টানিয়া ঠিক ঐ রেখার উপর দিয়া এক গাছি ওলন দড়ি ঝুলাইয়া তাহাকে অপর এক কাঠখণ্ডের উপর সমভাবে সংযুক্ত করিলে ওলন মটাম প্রস্তুত হয়। এই মটাম কোন সমতল ভূমি বা জলের উপরিভাগে রাখিলে উক্ত জলিন রেখা ও ওলন দড়ি উভয়ে নিশ্চিত হইয়া গাইবে। ভূমি



সমতল না হইলে ওলন দড়ি নিম্নদিকে ঝুলিয়া পড়িবে। যথা পার্শ্বস্থিত প্রতিকৃতি।

### সুরাসামা যজ্ঞ।

কোন নির্দিষ্ট স্থান সমতল কি বন্ধুর ইহা জানিবার নিমিত্ত পশ্চিমের সুরাসামা নামে একটা যজ্ঞ প্রস্তুত



করিয়েছেন। এই স্থলে ঐ গাঙ্গুর  
চিত্রময় প্রতিকৃপ প্রকাশিত  
হইল। কগ একটি কাচের নল,

এহার উভয়দিক রুদ্ধ, উহা সুরা দ্বারা প্রায় পরিপূর্ণ  
থাকে, কিঞ্চিৎ বায়ু প্রবেশ নিম্নস্থ তন্মধ্যে একটি  
স্ফাট জন্মে। ঐ স্ফট কোন অসমতল স্থানে স্থাপন  
করিলে, সুরা ঐ নলের নীচদেশে পতিত হয় এবং ঐ চিহ্নিত  
স্ফটটি উপরে উঠিয়া থাকে। কিন্তু যখন ঐ নল কোন  
সমতল স্থলে স্থাপিত হয়, তখন ঐ স্ফটটি নলের মধ্য-  
স্থলে অবস্থিত হইয়া থাকে। কোন স্থান সমতল কি  
অসমতল, ঐ গাঙ্গুরা অনায়াসে নিরূপণ করিতে পারা  
যায়। উল্লিখিত বিজ্ঞানসিদ্ধ স্ফট স্থপতিদিগের পক্ষে  
অত্যন্ত উপকারী।

### মাটাম।

এক খানি কাষ্টখণ্ডের পার্শ্বে আর এক খানি কাষ্ট-  
খণ্ড লম্বভাবে সংযুক্ত করিলে মাটাম কহে। মাটাম দ্বারা  
দূরকোণ উৎপন্ন করা গিয়া থাকে।

মাটাম ইংরাজী (T) টি অক্ষরের ন্যায় হইলে টি  
মাটাম কহে।





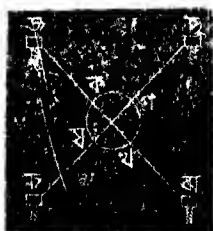
## ত্রিকোণী ।

কখন একখানি ত্রিকোণাকার তক্তার এক পার্শ্ব খণ্ড অপর পার্শ্ব কণ্ঠ-র উপর লম্বভাবে থাকিলে অর্থাৎ কখন সমকোণ হইলে ইহাকে ত্রিকোণী কহে । ইহা দ্বারা কাগজের উপর অনায়াসে লম্বরেখা অঙ্কিত করা যায় ।



## কাঁড় বস্টি ।

অল্প দূর পরিমাপ করিতে হইলে ভূমিতে কাঁড়বস্টি দিতে হয় । এই বস্টি দ্বারা প্রায় ৮শ লিঙ্গ হইয়া থাকে এবং ভূমিতে প্রোথিত করিবার জন্য ইহার এক দিক প্রচণ্ডকার থাকে ।



## ক্রুশ দণ্ড ।

ভূমিতে সমকোণ উৎপন্ন হয়, এরূপ রেখাপাত করিবার জন্য ক্রুশ দণ্ডের ব্যবহার করিয়া থাকে । ক্রুশ দণ্ড ৬ ইঞ্চি ব্যাস পরিমিত একটা গোলাকার বালক, এই বালকের দুইটা ছিদ্র পরস্পর সমকোণভাবে দুই

দিকে থাকে, যথা কথ ও গঘ। এই যন্ত্র ভূমিতে সংস্থাপন  
করিবার জন্য ইহার নিম্নে একটি কাঁড়গতি থাকে। যদি  
চ, চ দুইটি ধরজার যোজক রেখার লম্ব টানিতে হয়, তাহা  
হইলে বাক্সের গঘ ছিদ্র দিয়া চ, চ দুইটি ধরজাকে সমান্তর  
দেখিতে হইবে। পরে ছিদ্রের সমান্তর দুই দিকে দুইটি  
ধরজা প্রোথিত করিয়া এক রেখা পাত কবিলে ঐ রেখা  
চচ রেখার লম্ব হইবে।

১০। তিনটি সরল রেখা দ্বারা  
পরিবর্ত্তিত ক্ষেত্রের নাম ত্রাস্র অথবা  
ত্রিভুজ। যথা কথগ।



১১। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটি সমকোণ থাকে,  
তাহাকে সমকোণিক অথবা জাত্য ত্রিভুজ কহে। যথা  
কথগ।

সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণের অভিমুখীন বাহুকে  
কর্ণ কহে, অবশিষ্ট বাহুদ্বয়ের মধ্যে একের নাম ভূমি ও  
অপরটির নাম কোটি। কথগ ত্রিভুজের কর্ণ কণ, কথ  
ভূমি এবং খগ কোটি।

১২। যে ত্রিভুজের মধ্যে একটি সূত্র  
কোণ থাকে তাহাকে সূত্রকোণিক ত্রিভুজ  
কহে। যথা কথগ।



১৩। যে ত্রিভুজের তিনটি কোণই সমান তাহাকে তুল্যকোণিক ত্রিভুজ কহে। যথা চহুজ।

১৪। যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুই সমান, তাহাকে সমবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা চহুজ।



অন্যমান সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি কোণ পরস্পর সমান।

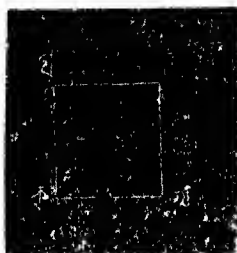
১৫। যে ত্রিভুজের দুই বাহু সমান তাহাকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ কহে। যথা চহুজ।



১৬। যদি দুইটি ত্রিভুজের কোণগুলি যথাস্থ সমান হয়, তাহা হইলে তাহাদিগকে তুল্যকোণিক বা সমদ্বি-ত্রিভুজ কহে, এবং তুল্যকোণের অভিন্নস্থান দুজ-গুলিকে সমশীল অথবা সমবর্গীয় বাহু বলে। যেমন কথগ ও চহুজ দুই ত্রি-ভুজের, যদি ককোণ=চকোণ, গকোণ=ককোণ ও চকোণ=ককোণ হয়, তাহা হইলে কগ-র সমশীল হুজ, কথ-র সমশীল চহুজ আর কগ-র সমশীল চহু হইবে।



১৭। চারি দরল রেখা হইত ক্ষেত্রের নাম চতুরস্র বা চতুর্ভুজ। যে চতুর্ভুজের পরস্পর অভিমুখীন বাহুগুলি সমান হইল তাহাকে সমান্তরিক কহে। যথা চতুর্ভুজ।



১৮। যে চতুর্ভুজের চারি বাহু সমান ও চারি কোণই সমকোণ, তাহাকে সমচতুর্ভুজ অথবা সমচতুরস্র বা বর্গ কহে। যথা কথংঘ।

১৯। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্তী ভূজদ্বয় বিষম কিন্তু চারি কোণই সমকোণ তাহাকে জায়ত কহে। যথা চতুর্ভুজ।



২০। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্তী ভূজদ্বয় ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বস কহে। যথা কথংঘ।



২১। যে সমান্তরিক ক্ষেত্রের নিকটবর্তী ভূজদ্বয় বিষম ও পরস্পর অভিমুখীন কোণগুলি সমান, তাহাকে রম্বড কহে। যথা টউটউ।



রস্ম ও রথৈড ক্ষেত্রের একটি কোণও সমকোণ নয়

২২। যে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর  
সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল নহে,  
তাহাকে ট্রাপিজিয়াম বা বিঘন চতু-  
ভুজ কহে। যথা তখনম।



২৩। যে চতুর্ভুজের কেবল দুইটি  
সম্মুখীন বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাহা-  
কে ট্রাপিজয়েড কহে। যথা পক্ষবত।



২৪। যে রেখা চতুর্ভুজের দুইটি অভিমুখীন কোণকে  
সংস্পৃক্ত করে, তাহাকে কর্ণ কহে। যথা খগ।

২৫। কোন ক্ষেত্রের শীর্ষ  
দ্বিতে ভূমিতে লম্বপাত  
করিলে সেই লম্বকে ক্ষেত্রের  
উন্নতি বলে। যথা গঘ।



সম্পাদ্য।

একটি প্রাচীর ২০ ফুট উচ্চ, তাহার নীচে ১৫ ফুট  
অন্তরে কত ফুট দীর্ঘ একখানা মোই বাথিলে ঐ প্রাচীরের  
ঠিক উপরে লাগিবেক?

পূর্বে আমিনদিগের ব্যবহার্য যে মানদণ্ড বা গজের  
বিষয় উল্লেখ করা গিয়াছে, সেই গজের ১৫'র অংশ  
পর্যন্ত কম্পান বিস্তার করিয়া কথ একটি রেখা পাত  
করিয়া পরে ত্রিকোণী মটাম দ্বারা কথ-র উপর খগ

৩৬। একটা যম রেখা টান, এবং যম-কে  
গজের ২০ অংশের সমান কর। এই-  
কণে কণ উক্ত গজ দিয়া পরিমাপ  
কবিত্তে গেলেই ঐ কণ রেখা গজের



২৫ অংশ পরিমিত হইয়াছে দেখিতে  
পাওয়া যাইবে। এই স্থলে ২৫ অংশ ২৫ ফুটের স্থানীয়  
হইল। কারণ পূর্বে গজের এক এক অংশকে এক এক ফুট  
কবিয়া লওয়া গিয়াছে। অতএব মোটের পরিমাণ ২৫  
ফুট হইবে।

৩৭। চাঁদের অধিক মাস রেখা দ্বারা পরিবদ্ধ ক্ষেত্রকে  
বহুভুজ ক্ষেত্র কহে।

২৮। যে ক্ষেত্র এক কুটিল রেখাতে পরিবদ্ধ এবং  
যাহার অন্তরে এমন কোন বিন্দু আছে, যাহা ঐ রেখার  
নিকট হইতে সমদূর, তাহাকে বৃত্ত ও ঐ কুটিল রেখাকে  
পরিধি কহে। পরিধির অন্তরস্থ পূর্ণাকৃতি ঐ বিন্দুকে কেন্দ্র  
কহে। কণযথত বৃত্ত পরিধি, ম কেন্দ্র।



একটা ক্ষুদ্র রেখা কম-র এক  
প্রান্ত মাসুর রাখিয়া অপর প্রান্ত ক  
ঘুরাইয়া পুনর্বার প্রাথমিক স্থানে  
উপনীত করিলে বৃত্ত নিক্ষেপিত হয়।

কম্পাসের মুখ যে পরিমাণে হুঁক বিস্তার করিয়া, একস্থ  
স্থির রাখিয়া অপর মুণ ঘুরাইয়া আনিতে একটা বৃত্ত  
অঙ্কিত হয়। বৃত্ত নিক্ষেপন করিবার রীতি হইতে স্পষ্ট  
হইতেছে যে, বৃত্তের বাসার্কগুলি পরস্পর সমান।

২০। পরিষ্কৃত কোন অংশের নাম চাপ বা ধনু ।  
যথা গম ।

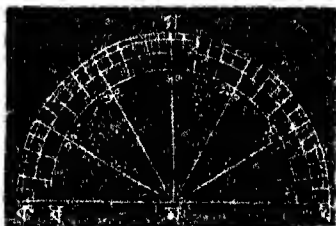
২১। বস্তুর কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে যান্ত্রিক পরি-  
ব্রিত উভয় পার্শ্ব সমাপ্ত হয়, তাহাকে ঐ বস্তুর ব্যাস  
কহে এবং কেন্দ্র হইতে পরিধি পর্য্যন্ত যে সরল রেখা  
টানিয়া যায় ( অর্থাৎ ব্যাসের অর্দ্ধাংশ ) তাহার নাম কর্কট বা  
ব্যাসার্দ্ধ কহে । কোনাঃব্যাস এবং তদবচ্ছিন্ন চাপের মধ্যে  
যে ক্ষেত্র থাকে, তাহাকে সামিরুস্ত বা বৃত্তার্দ্ধ কহে । যে  
সরল রেখা চাপের উভয় পার্শ্ব সংযুক্ত করে, তাহাকে জ্যা  
কহে । জ্যাহার দুই দুই বিহীন অংশে বিভক্ত হয়,  
এবং ইহার প্রত্যেককে ( অর্থাৎ কোন সরল রেখা ও তদব-  
চ্ছিন্ন চাপের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহাকে ) বৃত্তখণ্ড  
কহে । কেন্দ্র হইতে দুই সরল রেখা অঙ্কিত হইলে, উদ্ভা-  
সিত চাপের অন্তর্গত ক্ষেত্রকে বৃত্তখণ্ডক বলে । এক  
ক্ষেত্রে কথ ব্যাস, মধ্য ব্যাসার্দ্ধ, কণ্ঠখণ্ড সামিরুস্ত, গম  
রেখা জ্যা, গম ও গমতখণ্ড প্রত্যেককে বৃত্তখণ্ড, আর গমত  
বৃত্তখণ্ডক ।

২২। যদি একটি যান্ত্রিক বস্তুর সংস্থাপন হইয়া প্রস-  
ারিত হইলেও বৃত্তকে ভেদ না করে, তবে ঐ রেখা বৃত্তকে  
স্পর্শ করিতেছে এমনত কহা যায়, এবং উক্ত সরল রেখাকে  
স্পর্শানী বলে । কণ্ঠখণ্ড বৃত্তার্দ্ধের বাহ্য পৃষ্ঠকে বাহ্যপৃষ্ঠ  
ও অন্তরীণ পৃষ্ঠকে কূজপৃষ্ঠ কহে ।

২৩। এক কেন্দ্র হইতে ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে  
সকল বৃত্ত অঙ্কিত হয়, তাহাদিগকে এককেন্দ্র বৃত্ত কহে ।

প্রটোকটিং স্কেল বা কোণমাপন গজ ।

যদি রক্তকে ৩৬০ সমান ভাগে বিভাজিত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে অংশ কহে, এই অংশ নম্বরের মধ্যে পাশাপাশি দুইটি অংশ হইতে ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত রেখা অঙ্কিত করিলে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহার পরিমাণ এক অংশ। ৩০ টি অংশ লইয়া দুইটি রেখা



ম কেন্দ্র পর্য্যন্ত টানিলে যে কোণ হইবে, তাহার পরিমাণ ৩০ অংশ, অর্থাৎ এই কোণ পূর্বোক্ত কোণ অপেক্ষা ৩০ গুণ বেশী হইবে। গম রেখা কম রেখার উপর লম্বভাবে আছে বলিয়া, গমক কোণকে সমকোণ বলা যায়। কগ চাপ রক্তের চতুর্ভুজের এক অংশ, এই জন্য উহার পরিমাণ  $= ৩৬০^\circ - ৯০^\circ = ২৭০^\circ$ । অর্ধ-রক্তের পরিমাণ  $১৮০^\circ$ , অতএব উহা দুই সমকোণ তুল্য। যদি প্রত্যেক অংশ ৬০ সমান অংশে বিভাজিত একরূপ কল্পনা করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেক ভাগকে কলা কহে, ও প্রত্যেক কলা ৬০ সমান অংশে বিভাজিত একরূপ কল্পনা করিলে প্রত্যেক ভাগকে বিকলা কহে। যে যে চিকুবারা অংশ, কলা ও বিকলা ব্যক্ত হয়, তাহা ক্রমান্বয়ে বন্ধনীর মধ্যে লিখিত হইল ( $^\circ$ ), ( $'$ ), ( $''$ )।

অস্তাবিত কোণমাপন গজ হইতে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে যে যে রেখার এক পৃষ্ঠে এক বিন্দু ম-তে যতগুলি কোণ-



পাঁকে, তাহানিগের সমষ্টি দুইটি সমকোণের সমষ্টির সহিত  
সমান। এই রূপে সখা স্বকুরেখার নিম্ন পৃষ্ঠের সকল কোণ  
গুলিও দুইটি সমকোণের সমান। আতএর একটী, নিম্ন  
চতুর্ভুজের সমষ্টি কোণ থাকে তাহানিগের সমষ্টি চারিটি  
সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান। এতদ্বারা প্রমাণিত হইতেছে  
যে, কোন স্বকুরেখার এক প্রান্ত দ্বারা রাখিয়া অপর প্রান্ত  
ঘুরাইয়া আনুমানিক স্থানে উপনীত করিলে তাহার তাহা  
সমকোণ মাত্র প্রাপ্য হয়।

সে গোলকের কথা উপরে উল্লিখিত ভইল ইহাকে প্র-  
ত্যেকটার অর্থাৎ কোণমান গজ করে।

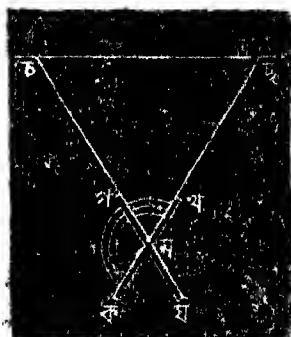
একখানা পিস্তলের পাতে উপরি লিখিত প্রতিক্রপনঃ  
একটী বৃত্তাকার আঁকিত কর, এবং তাহাকে চিত্রাত্মক  
বিভক্ত কর। তাহার পর ঐ বৃত্তাকার ভিতরে একটী চতু-  
কোণ কেন্দ্র করিয়া এবং উহার অংশ সমস্ত হইতে কেন্দ্র  
পর্যন্ত যথাক্রমে রেখা আঁকিত করিয়া ঐ আঁকিত কেন্দ্রটি  
কাটিয়া লও। তাহা হইলে যে স্থল অথবা গজ উৎপন্ন  
হইবে তাহা দ্বারা কোন মাপিবার উপায় হইবে। কোন  
স্থানে কোন নির্দেশন করিতে হইলে তথায় ঐ গজ বা  
মানদণ্ডের স নামক কেন্দ্রস্থান সংস্থাপিত কর। পরে  
কোন যে পরিমাণে করা আবশ্যক তাহা মানদণ্ডের অংশের  
সহিত ঐক্য করিয়া পেন্সিল দ্বারা রেখা টানিয়া দিলেই  
প্রয়োজন মত কোণ হইবে। বিদ্যালয়ের উপদেশের নিষিদ্ধ  
কোনমান গজ একখানা কাগজে বা তাসেও প্রস্তুত হইতে  
পারে।

## ব্যবহারকৃত জ্ঞানমাত্র ।

কোন ক্ষেত্র মাপ করিবার সময় সরকম্পরেণ্ট দ্বারা যে সকল কোণের পরিমাণ লওয়া যায় সেই সকল কোণ কোণ-  
মাপক দ্বারা নকশার কাগজে লিপিতে হয় । কোণমান  
কেন সামান্য মানরূপেও ব্যবহৃত হয় । সমান্তাংশে বিভক্ত  
কৃত প্রভৃতি যে সকল বস্তুকে সামান্য মান কহে, তাহার  
প্রত্যেক অংশ এই মানদণ্ডে কল্পনা করিলে কামা  
মিষ্ট হইতে পারিবে ।

## থ্রিওডোলাইট বা কোণমান যন্ত্র ।

কোন চিহ্ন এঁটতে দুইটি বস্তু পরস্পর দুই রেখা  
কল্পনা করিলে এই রেখাদ্বয়  
দ্বারা যে কোণের উৎপত্তি  
হয়, তাহার পরিমাণ এই  
যন্ত্র দ্বারা নিকৃপিত হইয়া  
যাবে । এই যন্ত্র চিত্রপ  
একটি নিম্নে লেখা যাইতেছে ।  
কোন চিহ্ন দ্বারা যে বৃত্তার্ধ  
এঁটান হইয়াছে তাহা



১৮০ সমান অংশে বিভাজিত । এই বৃত্তার্ধের কেন্দ্রে একটি  
নল এরূপ কোণে সংস্থাপিত আছে যে, তাহা চতু-  
দ্দিকে ঘুরিতে পারে । ম চিহ্নিত স্থান হইতে চ, ছ দুইটি  
বস্তু পরস্পর রেখা কল্পনা করিলে এই রেখাদ্বয় দ্বারা যে  
কোণ উৎপন্ন হয়, তাহা পরিমাণ করিতে হইলে কোণ-  
মান যন্ত্রের সাহায্যে চমছ কোণের উপর সংস্থাপ-

পন করিয়া ক চিত্রিত স্থান হইতে মন্ত্রন নল দ্বার  
হ চিত্রিত বস্তুকে লক্ষ্য করিতে হইবে। পরে নলটী-  
দ্বারা আবার চ চিত্রিত বস্তুকে সম-স্থিত দেখা যায়  
এরূপে ঘূর্ণায়িত আনিতে হইবেক, অর্থাৎ যতক্ষণ কথ-  
গন-র সাহিত মিলিত না হয়। এইকালে মহ ও মচ দুই  
রেখা দ্বারা যে কোণ হইয়াছে তাহার পরিমাণ খগ  
চাপের পরিমাণের সমান হইবে, অর্থাৎ গ হইতে ১  
পর্যন্ত যত অংশ হইবে ঐ কোণেরও পরিমাণ তত হইবে।

৩২। কোন কোন পরিমাণ কবিত হইলে কোণও  
অর্থাৎ মধ্যাকরকে কেন্দ্র করিয়া কোণ উৎপাদক  
রেখাচাপের কোন একটিকে বারানজি লইয়া একটী দূর  
নির্দেশিত করিতে হইবে। পরে ঐ কোণের দুই পার্শ্ব  
সরল রেখার মধ্যে যে চাপ থাকে, ঐ চাপ সমস্ত রূপে।  
যে অংশ হইবে, উক্ত কোণের পরিমাণ তত অংশ  
হইবে। যথা কথ একটী চাপ, ম ইহার কেন্দ্র, ক  
চাপের যে পরিমাণ কমবে কোণেরও সেই পরিমাণ।

কথ চাপের পরিমাণ ২২°  
৪৮" হয়, তাহা হইলে কথ  
কোণের পরিমাণও ঐ হইবে।  
অতএব বৃত্তের চাপই কোণের  
মান।



সন্ধ্যাদ্য।

১ম। জরীপ আনিয় যে স্থানে দণ্ডায়মান আছে (১৭  
পৃষ্ঠা ১ম প্রতিকৃতি) অর্থাৎ ম তথা হইতে হ পর্যন্ত যে

অন্তরভাঙ্গানা মাপিয়াও স্থির করা যাইতে পারে। মনে কর, ৬ম চ কোণের পরিমাণ  $80^\circ$  অংশ, য হইতে উক্তর অন্তর  $300$  গজ, ও স্থানে কোণমান যন্ত্র রাখিয়া দেখিলে জানা যাইবে যে ৬ম চ কোণ  $90^\circ$  অংশ। এইক্ষণে যন্ত্র দূরত্ব নিরূপণ করিতে হইবে।

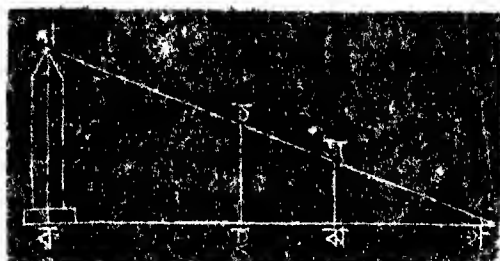
৫ম একটি রেখা পাতি করিয়া উহাকে সমান অংশের মানদণ্ডের  $300^\circ$  অংশের সমান কর। পরে কোণমান যন্ত্র দ্বারা যন্ত্র রেখা একপে পাতি কর যে ৬ম চ কোণ  $80^\circ$  হয়, য হই একপে পাতি কর যে ৬ম চ কোণ  $90^\circ$  হয়। ৬ম ও ৭ম রেখা হ স্থানে অবচ্ছেদ করিবেক। এইক্ষণে কক্ষাংশ দ্বারা যন্ত্র পরিমাণ করিয়া মানদণ্ডে নিয়োগ করিলে প্রতীত হইবে যে, উহার পরিমাণ  $300^\circ$  গজ, অর্থাৎ মানদণ্ডে যতগুলি একক হইবেক প্রত্যেক একক এক গজের স্থানীয় হইবে।

২য়। ক ও খ দুইটি বৃক্ষের মধ্যগত ব্যবধান পরিমাণ করিতে হইবে।



কোণমান যন্ত্র দ্বারা জানা যাইবে যে, যে স্থানে দণ্ডায়মান আছি সেই স্থানে কগখ কোণের পরিমাণ  $110^\circ$  অংশ। পরে গজ দ্বারা পরিমাণ করিলে গক রেখা  $32$  গজ দীর্ঘ হইবে, এবং ক চিহ্নিত স্থানে গকখ

কোণের পরিমাণ ৩৭ অংশ নির্ণয় হইবে। অনন্তর কখ দ্বিত্বক নির্মাণ করিয়া কখ পরিমাণ করিলে তাহা ৪ গজ নিরূপণ হইবে।



৩৭। গহ কীর্তিস্তম্ভের উচ্চতা নিরূপণ করিতে হইলে কীর্তিস্তম্ভের নিম্নভাগ ক' চিহ্ন হইতে যে স্থানে জমীনের সমস্ত সমান আছে সেই পর্গাতি দূরপরিমাণ আর্গ কখ বেখার পরিমাণ ৪০০ ফুট। ঐ স্থানে কোণমান ২৭ হইলে দেখিলে জমীনের উচ্চতা কখের পরিমাণ ৪০০ ফুট হইলে গহ কীর্তিস্তম্ভের উচ্চতা ক' গহ করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড জরিফা গক রেখার দৈর্ঘ্য ৪০০ অংশের সমান কর। কোণমান ২৭ হইলে রেখা এভাবে পাতি কর যে কখ কোণ ৪৭ অংশ হয়। পরে ক চিহ্ন হইতে কগ রেখা খক-র উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত কর। কগ ও খগ রেখা গ স্থানে ছেদ করিবে। এইস্থান কম্পাস দ্বারা গক পরিমাণ করিয়া মানদণ্ডে নিয়োগ করিলে প্রতীত হইবে যে, মানদণ্ডে লম্ব একক ঐ দিকের তত ফুট উচ্চ অর্থাৎ প্রায় ৩৩৫ ফুট।

৪র্থ। নগ একটা

দক্ষিণোপরি একমন্দির,  
উহার তলার ঘাইবার  
যা নাই। এই দক্ষিণের  
উচ্চতা স্থির করিতে  
হইবে। জরীপ আমীন  
মনেকর, ক হইতে ঘ



নগ ৭৬ ফুট পরিমাপ করিয়াছে। ক ও ঘ স্থানে কোণ-  
মাপন দ্বারা পরিমাপ করিলে জানা যাইবে যে, নকশা ও  
মাপন কোণের পরস্পর  $২৭^{\circ}$  ও  $৫২^{\circ}$ । এইক্ষেত্রে খগ  
মন্দিরের উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড লইয়া কখ রেখাকে ভাগ্য  
৭৬ অংশের সমান কর। কোণমাপন দ্বারা যগ ও কগ  
রেখা একরূপে অঙ্কিত কর যে, খ য গ ও য ক গ কোণের  
পরস্পর  $৫২^{\circ}$  ও  $২৭^{\circ}$  অংশ হয়। যগ ও কগ রেখাভাগে  
সম্পাত বিন্দু গ হইতে কখ রেখার উপর লম্বপাত করিয়া  
কল্যাস দ্বারা উহা পরিমাপ করিলে প্রতীত হইবে যে  
উহা মানদণ্ডের ৬৪ একক। মানদণ্ডের প্রত্যেক একক  
এক ফুটের সমান হইলে এই মন্দিরের উচ্চতা ৬৪ ফুট  
হইবে।

৩৩। অ্যামিতি সম্বন্ধীয় রেখা বা ক্ষেত্রেব লক্ষণকে পরি-  
ভাষা কহে। “যে ত্রিভুজের দুইভুজ সমান তাহাকে সমদ্বি-  
বাহু ত্রিভুজ কহে,” এইস্থলে সমদ্বিভুজ ত্রিভুজের পরিভাষা  
হইল। ক্ষেত্র বিশেষের লক্ষণ করাণী পূর্ব পক্ষ—অর্থাৎ

কেন্দ্রের বস্তুগুলি প্রাপ্তি নির্দেশ করিয়া পাচাং উপসংহার  
বাস্তবপন্থি করিতে হইবে। পূর্বোক্ত সম্বন্ধিত্ত্ব ত্রিভুজের  
লক্ষণ হইতে এই অক্ষর উপপাদিত হইতে পারে যে,  
উহার সমান বাহুর সমান কোনগুলি পরস্পর সমান।  
প্রতিজ্ঞা সাধনের জন্য সাধা নির্দেশ। সাধা দুই  
প্রকার, সম্পাদ্য ও উপপাদ্য।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন ক্রিয়া সম্পন্ন করিতে হইবে এমন  
প্রস্তাব করে, অর্থাৎ কোন ক্ষেত্র নির্গমন করিতে হইবে,  
অথবা কোন প্রাপ্তির সিদ্ধান্ত করিতে হইবে, তাহাকে  
সম্পাদ্য বলে।

যে প্রতিজ্ঞায় কোন সত্য সংস্থাপন করিতে হইবে  
এমন প্রস্তাব করে তাহাকে উপপাদ্য বলে।

এক বা বহু প্রতিজ্ঞা হইতে যে কল উপলব্ধি হয়,  
তাহাকে অঙ্গমান বলে।

প্রতিজ্ঞা সকল অধিকাংশই এই পঞ্চাঙ্গ সংযুক্ত হয় ;  
যথা, সমান্য কথন ; বিশেষ কথন ; অকপাত ; প্রমাণ ;  
উপসংহার। হেতু প্রদর্শনের নাম প্রমাণ।

হেতু দুই প্রকার, অস্বয়ী হেতু এবং ব্যতিরেকী হেতু।  
যে প্রতিজ্ঞা সাধনে সাধ্যের স্বার্থার্থ্য একবারে সপ্রমাণ  
হয়, সেই স্থলে অস্বয়ী হেতুর দ্বারা প্রতিজ্ঞা সিদ্ধ হইল,  
এমত বলি যায়। আর যেখানে সাধ্যের অসাধ্যার্থ্য সপ্রমাণ  
করিবার নিমিত্ত তদ্বিপরীতের অসাধ্যার্থ্য প্রতিপন্ন  
করিতে হয়, সে স্থলেই ব্যতিরেকী হেতুর প্রয়োগ  
হয়।

প্রতিজ্ঞার পূর্বোক্ত তৃতীয় অঙ্গ, অর্থাৎ প্রমাণিত করিবার জন্য যে কতিপয় প্রত্যক্ষ এবং স্বতঃ প্রমাণ্যক সম্পাদনের প্রয়োজন হয় তাহাদের নাম স্বীকার্য। অর্থাৎ প্রতিজ্ঞার চতুর্থ অঙ্গ, অর্থাৎ প্রমাণের নিত্যস্থাপনযোগ্য, যে সমস্ত স্বতঃ প্রমাণ্যক উপপাদ্য তাহাদের নাম স্বতঃ সিদ্ধ। উল্লিখিত ই স্বীকার্য এবং স্বতঃ সিদ্ধের সমন্বয়তা ভিন্ন কৃত্রিমি আর কোন প্রমাণ অবলম্বন কখনো নাই।

স্বীকার্য কথা : ১। এক বিম্বু চইতে অন্য এক বিম্বু পর্য্যন্ত ঋজু রেখা টানা যায়।

২। কোন নির্দিষ্ট ঋজু রেখাকে সমল ভাবে যাবত্নে চিহ্নিত করা যাইতে পারে।

৩। কোন বিম্বুক কেন্দ্র করিয়া তাহা চইতে যথেষ্ট বহু বসার্ধ লইয়া বৃত্ত আঁকা যাইতে পারে।

স্বতঃ সিদ্ধ : ১। যে যে বস্তু প্রত্যাকে অপূর্য্য কোন এক বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান।

২। সমান বস্তুতে সমান বস্তুর যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

৩। সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে অবশিষ্টদ্বয় সমান হয়।

৪। সমান সমান বস্তু পরস্পর বিবম বস্তুতে সংযুক্ত হইলে সমষ্টিদ্বয় ও বিবম হয়।

৫। বিবম বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে, অবশিষ্টদ্বয় ও বিবম হয়।



৬। যে যে বস্তু এতদ্যেক কোন এক বস্তুর দ্বিগুণ, তাহার পরস্পর সমান।

৭। যে যে বস্তু এতদ্যেক কোন এক বস্তুর অর্ধ, তাহার পরস্পর সমান।

৮। যে সমস্ত ক্ষেত্র পরস্পরমিলে, অর্থাৎ যাহারা ঠিক এক স্থান আবরণ করে তাহার পরস্পর সমান।

৯। কোন বস্তু বা রাশি তাহার অংশ বিশেষের অপেক্ষা বৃহৎ।

১০। কোন বস্তু বা রাশি বিভাজিত হইলে তাহার অংশ সমুদয়ের সমষ্টি সেই বস্তু বা রাশির সমান।

১১। সমকোণ মার্বেই পরস্পর সমান।

১২। দুই কতু রেখা যদি পরস্পরকে অবচ্ছেদিত করে, তাহা হইলে উভয়েই কোন ঋজু রেখায় সমান্তরাল হইতে পারেন না।

### গণিতের চিহ্ন নিকূপণ।

—এই চিহ্নের নাম সমিত। এক রাশির সহিত অন্য রাশির সমা থাকিলে তাহা এই চিহ্নের দ্বারা প্রকাশ করা হয়; যথা, ১২ ইঞ্চি এবং এক ফুট ইহার পরস্পর সমান, ১২ ইঞ্চি = ১ ফুট।

+ এই পতঙ্গ চিহ্নের নাম যন বা সংহতি। দুই রাশির মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হইলে পরস্পরের সংকলন করিতে হয়; যথা, ২ + ৩ = ৫।

—ইহার নাম গুণ বা হীনিত। রাশি পরস্পরের বার-  
বার সময়ে পরস্পরের মধ্যে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয়।  
(৫.৩--২=৩)।

এই ব্রজ্যকৃতি চিহ্নের নাম গুণ বা গুণক। দুই অথবা  
একত্রিক রাশির গুণন সময়ে এই চিহ্নের ব্যবহার হয়।  
(৫.৩×৩=১৫)। এই গুণ চিহ্নের পরিবর্তে কখন এক  
দু গাত্র লেখা যায়; যথা ৫.৩=১৫।

যে রাশিকে গুণ করা যায় তাহার নাম গুণ্য।

যদ্বারা গুণন ক্রিয়া সম্পন্ন হয় তাহার নাম গুণক।

গুণ করিয়া বাহ্য হয় তাহার নাম গুণফল।

কোন রাশি সেই রাশি দ্বারা গুণিত হইলে যে ফল লব  
হয় উহাকে রাশির বর্গ কহে, যেমন ৫এর বর্গ ২৫।

কোন একটা রাশিকে সেই রাশি দিয়া গুণ করিয়া  
ঐ গুণককে পুনর্বার ঐ রাশি দিয়া গুণ করিলে যে ফল  
লাভ হয়, তাহাকে ঐ রাশির ঘন কহে; যথা  
 $৫ \times ৫ \times ৫ = ১২৫$ ।

কোন রাশিকে সেই রাশি দ্বারা পুনঃ পুনঃ গুণ  
করিলে যত বার গুণ করা যায়, তত সংখ্যক অঙ্কে ঐ  
রাশির মন্তকের ডানদিকে ক্ষুদ্রাকারে লিখিলে সেই  
গুণফল ব্যক্ত হয়। যথা  $৫^২ = ৫ \times ৫ = ২৫$ ;  $৫^৩ = ৫ \times ৫$   
 $\times ৫ = ১২৫$ ;  $৩+৪|^২ = ৭^২ = ৪৯$ ;  $৪ (৫+৩)^২ =$   
 $৪ \times ৮^২ = ২৫৬$ । এই ২, ৩ সংখ্যাকে ঘাত কহে; ৫<sup>২</sup>,  
৫ রাশির দ্বিঘাত বা বর্গ। ৫<sup>৩</sup>, ৫ রাশির ত্রিঘাত বা ঘন,  
ইত্যাদি।

## অষ্টম অধ্যায়

এই চিত্রের নাম ভাজক। যে যে রাশির মধ্যে এই চিত্র থাকে তাহার প্রথমকে দ্বিতীয় দ্বারা হরণ করিবে; যথা,  $১৫ ÷ ৩ = ৫$ । ইহা রাশি ইবক রাশির উপর থাকিলেও এই তরনের অর্থ বুঝায়, যথা  $৫।৫$  পড়িতে হইলে ৩ লব ৫ কর পড়িবে।

যে রাশি ভাগ করা যায় তাহার নাম ভাজক।

যদ্বারা ভাগ করা যায় তাহার নাম ভাজক।

ভাগ করিবে। যে ফল লব্ব হয় তাহার নাম ভাগফল

নাগের পর যাহা অবশিষ্ট থাকে তাহার নাম ভাগ

অনেক পৃথক ২ রাশি একত্র করিবার নিমিত্ত ( ) ।  
 ১। ১২ চিত্র ব্যবহৃত হয়; ইহা দ্বিগুণকে বহুমানি বা বোঝ  
 কহে, যথা,  $( ৫ + ৪ ) \times ২ = ১৮$ ; কিম্বা  $৫ + ৪ \times ২ = ১৮$ ।

এই চিত্রের নাম মূলক বা মৌলিক। কোন রাশির  
 নামদিকে এই চিত্র থাকিলে বুঝিতে হইবে যে, ঐ রাশির  
 বর্গমূল নির্দেশিত করিতে হইবে, অর্থাৎ সেই রাশিকে  
 এমন ভাগ করিতে হইবে যে, সেই ভাগফলকে দ্বিগুণ  
 করিলে পূর্ব রাশি উপলব্ধ হইবে; যথা,  $\sqrt{৩৬}$  ইহা দ্বারা  
 ৩৬ এর বর্গমূল কত তাহা ব্যক্ত হইতেছে, সুতরাং  $\sqrt{৩৬}$   
 $= ৬$ । এই চিত্রের উপর ৩ থাকিলে মূলমূল বুঝিতে হইবে,  
 উদাহরণ এই মৌলিক চিত্রের পরিবর্তে কখন কখন  
 রাশির সব্বকের ডানদিকে ২, ৩ এই রূপ ভগ্নাংশগুলি  
 ব্যবহৃত হয়; যথা,  $\sqrt[৩]{৬৪}$ ,  $\sqrt[২]{৬৪}$ , ইহার দ্বারা ৩ ৬৪ র বর্গ  
 ও মূল মূল প্রকাশিত হইয়া থাকে।

যদি রাশি পরম্পরার উপর রেখা অঙ্কিত থাকে, তবে এই রাশির সমুচ্চয় লইয়া বিহিত কার্য্য করিতে হইবে।  
যদি সেটি রেখার নাম শুদ্ধলঃ যথা, ৩—২—৫ × ক—৩  
রাশির অর্থ এই যে ৩—২+৫ এই রাশি সমুচ্চয়ের  
ফলক ৩—৩ এই রাশির ফলফারা গুণ করিতে হইবে।  
যথা—গঘা × (কথ—গঘা), অথবা কথ—গঘা, ইহার  
ফল এই যে কথ—গঘা এই রাশি আপনার দ্বারা গুণ  
করিলে :

যদি কোন রাশির বর্গ বা দ্বয় মূল নিকাশন করিতে হয়,  
তবে সেই মূল সম্পূর্ণ নিশ্চয় না হয়, অর্থাৎ যত দূর প্রক্রিয়া  
করা যায় উক না কেন, কিছু না কিছু ভাগশেষ থাকে, এবং  
সমস্ত মূলসাত্রাহীন হয়, তবে সেই মূলের প্রতিকপকে  
সমস্ত ও অমেয় রাশি কহা যায়।

এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সম্বন্ধ তাহার নাম  
অমুপাত। অমুপাত চিহ্ন প্রকাশার্থে কয়েক বিস্তৃত বা-  
হুর ভয়, যথা, ৪ঃ৪ঃ৪। এই চিহ্নগুলি রাশি সকলের  
মাধ্য থাকিলে তাহাদের পরম্পর যেরূপ সম্বন্ধ তাহা  
সুস্পষ্ট হয়; যথা, ২ঃ৫ঃ৪ঃ৮ঃ২০; ইহা একত্রে পাঠ  
করিতে হয়, ২এর সহিত ৫এর যে সম্বন্ধ বা অমুপাত  
৫এর সহিত ২০ এরও সেই সম্বন্ধ বা অমুপাত।

এক রাশি অন্য রাশির দ্বারা শুদ্ধ ভাজ্য হইলে সেই  
ভাজ্য রাশিকে ঐ অন্য রাশির অপবর্ত্য কহে, যথা ১৬, ৪  
এব অপবর্ত্য, কারণ ১৬, ৪এব ঠিক চতুর্গুণ, সুতরাং  
ইহার শুদ্ধ ভাজ্য।

এক রাশি অন্য রাশির শুদ্ধ ভাজক হইলে তাহাকে  
ঐ রাশির অপবর্তক কহে; যথা, ৪:১৬র অপবর্তক।

যে চিহ্ন দ্বারা “তজ্জন্য” “এই নিমিত্ত” “অতএব”  
এই প্রকার অর্থ বোধ হয়, তাহার আকৃতি এই :

যে চিহ্ন দ্বারা “যেহেতু” এই অর্থ বোধ হয়, তাহার  
আকৃতি এই :

দুই রাশির মধ্যে পূর্বেরটী পরের রাশি অপেক্ষা শু-  
দ্ধ থাকিলে এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয় > ; ইহার নাম বৃদ্ধক  
আর লঘু বৃদ্ধাইলে < এই চিহ্ন ব্যবহৃত হয় . ইহার নাম  
লঘুতর।

উপরি উক্ত চিহ্ন ব্যতীত আর কতকগুলি চিহ্ন ক্ষে-  
ত্রব্যবহারে প্রয়োগ হইয়া থাকে।

# কোন ত্রিভুজ এবং সমান্তরাল রেখা সম্বন্ধীয় কতিপয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য ।



## ১ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য ।

দুইটি ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটির দুই বাহু অন্যের দুই বাহুর সহিত যথাস্থ সমান হয়, এবং এই দুই ত্রিভুজের সমান ভুজের অন্তর্গত দুইটি কোণ পরস্পর সমান হয়, তাহা হইলে এই দুই ত্রিভুজ পরস্পর সমান্তরাল হইবে।



মনে কর, কখন  $\triangle ABC$  ও  $\triangle DEF$  ত্রিভুজের  $AB$  বাহু,  $BC$  বাহুর এবং  $\angle B$  কোণ,  $\angle E$  কোণের সমান, এবং  $AC$  বাহু,  $DF$  বাহুর সমান, তাহা হইলে  $AC$  বাহু

$DF$  বাহুর,  $\angle A$  কোণ  $\angle F$  কোণের ও  $\angle C$  কোণ  $\angle D$  কোণের সমান হইবে।

যদি কখন ত্রিভুজকে  $DF$  ত্রিভুজের উপর এই রূপে উপস্থাপিত করা যায় যে  $A$  কোণ,  $F$  কোণের উপরেই পড়ে এবং  $C$  কোণ  $D$  কোণের উপরেই পড়ে, তাহা হইলে  $AC$  কোণ  $DF$  কোণের সমান বলিয়া।

মিলিয়া যাইবে, এবং খগ ঋজু রেখা ছজ ঋজু রেখার  
সমান বলিয়া মিলিয়া যাইবে, ও একের প্রান্ত গ,  
অগরের প্রান্ত জ-র সহিত মিলিবে। আবার খ কোণ  
হ কোণের সহিত মিলিলে কখ ঋজু রেখা চজ ঋজু  
রেখার ঠিক উপরে পড়িবে, এবং উভয়ে সমান বলিয়া  
মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলেই গক ঋজু রেখার  
দুই বিম্ব গ ও ক, জচ ঋজু রেখার দুই বিম্ব জ ও চ।  
সহিত মিলিল। সুতরাং রেখা-দ্বয়ও পরস্পর মিলিল  
এবং কখগ সমুদায় ত্রিভুজ চহজ সমুদায় ত্রিভুজের সহিত  
সম্যক মিলিয়া পরস্পর সর্কতোভাবে সমান হইল।

## ২য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুইটি ত্রিভুজের মধ্যে যদি একটির দুই কোণ অন্যের  
দুই কোণের সহিত যথাক্রমে সমান হয়, এবং একের সমান  
কোণদ্বয়ের নেদিষ্ট ভুজ, অগরের তাদৃশ ভুজের সহিত  
সমান হয়, তবে ঐ দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সর্কতোভাবে  
সমান হইবে।

মনে কর, দুইটি ত্রিভুজ কখগ ও চহজ-র (পূর্ব প্রতি-  
জ্ঞা দেখ) কখগ কোণ চহজ কোণের সমান এবং কগখ  
কোণ চহজ কোণের সমান, আর ভুজ খগ, হজ ভুজের  
সমান, তাহা হইলে কখগ ও চহজ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর  
সর্কতোভাবে সমান হইবে।

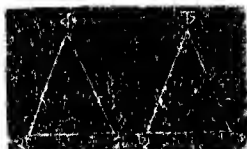
কখগ ত্রিভুজ চহজ ত্রিভুজের উপর এই প্রকারে  
উপনিহিত কর যে খগ রেখা হজ রেখার উপর পড়ে

কখনো কখনো কোণ চতুর্ভুজ কোণের সমান করানো করা  
 সম্ভব, সুতরাং কখনো রেখা চতুর্ভুজ রেখার উপর পড়িয়া  
 মিলিয়া যাইবে, এবং কখনো কোণ চতুর্ভুজ কোণের সমান,  
 সুতরাং কখনো রেখা ও চতুর্ভুজ রেখার উপর পড়িয়া মিলিয়া  
 যাইবে। তাহা হইলেই কখনো চতুর্ভুজ চতুর্ভুজ চতুর্ভুজ  
 হইত মনে কল্পিয়া পরস্পর সমান হইল।

### ৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটি চতুর্ভুজের সমান্তরাল সমান্তরাল কোণ দুইটি  
 পরস্পর সমান হইবে।

কখনো একটি চতুর্ভুজ তাহাৎ  
 কখনো ও কখনো বাহুদ্বয় পরস্পর  
 সমান, কখনো ও কখনো বাহুদ্বয়ের  
 সমান্তরাল কোণদ্বয়ও পরস্পর সমান।



মনে কর, চতুর্ভুজ আর একটি সমান্তরাল চতুর্ভুজ ; ইহাও  
 চতুর্ভুজ কখনো বাহুদ্বয় ও চতুর্ভুজ বাহুদ্বয় সমান,  
 এবং উভয় চতুর্ভুজের সমান চতুর্ভুজ অন্তর্গত দুইটি কোণ  
 চতুর্ভুজ ও কখনো পরস্পর সমান, অতএব ১ম প্রতিজ্ঞানুসারে  
 এই দুইটি চতুর্ভুজ পরস্পর সর্বতোভাবে সমান; এবং  
 কখনো কোণ চতুর্ভুজ কোণের সমান। পুনশ্চ, চতুর্ভুজ বাহু  
 কখনো বাহুদ্বয় এবং চতুর্ভুজ বাহু কখনো বাহুদ্বয় সমান, এবং কখনো  
 কোণ চতুর্ভুজ কোণের সমান, অতএব এখানেও দুইটি  
 চতুর্ভুজ পরস্পর সর্বতোভাবে সমান এবং কখনো কোণ চতুর্ভুজ



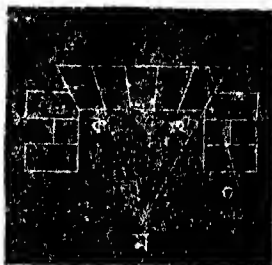
টান ; তাহাতে কথগ যে একটি ত্রিভুজ হইবে তাহা সমবাহু ।

কথ ও কগ উভয়ে খগচ ব্রহ্মের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং খগ ও খক উভয়ে কগচ ব্রহ্মের ব্যাসার্দ্ধ বলিয়া পরস্পর সমান, সুতরাং কগ ও খগ প্রত্যেকে কথ রেখার সমান হওয়াতে ইহারা ( ১ম স্বতঃ সিদ্ধান্তমানে ) পরস্পর সমান ।

### নিয়োগ ।

চামটিকা খিলান প্রস্তুত করিবার নিয়ম ।

কথ খিলানের পরিসর ;  
ইহাকে কয়েকটি সমান  
অংশে বিভাজিত কর ।  
পরে কথ রেখার নিম্নে  
সমবাহু ত্রিভুজ আঁকিত  
কর এবং ঐ ত্রিভুজের শীর্ষ

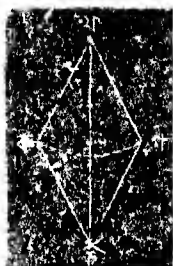


কোণের ন বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ন বিন্দু হইতে কথ  
রেখার বিভাগকৃত চিহ্ন গুলিতে সরল রেখা টানিলে খিলা-  
নের আস্থিগুলি নিরূপিত হইবে ।

### ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

এক নির্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ড, অর্থাৎ দুই সমান  
ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে ।

কখনও এক নির্দিষ্ট কোণ, খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া পরিমাণে হয় ব্যাসার্ধ লইয়া কগ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক ও গ-কে কেন্দ্র করিয়া উক্ত ব্যাসার্ধ মাপন করিয়া দুইটি চাপ অঙ্কিত কর । এই দুই



চাপের সম্পাতবিন্দু চ হইতে খ পর্যন্ত এক সরল রেখা টান । খ চ রেখা দ্বারা কখগ কোণ দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইল । কচ ও গচ সংযুক্ত কর ।  
খক = খগ, এবং কচ = চগ এবং খচ রেখা  
খকচ ও খগচ দুই ত্রিভুজের সামান্য

৮. অতএব চতুর্থ প্রতিজ্ঞানুসারে এই দুইটি ত্রিভুজ সমতুল্যভাবে সমান এবং কখচ কোণ গখচ কোণের সমান । যদি খচক ত্রিভুজ খচ রেখার উপর ঘুড়িয়া ফেলা যায়, তাহা হইলে উহা গখচ ত্রিভুজকে সম্পূর্ণ ভাবে আবৃত করিবে ।

## ৭ম প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

যে কোণের কত অংশপরিমাণ নির্দিষ্ট আছে তাহা কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে ।

যে কোণ অঙ্কিত করিতে হইবে তাহার পরিমাণ যদি ৪১ অংশ হয়, তবে অংশমানদণ্ডের ৬০ অংশ পর্যন্ত কম্পাস বিস্তার করিয়া উহার এক পদ কম একটী সরল রেখার



ম বিন্দুতে রাখিয়া রক্ত অঙ্কিত কর, যথা কখগ : ইহা কম সরল রেখাকে ক বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে উক্ত অংশ মানদণ্ডের  $৪১^\circ$  কম্পাস বিস্তার করিয়া ক বিন্দু হইতে রক্তের কগ অংশ ছেদ কর এবং গ ও ম সংযুক্ত কর। ক-ম-গ কোণ অঙ্কিত হইল ইহার পরিমাণ  $৪১^\circ$ ।

### ৮ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

রেখাদ্বয়ের সংস্পর্শে যে কোণের উৎপত্তি হয় তাহার পরিমাণ করিতে হইবে।

কম ও গম (পূর্ব প্রতিজ্ঞা দেখ) দুই রেখার সংস্পর্শে যে কোণ হইয়াছে ইহার পরিমাণ করিতে হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া অংশমানদণ্ডের  $৬০^\circ$  বাসার্দ্ধ লইয়া কখগ এক রক্ত অঙ্কিত কর, ইহা কম ও গম (আবশ্যক হইলে বর্দ্ধিত করিতে হইবে) রেখাদ্বয়কে ক ও গ বিন্দুতে ছেদ করিবে। পরে কম্পাসকে ক হইতে গ পর্য্যন্ত বিস্তার করিয়া উক্ত অংশমানদণ্ডে প্রয়োগ করিয়া দেখিলে প্রতীয়মান হইবে যে কমগ নির্দিষ্ট কোণের পরিমাণ  $৪১^\circ$ ।

### ৯ম প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কখ এক নির্দিষ্ট সরল রেখাকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

কি বিন্দুকে কেন্দ্র এবং কথ রেখা-  
ক বাসান্দ্র করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত  
কর। এবং খ কেন্দ্র হইতে খক বাসান্দ্র  
কর। আর একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর।  
এই দুই বৃত্তের পরস্পর স্পর্শাত বিন্দু  
গ ও ল এক সরল রেখা দ্বারা সংযুক্ত  
করিলে, ইহা কথ সরল রেখার সমা-  
বলু চ দিয়া যাইবে।



কগ ও খগ সংযুক্ত কর। ৬ষ্ঠ প্রাতিজ্ঞার ন্যায় ইহাতেও  
প্রমাণ হইতে পারে যে কগখ কোণ খগখ কোণের সমান।  
এক্ষণে কগচ ও খগচ ত্রিভুজদ্বয়ে কগ রেখা খগ রেখার  
মধ্যম, চগ সমান্তরাল বাহু, এবং কগচ কোণ খগচ কোণের  
সমান। অতএব কগচ ও খগচ দুইটি ত্রিভুজ (১ম প্রাতি-  
জ্ঞানুসারে) সর্বভাৱে সমান এবং কচ রেখা চখ রেখার  
সমান, সুতরাং চ বিন্দুতে কথ রেখা সমধিক্ষিপ্ত হইয়াছে।

### ১০ম প্রাতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কথ সরল রেখার অন্তর্গত য নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে  
তার উপর লম্বাটী নিতে হইবে।



কথ মধ্যে কোন এক বিন্দু  
লও, যথ্যা, চ এবং যথ হইতে ঘচ-  
র সমান এক অংশ কম্পাসদ্বারা  
ছেদ কর, যথ্যা যহা। চ এবং হ  
বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চঘ, অণেকা

বেশী বাসার্দ্ধ লইয়া দুইটি চাপ অঙ্কিত কর। এই দুই চাপের পরস্পর স্পর্শাত বিন্দু গ-হইতে য পর্য্যন্ত এক সরল রেখা টান। ঘগ, ঘ বিন্দু হইতে উঠিয়া কব রেখার উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত হইল।

গচ ও গছ সংযুক্ত কর।

চগঘ ও চ্চগঘ ত্রিভুজে, চগ=চ্চগ, চঘ=চ্চঘ, এবং গচ দুইটি ত্রিভুজের সামান্য বাহু, অতএব ঐ ত্রিভুজসমূহের চগন ও চ্চগঘ দুইটি ত্রিভুজ সর্বভাৱে সমান এবং গঘচ কোণ গঘছ কোণের সমান। ইহা দ্বারা ই গঘ রেখার পার্শ্ব কোণ, অতএব এতোক সমকোণ, সুতরাং ঘগ রেখা কঘ রেখার উপর লম্ব ভাবে অঙ্কিত হইয়াছে।

দ্বিতীয়তঃ। কোন সরল রেখার এক প্রান্ত হইতে লম্ব টানিতে হইবে।

কয এক সরল রেখা, ইহার প্রান্তস্থ বিন্দু ৬ হইতে ইহার উপর লম্ব টানিতে হইবে। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যক পর্য্যন্ত ক্রিয়া যক অপেক্ষা ক্ষুদ্র কোণ রেখা বাসার্দ্ধ লইয়া একটা বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা অইঈ পরে একটা কম্পাস যথ্য বাসার্দ্ধের সমান বিস্তার করিয়া তদ্বারা অইঈ বৃত্তাংশকে দুই বার ছেদ কর, যথা, ই.ঈ; পুনশ্চ ই ও ঈ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঈ হইতে ই পরিমাণে বাসার্দ্ধ লইয়া দুইটি বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্তের পরস্পর স্পর্শাত-



বিন্দু গ হইতে ঘ পর্যন্ত এক রেখা টান । যগ, কঘ রেখার  
অন্য বিন্দু গ হইতে উহার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল ।

## ১১ শ প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

এক নির্দিষ্ট সরল রেখার উপর তদ্বিহীন কোন নির্দিষ্ট  
বিন্দু হইতে লম্ব টানিতে হইবে ।

কথ এক নির্দিষ্ট সরল রেখা, এবং গ উহার বহিঃস্থ  
এক বিন্দু, গ হইতে কথ রেখার উপর লম্ব টানিতে হইবে ।

প্রথমতঃ । যখন বিন্দুগ রেখার মাঝামাঝি থাকে,

তখন গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া খ  
রেখাকে ছেদ করিতে পারে একপ  
একটি বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, যথা,  
অগা ; ইহাকথ রেখাকে অ এতঃ



আ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে । পরে অ, গ ও আ, গ সংযুক্ত  
কর । অপর (৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে) অগআ কোণকে গঘ দ্বারা  
সম্বন্ধিত কর । গঘ সরল রেখা গ বিন্দু হইতে অঙ্কিত  
হইয়া কথ রেখার উপর লম্বভাবে সংস্থিত হইল । অঘগ  
ও আগগ ত্রিভুজে অগ = আগ, ঘগ সমান্য বাহু এবং  
অগঘ কোণ আগঘ কোণের সমান, অতএব ( ১ম প্রতিজ্ঞা-  
নুসারে ) এই দুইটি ত্রিভুজ সর্বতোভাবে সমান এবং গঘঅ  
কোণ গঘআ কোণের সমান, ইহারাই গঘ রেখার দুই  
পার্শ্ব কোণ অতএব প্রত্যেকে সমকোণ ; সুতরাং গঘ  
রেখা কথ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইয়াছে ।

দ্বিতীয়তঃ। নির্দিষ্ট বিন্দুটী কথ রেখার এক পাশে  
ভাগে ভইলে গ হইতে কথ রেখার উপর একটা রেখা



পাত কর, যথা গ অ; পরে গঅ  
কে য বিন্দুতে সমন্বিত কর, এবং য  
বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া মগ ব্যাসার্ধ  
লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর, যথা।

অঘণঃ ইহা কথ রেখাকে য বিন্দুতে ছেন করিতেছে। পরে  
গ ও য এক সরল রেখাদ্বারা সংযুক্ত কর। গয  
গ বিন্দু হইতে কথ রেখার উপর লম্বভাবে অঙ্কিত হইল।

য ম সংযুক্ত কর। অ গ = ম য, অতএব যঅ  
কোণ যঘঅ কোণের সমান, এবং ময ও মগ সমান  
হওয়াতে যঘগ কোণ যগয কোণের সমান, সুতরাং  
সমুদায় অঘগ কোণ যঅগ ও মগয দুই কোণের  
যোগতুল্য।

অপর গ অ য ত্রিত্বের বহিঃস্থ কষগ কোণ য অ ম,  
অ গ য দুই কোণের যোগ তুল্য, অতএব অ ঘ গ কোণ  
গ য ক কোণের সমান সুতরাং (৭ম সংজ্ঞানুসারে) ইহার  
প্রত্যেকে সমকোণ।

এই উপপত্তি ১৯শ প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে  
হইল।

অনুমান। একটি নির্দিষ্ট সরল রেখা ও বিন্দুর মধ্যে  
যে লম্বতম দূরত্ব তাহাই ঐ রেখার লম্ব।

## ১২শ প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার তিন বাহু এরূপ তিনটী নির্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে, যে ঐ রেখা ত্রয়ের যে দুইটী লও, তাহারা পরস্পর কোণে তৃতীয়টীর অপেক্ষা বৃহত্তর হয় ।



নির্দিষ্ট সরল রেখা তিনটী ৫, ৪ এবং ৩ গজ পরিমিত ঐক্য ইহাদের মধ্যে যে দুই রেখা লও, একত্র করিলে তৃতীয় ত্রিতে অধিক হইবে, অর্থাৎ ৫ ও ৪, ৩ হইতে বৃহত্তর, ৫ ও ৩, ৫ হইতে বৃহত্তর, এবং ৫ ও ৩, ৪ হইতে বৃহত্তর । যেহেতু এক ত্রিভুজ করিতে হইবে, যাহার এক বাহু ৫, এক বাহু ৪ ও এক বাহু ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান হইবে ।

৫ গজ পরিমিত এক সরল রেখা ক খ পর্যন্ত কর, পক্ষে ক কেন্দ্র করিয়া ৪ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক, এবং খ কেন্দ্র করিয়া ৩ গজ পরিমিত রেখা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া এক বৃত্ত আঁক । এই দুই বৃত্তের সম্পাত বিন্দু গ ইহাতে ক এবং খ পর্যন্ত দুই সরল রেখা টান, তাহাতে কখগ এক ত্রিভুজ হইবে, ইহার তিন বাহু কখগ ৫, ৪, ৩ গজ পরিমিত রেখার সমান ।

## ১৩শ প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

ভূমি, লম্ব ও ভূম্যোপরি লম্ব পাতনের স্থান নির্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজ কিরূপে অঙ্কিত করিতে হইবে ।



ক খ ভূমি = ৭, গ ঘ লম্ব =  
৩ এবং ক চিহ্ন হইতে লম্ব  
পাতনের দূরত্ব ক ঘ = ২  
চেন।



৭ চেন পরিমিত এক  
সরল রেখা ক খ নাম কর, এবং ক খ হইতে দুই চেন পরি-  
মিত এক লম্ব ছেদ কর, যথা ক ঘ। এবং ঘ বিন্দু হইতে  
তিন চেন পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা ঘ গ। পরে  
গ খ ও গ ক সংযুক্ত কর। ক খ গ ত্রিভুজ অঙ্কিত হইল।

### ১৪ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ এক সরল রেখা, গ ঘ অন্য একটী সরল  
রেখা তাহাতে সংলগ্ন হইয়া এক দিকে যে খ গ ঘ ও  
ঘ গ ক দুইটী কোণ বিস্তার করিয়াছে, তাহাদিগের সমষ্টি  
দুইটী সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

গ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে পরিমাণে হউক ব্যাসার্ধ  
লইয়া খ খ চ ক একটি বৃত্ত  
অঙ্কিত কর, ক চ ঘ খ সামি-  
বৃত্ত বলিয়া খ গ ঘ + ঘ গ ক  
=  $180^\circ$ , কিম্বা  $2 \times 90^\circ$ ,  
অর্থাৎ দুই সমকোণ তুল্য।



অন্য উপপত্তি। গ বিন্দু হইতে ক খ সরল রেখার  
উপর গ চ একটি লম্ব টান; অতএব  $\angle$  চ গ ক +  
 $\angle$  চ গ খ = ২ সমকোণ;

$\angle$  ঘ গ ক =  $\angle$  চ গ ক + ঘ গ চ; এই দুই সমান  
 গণিতে  $\angle$  ঘ গ খ যোগ করিলে,  $\angle$  ঘ গ ক +  $\angle$  ঘ গ খ  
 $= \angle$  চ গ ক +  $\angle$  চ গ ঘ +  $\angle$  ঘ গ খ =  $\angle$  চ গ ক +  
 $\angle$  চ গ খ = ২ সমকোণ।

### উদাহরণমালা।

১। যদি ঘ গ খ কোণের পরিমাণ  $80^\circ$  হয়, তখন  
 চ গ ক কোণে \* কোণ ঘ গ ক-র পরিমাণ কত হইবে?

উঃ।  $180^\circ$ ; কারণ  $\angle$  ঘ গ ক =  $180^\circ - 80^\circ$   
 $= 100^\circ$ ।

২। যদি খ গ ঘ কোণের পরিমাণ  $35^\circ$  হয়, তবে  
 গাংর অনুপূরক কোণ ঘ গ চ-এর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ।  $55^\circ$ ; কারণ  $\angle$  ঘ গ চ =  $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ ।

৩।  $30^\circ$  পরিমিত কোণ সমকোণের কত ভাগ?

উঃ। ৩ ভাগ।

### ১৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুই সরল রেখার সম্পাতে প্রাণ অর্থাৎ নিপরীত  
 কোণদ্বয় পরস্পর সমান হয়।

\* ঘ গ ক কোণকে ঘ গ খ কোণের কোণে কোণ  
 ও ঘ গ চ কোণকে ঘ গ খ কোণের অনুপূরক কোণ  
 কহে।



মনে কর, ক খ ও চ জ এই  
দুই সরল রেখার সম্মিলিত চ  
চিত্রে ইহা আছে, এইরূপে ক ছ চ  
কোণ জ ছ খ কোণের সমান,  
এবং চ ছ খ ও ক ছ জ ইহারা পর-

স্পর সমান হইবে।

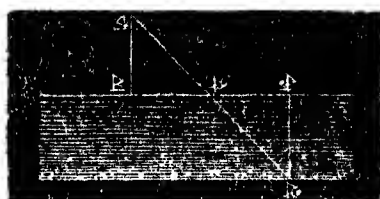
ক ছ চ কোণ + চ ছ খ কোণ = ২ সমকোণ, এবং খ ছ জ  
কোণ + চ ছ খ কোণ = ২ সমকোণ; কিন্তু যে যে বস্তু  
প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান তাহারা পরস্পর সমান,  
অতএব ক ছ চ কোণ + চ ছ খ কোণ = খ ছ জ কোণ + চ ছ খ  
কোণ; এখন উভয় পক্ষ হইতে চ ছ খ এই সাধারণ কোণটি  
বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট ক ছ চ কোণ জ ছ খ কোণের  
সমান হইবে। চ ছ খ ও ক ছ জ কোণ যে পরস্পর সমান  
ইহাও এইরূপে উপপন্ন হইতে পারে।

১ অনুমান। ইহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে  
যে, দুই সরল রেখা পরস্পর অবচ্ছিন্ন হইলে অবশেষে  
চিহ্নিতে যে যে কোণের উৎপত্তি হয়, তাহারা একত্র যোগে  
চারিটি সমকোণের সমষ্টির সহিত সমান।

২ অনুমান। অতএব যত সরল রেখা পরস্পর এক  
চিহ্নে অবচ্ছিন্ন হয়, তাহাতে যে যে কোণ উৎপন্ন হয়,  
সকল একত্র কবিলে চারি সমকোণ ভূলা হইবে।

নিয়োগ।

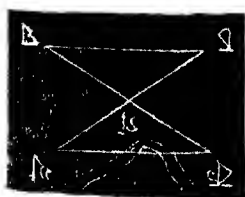
১ম। কোন নদী পার না হইয়া তাহার প্রস্থ পরিমাপ  
করিতে হইবে।



করীণ অসমান, মনে কর, ক চিহ্নিত স্থানে অর্থাৎ পর-  
 ণের তীরে কোন ব্লক বা অন্য কোন কল্পিত বস্তু  
 ণের ঠিক সম্মুখে দণ্ডায়মান আছেন, অন্যত্র তিনি  
 গ, খ, য বা কোনমানস্তু দ্বারা কথ রেখার উপর লম্ব-  
 ভাবে কয় রেখা অঙ্কিত করুন। পরে ক ঘ বেখাকে গ  
 স্থানে সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া একটি দণ্ড প্রোথিত  
 করুন এবং ক ঘ রেখার উপর ঘ চ একটি রেখা লম্ব-  
 ভাবে অঙ্কিত করুন। অপর খ চিহ্নিত বস্তু ও গ  
 স্থানে প্রোথিত দণ্ডের সমান্তরেচ স্থানে আর একটি  
 দণ্ড প্রোথিত করিয়া ঘ চ-র দূরত্ব পরিমাপ করিলে তাহা  
 হইবে তাহাই নদীর পরিমাপ নির্দ্ধারিত হইবে।

এই ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থান অগম্যীয়  
 হইলেও উহার দূরত্ব স্থির করিতে পায়া যায়।

গ চিহ্নিত স্থানে অবস্থিত হইয়া গক ও গখ পরিমাপ



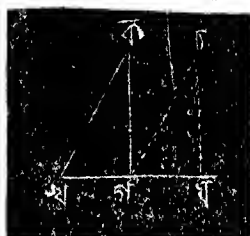
কর। গখ রেখা বৃদ্ধি করিয়া গচ-  
 কে গখ-র সমান কর, এবং গক-  
 কে বৃদ্ধি করিয়া গঘ-কে গক-র  
 সমান কর। পরে ঘ চ পরিমাপ  
 করিলে যাহা হইবে, তাহাই ক

হইতে খ-র দূরত্বপরিমাপ। \_\_\_\_\_

## ১৬ শ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য।

ত্রিভুজের কোন বাহু বৃদ্ধি করিলে তাহার বাহ্যিক  
যে কোণটি হয় তাহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ কোণ  
দ্বয়ের প্রত্যেকের অপেক্ষা বৃহত্তর হয়।

কখনও একটা ত্রিভুজ ইচ্ছা। যে কোন বাহুকে যখন  
খগ, য পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর; এইক্ষণে কগয বাহু কোণ  
গখক এবং খকগ অন্তরীণ প্রতীপ কোণদ্বয়ের প্রত্যেক



হইতে বৃহৎ হইবে। যদি  
কখনও ত্রিভুজকে খগয সরল  
রেখার উপর এমন প্রকারে  
সরিয়া দেওয়া যায় যে খকোণ  
গ বিন্দুতে আইসে, তাহা

হইলে প্রতীয়মান হইবে যে শীর্ষ কোণ ক, কগ রেখা-  
ডাইন দিকে কোন বিন্দুতে আসিবে, যথা চ; এবং কালে  
কায়েই গঠ রেখা কগয কোণের মধ্যে থাকিবে, অর্থাৎ  
কগয কোণ চগয কোণ হইতে বৃহৎ হইবে। কিন্তু চগয  
কোণ=কখগ কোণ; সুতরাং বহিঃস্থ কোণ কগয অন্তরীণ  
কখগ কোণ হইতে বৃহৎ।

এই রূপে কগ বাহু বৃদ্ধি করিলে কগয কোণ খকগ  
কোণ হইতে বৃহৎ ইহা উপপন্ন হইবে।

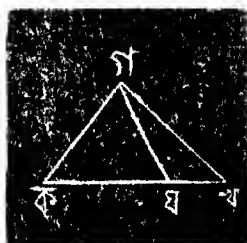
উপরি উক্ত প্রতিজ্ঞার সাধন হইতে এই স্বতঃসিদ্ধটি  
উপপন্ন হইতেছে যে, যদি ক গ য কোণ ক খ গ কোণ  
অপেক্ষা বৃহৎ হয়, তাহা হইলে গ ক ও খ ক রেখা খ ক

খোর উপর পৃষ্ঠে কোন না কোন স্থানে অবশ্য সংলগ্ন হইবে।

### ১৭শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ত্রিভুজের বৃহত্তর বাহুর সম্মুখে যে কোণটি থাকে তা অপর কোন কোণ অপেক্ষা বৃহত্তর।

কখন এক ত্রিভুজ তাহার কথ  
কগ বাহু হইতে বৃহত্তর,  
কখন কোণও কখন বা কখন কোণ  
হইতে বৃহত্তর :



কথ হইতে কগ রেখার সমান

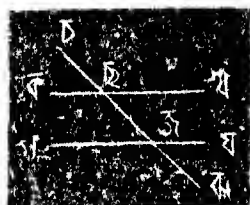
এক খণ্ড ছেদ কর যথা, কঘ, এবং গঘ সংযুক্ত কর।  
কখন, খখগ ত্রিভুজের বাহ্য কোণ, অতরাং ইহা  
অন্তরকোণ প্রাপ্ত কোণ যখন হইতে বৃহত্তর; কিন্তু কঘগ ও  
কখন কোণদ্বয় পরস্পর সমান, কাখন কথ ও কগ বেখাদ্বয়  
পরস্পর সমান; তন্নিমিত্তে কগয কোণও কখন কোণ  
হইতে বৃহত্তর। পরন্তু কগথ, কগঘ হইতে বৃহৎ অতরাং  
ইহা কখন হইতে আরো বৃহত্তর হইবে। এই রূপে  
কথ হইতে খগ বেখার সমান এক খণ্ড ছেদ করিলে  
উপপাদিত হইতে পারে যে, গ কোণ ক কোণ অপেক্ষা  
বৃহত্তর।

অনুমান। ত্রিভুজের বৃহত্তর কোণের সম্মুখে যে  
বাহু থাকে তাহা অপর কোন বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

## ১৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

দুই সমান্তরাল সরল রেখার উপর আর একটি সরল রেখার সম্পাত হইলে একান্তরীত দুইটি কোণ সমান হইবে, ও এক পাশের দুই কোণ অন্তরীণ প্রভৃতি কোণের সমান হইবে। আর এক পাশের দুই অন্তরীণ কোণের সমষ্টি দুইটি সমকোণের সমষ্টির সমান হইবে।

কথ ও গঘ দুই সমান্তরাল রেখা, চছ তাহাদের উপর পাড়িয়াছে। কছজ, ছজঘ একান্তরীত কোণদ্বয় পরস্পর



সমান, এবং বহিঃস্থ কোণ চছখ অন্তরীণ প্রভৃতি কোণদ্বয়ের সমান। এবং এক পাশের দুই অন্তরীণ কোণ কছজ ও ছজঘ একত্র যোগে দুই সমকোণের সমষ্টির সমান।

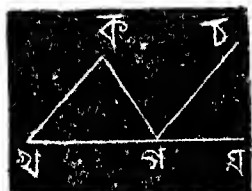
যদি কছজ কোণ ছজঘ কোণাপেক্ষা বৃহৎ হইবে তবে কথ ও গঘ, খ, ঘ, দিকে বৃদ্ধি পাইলে (১৬শ প্রতিজ্ঞার স্বতঃসিদ্ধান্তানুসারে) উভয়ে সংযুক্ত হইয়া একটি ত্রিভুজ ক্ষেত্র উৎপন্ন হইবে। আর বিপরীত অর্থাৎ লঘু হইলে ক, গ অভিমুখে একটি ত্রিভুজ হইবে। অতএব যদি কথ ও গঘ রেখাভিন্ন কোন দিকেই পরস্পর সংস্পর্শ না করে তবে কছজ ও ছজঘ কোণদ্বয় পরস্পর সমান হইবে। অপর কছজ কোণ চছখ কোণের সমান; কিন্তু কছজ কোণ ছজঘ কোণের সমান, অতরাং চছখ কোণ=ছজঘ

কোণ। এবং ইহাতে খহজ কোণ যোগ করিলে চহখ কোণ+খহজ কোণ=খহজ কোণ+হজঘ কোণ। পরন্তু চহখ ও খহজ কোণ দুই সমকোণ তুল্য, সুতরাং খহজ+হজঘ দুই সমকোণ তুল্য।

### ১৯শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ ত্রিভুজের বাহ্য কোণ ক গ ঘ ইহা ত্রিভুজের অন্তরীণ প্রতীপ দুই কোণের সমষ্টির সমান; অর্থাৎ ক গ ঘ কোণ=ক খ গ কোণ+খ ক গ কোণ। অপর ত্রিভুজের তিনটি অন্তরীণ কোণ অর্থাৎ ক খ গ, খ গ ক এবং গ ক খ সমাবত হইয়া দুই সমকোণের সমষ্টির সমষ্টি সমান।

গ দিল্লু দিয়া খ ক রেখা সমান্তরাল গ চ রেখা টান। তাহা হইলে পূর্ব প্রতিজ্ঞানুসারে  $\angle$  চ গ ঘ =  $\angle$  ক খ গ; এবং  $\angle$



$\angle$  চ গ ক =  $\angle$  গ ক খ। ইহাদের সমষ্টি করিলে  $\angle$  চ গ ঘ +  $\angle$  চ গ ক =  $\angle$  ক খ গ +  $\angle$  গ ক খ, অর্থাৎ  $\angle$  ক গ ঘ =  $\angle$  ক খ গ +  $\angle$  গ ক খ। পরে এই দুইটি সমান রাশির প্রত্যেক দিকে  $\angle$  ক গ খ যোগ কর, তাহা হইলে  $\angle$  ক গ খ +  $\angle$  ক গ ঘ =  $\angle$  ক খ গ +  $\angle$  গ ক খ +  $\angle$  ক গ খ। কিন্তু  $\angle$  ক গ খ +  $\angle$  ক গ ঘ = দুই সমকোণ।  $\therefore \angle$  খ +  $\angle$  ক +  $\angle$  গ = দুই সমকোণ, অর্থাৎ  $180^\circ$ ।



## উদাহরণমালা।

১। যদি  $\angle ক = ২৫^\circ$ , ও  $\angle খ = ৪২^\circ$ , তবে ক গ ঘ কোণের পরিমাণ কত হইবে?

উঃ।  $\angle ক গ ঘ = ২৫^\circ + ৪২^\circ = ৬৭^\circ$ ।

২। যদি বহিঃস্থ কোণ ক গ ঘ  $৯৫^\circ$  ও গ ক খ কোণ  $৩৬^\circ$  হয়, তাহা হইলে ক খ গ কোণের মান কত হইবে?

এই প্রক্ষে,  $\angle খ + \angle ক = \angle ক গ ঘ$ , অর্থাৎ  $\angle খ + ৩৬^\circ = ৯৫^\circ$ ; এই সমান বস্তুর প্রত্যেক দিক হইতে  $৩৬^\circ$  বিয়োগ করিলে ক খ গ কোণের পরিমাণ  $৫৯^\circ$  হইবে।

৩। যদি  $\angle খ = ৪৬^\circ$ , এবং  $\angle ক = ৮৪^\circ$ , তাহা হইলে অবশিষ্ট ক গ খ কোণের পরিমাণ কত? এই প্রক্ষে,  $৪৬^\circ + ৮৪^\circ + \angle ক গ খ = ১৮০^\circ$ ,  $\therefore \angle ক গ খ = ৫০^\circ$ ।

৪। যে ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণদ্বয়ের পরিমাণ পরস্পর  $৫৫^\circ$  ও  $৭৩^\circ$  হয়, তাহার শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত হইবে।

উঃ।  $৫২^\circ$ ।

৫। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমির কোণের পরিমাণ  $২৭^\circ$  হইলে শীর্ষ কোণের পরিমাণ কত হইবে? উঃ।  $৬৩^\circ$ ।

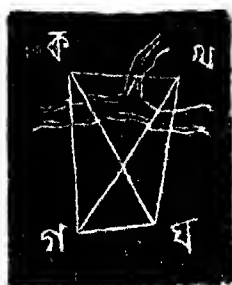
৬। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং লম্বের অভিক্ষেপিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি যে  $৯০^\circ$  তাহা প্রমাণ কর।

৭। সমকোণিক সমবাহু ত্রিভুজের লম্ব কোণদ্বয় যে প্রত্যেকে  $৪৫^\circ$  তাহা প্রমাণ কর।



২য়। ক চিহ্নিত স্থান হইতে খ চিহ্নিত স্থানে গমন  
করিবার উপায় না থাকিলে ইহাদের দূরত্ব কি রূপে  
নিকূপণ করিতে হইবে।

গ ঘ একটী তল রেখা অঙ্কিত  
করিয়া দেখিলাম যে উহার  
পরিমাণ ১৫০ গজ। য চিহ্নিত  
স্থানে কোণমান গজ দ্বারা দেখি-  
লাম যে ক ঘ গ° ও ক ঘ খ কোণ  
পরস্পর ৪৫° ও ২২½°; এবং



গ চিহ্নিত স্থানে দেখিলাম যে খ গ ঘ ও খ গ ক কোণ  
পরস্পর ৬০° ও ৪৫°। এইক্ষণে ক খ-র দূরত্ব নির্ণয়  
করিতে হইবে।

কোন সমান অংশের মানদণ্ড দ্বারা গ ঘ রেখা ১৫০  
গজের সমান কর। য চিহ্নিত স্থান হইতে ঘ ক ও ঘ খ  
রেখা এক্ষণে অঙ্কিত কর যে গ ঘ ক ও ক ঘ খ কোণ  
পরস্পর ৪৫° ও ২২½° হয়। এবং গ চিহ্নিত স্থান  
হইতে গ খ ও গ ক এক্ষণে অঙ্কিত কর যে ঘ গ খ ও  
খ গ ক কোণ পরস্পর ৬০° ও ৪৫° হয়। গ খ ও ঘ খ  
রেখা খ স্থানে ছেদ করিবে ও গ ক ও ঘ ক রেখা পর-  
স্পর ক স্থানে ছেদ করিবে; এইক্ষণে ক, খ সংযুক্ত  
করিয়া উক্ত মানদণ্ড দ্বারা পরিমাণ করিলে নির্ণীত হইবে  
যে উহা প্রায় ১৫৮ গজ।

## ২০শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটি স্বাক্ষরেখার উপর অপর একটা পতিত হইলে, একান্তরিত কোণগুলি সমান হয়। তাহা হইলে প্রথমোক্ত দুইটি স্বাক্ষরেখার উপর আর যত স্বাক্ষরেখা পতিত হইবে, সকলেই সমান একান্তরিত কোণ উৎপন্ন করিবে।

মনে কর কখ, গঘ এই দুই স্বাক্ষরেখার উপর ছট স্বাক্ষরেখা পতিত হইয়া একান্তরিত দুইটি কোণ কছট ও ছটঘ পরস্পর সমান হইয়াছে।



এ উভয়ের উপর যদি আর একটা স্বাক্ষরেখা ঠক পতিত হয়, তাহা হইলে একান্তরিত দুইটি কোণ জটছ ও টজঘ পরস্পর সমান হইবে।

কছট কোণ = ছটঘ কোণ, অতএব উভয় পক্ষে টছট কোণ যোগ করিলে, কছট কোণ + টছট কোণ = ছটঘ কোণ + টছট কোণ; কিন্তু  $< কছট + < টছট = দুই সমকোণ$ । অতএব  $< ছটঘ + < টছট = দুই সমকোণ$ ; কিন্তু ছজ যুক্ত করিয়া দুইটি ত্রিভুজ উৎপন্ন করিলে, ছটজ ত্রিভুজের জট, ছটজ ও টছজ এই তিনটি কোণ সমবেত হইয়া দুই সমকোণ তুল্য হইবে, অতএব ছজট, ছটজ ও টছজ এই তিনটি কোণ = ছটঘ অথবা জটছ কোণ + টছট কোণ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ করিয়া ছজট কোণ = টছট কোণ। এই উভয় রাশিতে ছজঘ যোগ কর; তাহা হইলে ছজট + ছজঘ কোণ = জটছ + ছজঘ কোণ;

কিন্তু  $\angle A + \angle B$  কোণ = দুই সমকোণ তুল্য, অতএব  
 $\angle A + \angle B$  কোণ = দুই সমকোণ। এইরূপে  $\angle A$  ত্রি-  
 ভুজের  $\angle A + \angle B + \angle C$  কোণ = ২ সমকোণ, অতএব  
 এই তিনটি কোণ =  $\angle A + \angle B$  কোণ =  $\angle A + \angle B + \angle C$   
 $\angle C$  কোণ; এখন সমান রাশি হইতে সমান বিয়োগ  
 করিয়া  $\angle A = \angle C$  কোণ। তাহা হইলে আর দুইটি  
 একান্তরিত কোণ  $\angle B$  ও  $\angle C$  ও পরস্পর সমান, কারণ  
 $\angle A + \angle B$  কোণ = দুই সমকোণ =  $\angle A + \angle C$ , কিন্ত  
 উপস্থাপিত প্রক্রিয়ানুসারে  $\angle A$  কোণ =  $\angle C$  কোণ  
 অতএব সমান বিয়োগ করিয়া,  $\angle B = \angle C$  কোণ  
 অন্যান্য ঋজুরেখানুসারে এইরূপ উপপত্তির আভাস  
 করা যাইতে পারে :

## ২১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি একটি ঋজু রেখা অপর দুইটি ঋজু রেখার উপ-  
 পত্তিত হইয়া একান্তরিত দুইটি কোণ সমান উৎপা-  
 দ্য করে, তাহা হইলে শেষোক্ত দুইটি ঋজু রেখা সমান্তরাল  
 হইবে।

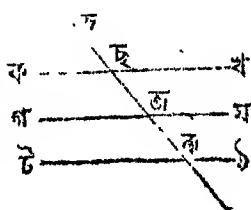
মনে কর,  $AB$  একটা ঋজু রেখা (১৮শ প্রতিজ্ঞা-  
 প্রতিকৃতি দেখ)  $CD$  ও  $EF$  দুইটি অপর ঋজু রেখার উপ-  
 পত্তিমা  $AC$  অথবা  $CE$  ও  $BF$  দুইটি একান্তরি-  
 কোণ সমান উৎপন্ন করিয়াছে, তবে  $CD$  ও  $EF$   
 সমান্তরাল হইবে।

কথ ও গঘ রেখা খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না, যদি হয়, তবে তাহাতে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহার (১৬শ প্রতিঃ) বাহ্য কোণ চক্ৰ অস্থরীণ প্রতীপ কোণ চক্ৰ অপেক্ষা বৃহত্তর, কিন্তু ইহাদিগকে সমান করিয়া করা গিয়াছে, অতরাং ইহা অসম্ভাব্য, এবং কথ ও গঘ-কে, খ, ঘ দিকে প্রসারিত করিলে সংলগ্ন হইবে না। ক, গ দিকেও যে সংলগ্ন হইবে না ইহাও একপে উপপাদিত হইতে পারে, অতএব জে দুই রেখা প্রসারিত হইলেও কোন দিকে সংলগ্ন না হওয়াতে উহার সমান্তরাল প্রতিপন্ন হইল।

## ২২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কথ ও টট দুইটী সমান্তরাল রেখা উভয়ে গঘ রেখার সমান্তরাল বলিয়া ইহারও পারস্পর সমান্তরাল হইবে।

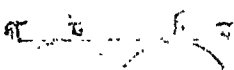
মনে কর, চক্ৰক একটী  
 রেখা কথ, গঘ ও টট রেখার  
 উপর পড়িয়াছে। এইক্ষেণে  
 কথ, গঘ-র সমান্তরাল বলিয়া  
 চক্ৰক কোণ চক্ৰক কোণের সমান;



এবং গঘ, টট-র সমান্তরাল বলিয়া চক্ৰক কোণ চক্ৰক কোণের সমান; অতরাং (১ম স্বতঃ সিদ্ধান্তসারে) চক্ৰক কোণ চক্ৰক কোণের সমান, অতএব (২১শ প্রতিজ্ঞা-সারে) কথ ও টট সমান্তরাল।

## ২৩শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কথ নির্দিষ্ট সরল রেখা হইতে চ রেখা পরিমিত ব্যবধান দিয়া একটা সরল রেখা টানিতে হইবে, যাহা কথ রেখার সহিত সমান্তরাল হইবে।

কথ রেখার মধ্যে কোন চ দুইটা খিন্দু লও, যথা ডা চ;  ডা ও চ খিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ পরিমিত ব্যাসার্ধ লইয়া ট ও চ ক খিন্দু ট ও চ দুইটা চাপ অঙ্কিত কর। পরে ট, চ বিন্দুকে ছেদ না করিয়া কেবল স্পর্শ করে একটা গঘ একটা সরল রেখা অঙ্কিত কর। ইহাট কথ রেখার সমান্তরাল রেখা।

## সমান্তরিক ও অন্য প্রকার চতুরসু ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।

### ২৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন বাহু ও কোণগুলি পরস্পর সমান, এবং তাহার কর্ণ টানিলে যে দুই ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়, তাহারও পরস্পর সমান।

কখঘগ একটি সমান্তরিক  
সত্ত্ব, খঘ ও কগ সমান্তরাল,  
কগ তাহাদিগকে স্পর্শ করিতেছে,  
অতএব ঘখগ ও কগখ দুই



কোণস্বরিত কোণ সমান (১৮শ প্রতিঃ)। এই রূপে ঘখগ  
ও কখগ দুই একান্তরিত কোণ সমান। অতরাং ঘখগ ও  
কখগ এই দুই ত্রিভুজের মধ্যে একটিকে দুই কোণ ঘখগ  
ও ঘখগ ক্রমশঃ অন্যটিকে দুই কোণ কগখ ও কখগ-র  
সমান, এবং ঐ সমান কোণদ্বয়ের নৈদিক্ত বাহু খগ উভয় ত্রি-  
ভুজ সম্বন্ধে সাধারণ হওয়াতে (২য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘখগ ও  
কখগ দুইটি ত্রিভুজ সর্বতোভাবে সমান, অতরাং খঘ=কগ,  
গখ=কখ, এবং ঘখগ কোণ খকগ কোণের সমান, অতরাং  
সমুদায় ত্রিভুজ ঘখগ, সমুদায় ত্রিভুজ কখগ-র সহিত  
সমান। তাহা হইলেই এক একটি ত্রিভুজ, সমুদায়  
সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্ধের সহিত সমান হইল।

### ২৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

খঘ ও কগ দুই তুল্য এবং সমান্তরাল সরল রেখা,  
দি কখ ও গঘ রেখা তাহাদের প্রান্তদ্বয়কে এক এক দিকে  
প্রযুক্ত করে তবে তাহারাও সমান ও সমান্তরাল হইবে।

ঘখগ ও কগখ (পূর্ব প্রতিজ্ঞাতি দেখ) ত্রিভুজে, ঘখগ  
কোণ=কগখ কোণ, ঘখ বাহু=গক বাহু, এবং গখ উভয়  
ত্রিভুজের সাধারণ বাহু, অতরাং ঐ দুই ত্রিভুজ সর্বতো-  
ভাবে সমান, এবং কখ=গঘ, ইত্যাদি।



## ২৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কগখ ও চজঝ দুইটা সমান্তরিক ক্ষেত্রের যদি এক  
টির নিকটস্থ দুই বাহু কগ ও গঘ অন্যের নিকটস্থ দু  
বাহু চজ ও জঝ-র সহিত যথাস্থ সমান হয় এবং  
বাহুদ্বয়ের অন্তর্গত কোণদ্বয় কগখ ও চজঝ যদি পরস্পর  
সমান হয়, তাহা হইলে ঐ সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর  
সম্পূর্ণতাবে সমান হইবে।

কগখ এবং চজঝ দুইটা  
ত্রিভুজ পরস্পর (১ম  
প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান;  
এবং কগখ ও চজঝ দুইটা  
ত্রিভুজ পরস্পর (২য়  
৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) সমান।

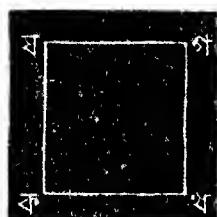


যদি কগখ এই সমান্তরাল চতুর্ভুজ চজঝ সমান্ত  
বাল চতুর্ভুজের উপর এমন প্রকারে রাখা যায় যে, ক  
রেখা ঠিক চজ রেখার উপর পড়ে, তবে গঘ রেখা জঝ  
রেখার ও ঘ বিন্দু বা বিন্দুর উপর পড়িবে। এবং যকখ  
ত্রিভুজ বাচহ ত্রিভুজের উপর পড়িয়া মিলিয়া যাইবে  
সুতরাং সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সমান হইবে।

## ২৭শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এমত এক বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যে, তাহার  
বাহু এক নির্দিষ্ট সরল রেখার সমান হইবে।

কথ তিন টুকু পরিমিত এক  
রেল রেখা। এমত এক বর্গক্ষেত্র  
নয়ান করিতে হইবে, যাহার  
বাহু চতুর্ভুজ কথ রেখার সমান  
হইবে।



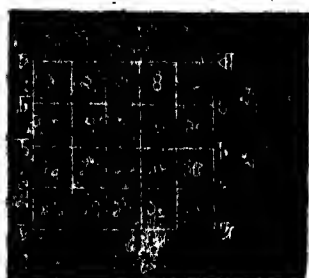
কথ রেখার এক প্রান্তস্থ বিম্বু খ হইতে তিন ফুট  
পরিমিত এক লম্ব অঙ্কিত কর, যথা খগ (১০ম প্রতিজ্ঞা)  
এবং গ বিম্বু দিয়া গঘ, খক-র সমান্তরাল টান; এবং  
ক দিয়া কঘ, খগ-র সমান্তরাল টান; তাহাতে কথগঘ  
সমান্তরিক ক্ষেত্র হইবে। অতএব কথ=ঘগ ও খগ=  
কঘ। অপর কথ ও খগ সমান হওয়াতে কথ, খগ, গঘ  
এক চারি রেখা প্রত্যেকে পরস্পর সমান। এবং  
পরিমিত কথগঘ সমবাহু সমান্তরিক ক্ষেত্র। আর  
তাহা সমকোণিও বটে, কারণ খগ রেখা কথ ও খগ  
সমান্তরালের উপর পড়িয়াছে, সুতরাং কথগ ও  
গঘ দুই কোণ = দুই সমকোণের সমষ্টি; কিন্তু কথগ  
সমকোণ হওয়াতে খগঘও সমকোণ। অপর সমা-  
ন্তরিক ক্ষেত্রের অভিমুখীন কোণ (২৪ শ প্রতিজ্ঞা-  
নুসারে) পরস্পর সমান, সুতরাং গঘক ও ঘকথ উহা-  
দের অভিমুখীন কোণদ্বয় প্রত্যেকে সমকোণ; তন্নি-  
মিত কথগঘ সমকোণি ক্ষেত্র; আর ইহা যে সমবাহু  
ইহা প্রমাণ প্রদর্শিত হইয়াছে। অতএব ইহা সম-  
চতুর্ভুজ বা বর্গক্ষেত্র ও ইহার বাহু নির্দিষ্ট রেখার  
সমান।

অনুমান। সমান্তরিক ক্ষেত্রের মধ্যে একটী সমকোণ থাকিলে অপর গুলিও সমকোণ হইবে।

### নিয়োগ।

একস্থান হইতে অন্য স্থান কত দূর তাহা পরিমাপ করিতে হইলে আমরা কেবল ব্যবধানের দৈর্ঘ্যই ধরিয়া থাকি প্রস্থ ধরি না। এরূপ পরিমাণকে ত্রৈখিক পরিমাণ কহে। ভূমি প্রভৃতি জমাবার ক্রয় বিক্রয় কালে দৈর্ঘ্য ধরিলে চলে না দৈর্ঘ্য, বিস্তার উভয়ই ধরা আবশ্যক। এরূপ পরিমাণকে ধরাতলিক পরিমাণ কহে। রেখার দ্বারাই রেখার এবং ধরাতল দ্বারাই ধরাতলের পরিমাণ করা সম্ভব। যেমন কোন রেখা পরিমাপ করিতে হইলে, এক নির্দিষ্ট রেখাকে (যথা ছাত কি গজ) একক স্বরূপ ধরিয়া ঐ একক সেই রেখার মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় করিতে হয়, সেই রূপ কোন ধরাতল ক্ষেত্রের পরিমাণ করিতে হইলে এক নির্দিষ্ট ধরাতলকে একক স্বরূপ করিয়া ঐ ধরাতলিক একক প্রথমোক্ত ধরাতলের মধ্যে কতবার আছে তাহা নির্ণয় করিতে হয়।

চতুর্ভুজ একটী সমকোণ ক্ষেত্র, উহার দৈর্ঘ্য ৫ হাত এবং প্রস্থ ৪ হাত। চতুর্ভুজকে ৪ সমান অংশে এবং দৈর্ঘ্যকে ৫ সমান অংশে ভাগ কর, এবং এক একটী ভাগ চিহ্ন হইতে চ হ ও হ জ বাহুর সমান্তরাল



করিয়। এক একটা সরল রেখা অঙ্কিত কর। এইরূপ করাতে  
 চতুর্ভুজক্ষেত্রটি যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র চতুর্ভুজগুলিতে বিভক্ত হইবে,  
 তাহারা প্রত্যেকেই সমকোণ বিশিষ্ট আর তাহাদের  
 প্রত্যেকেই দৈর্ঘ্য এক হ'ত, এবং বিস্তারও এক হ'ত,  
 এই নিমিত্ত তাহাদের এক একটিকে এক একটা বর্গ হ'ত  
 ব'লে :

প্রস্তাবিত সমচতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য ছয় পাঁচ বৈশিষ্ট্য হ'ত  
 যদিও উহার দৈর্ঘ্যের প্রত্যেক সারিতে (যথা চতুর্ভুজ সারিতে)  
 ৫ টি বর্গ হ'ত হইতেছে, এবং বিস্তার চতুর্ভুজ চারি বৈশিষ্ট্য হ'ত  
 করিয়া সমুদায় ক্ষেত্রটির মধ্যে সেইরূপ ৪ টি সারি ব'ধ। চ'ট.  
 টেবিলে এবং ৭ম এই চারিটি সারি) হইতেছে। সুতরাং  
 নির্ণেয় ক্ষেত্রফল ৪ বার ৫ টি বর্গ হ'ত বা ৫ বার ৪ টি  
 বর্গ হ'ত হইতেছে। তবেই প্রস্তাবিত সমচতুর্ভুজের  
 ক্ষেত্রফল ৫ বার ৪ টি বর্গ হ'ত বা ৪ বার ৫ টি বর্গ  
 হ'ত = ২০ টি বর্গ হ'ত। অতএব যে প্রকারে হ'উক  
 $৫ \times ৪ = ২০$  বার নির্ণেয় ক্ষেত্রফল প্রকাশিত হইতেছে।

এই যুক্তি হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে, যে  
 ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ বা আয়ত হইলে দৈর্ঘ্যপরিমাণ দ্বারা  
 প্রস্থপরিমাণ গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

উদাহরণ, মালা।

১। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৯ হ'ত ও বিস্তার  
 ৫ হ'ত তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৪৫ বর্গহাত।

২। যে বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৬ হ'ত তাহার  
 ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ৩৬ বর্গহাত।

৩। প্রতি বর্গ গজে যে ৯ বর্গ ফুট আছে তাহা প্রমাণ কর।

৫। কোন রেখার উপর বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিলে ঐ বর্গক্ষেত্র উক্ত রেখার অর্ধেকের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের যে চতুর্ভুজ তাহা প্রমাণ কর।

৬। যে আয়ত ক্ষেত্র ১ ফুট লম্বা ও ১ ইঞ্চ প্রস্থ তাহা যে এক বর্গ ফুটের দ্বাদশ ভাগের এক ভাগ তাহা প্রমাণ কর।

## ২৮শ প্রতিভা। সম্পাদ্য।

যে আয়তের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্দিষ্ট আছে তাহা কি রূপে নির্মাণ করিতে হইবে।

নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরস্পর ৫ ও ৩ ফুট। এমন এক আয়ত নির্মাণ করিতে হইবে বাহ্যিক দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ৫ ও ৩ ফুট।

পাঁচ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা পাত কর, যথা কখ,। কখ রেখার এক প্রান্তস্থ বিন্দু খ হইতে তিন ফুট পরিমিত এক লম্বটান, যথা খগ, ক বিন্দু কেন্দ্র করিয়া খগ ব্যাসার্ধ লইয়া একটা বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং গ কেন্দ্র হইতে কখ ব্যাসার্ধ লইয়া আর একটা বৃত্ত অঙ্কিত কর, এই দুই বৃত্তের পরস্পর সম্পাত বিন্দু ঘ-হইতে ক



এবং গ পর্য্যন্ত দুই সরল রেখা টান, তাহাতে কখনও এক আয়ত অঙ্কিত হইবে বাহ্যর দৈর্ঘ্য পাঁচ ও বিস্তার তিন ফুট ।

ঘগ=কখ, এবং কঘ=খগ সূত্রাং (২৪শ প্রতিজ্ঞাসারে) ঘগখক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং ইহার খ কোণ সমকোণ ও অপর কোণগুলিও সমকোণ, সূত্রাং ঘগখক আয়ত ক্ষেত্র ।

অনুমান । বর্গক্ষেত্র নায়েই সমান্তরাল চতুর্ভুজ, কিংবা সমান্তরাল চতুর্ভুজ হইলেই বর্গক্ষেত্র হয় না ।

### ২৯শ প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

যে ট্রাপিজয়েডের ভূমি ও দুইটী লম্ব নির্দিষ্ট আছে, তাহা কিরূপে নির্মাণ করিতে হইবে ।

নির্দিষ্ট ভূমির পরিমাণ ৬ ফুট ও দুইটী লম্বের পরিমাণ পরস্পর ৩ ও ২ ফুট ।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা কব ন্যাস কর। কব, রেখার দুই প্রান্তে ৩ ও ২ ফুট পরিমিত দুইটী



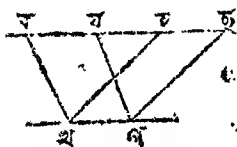
লম্ব কপ ও বত অঙ্কিত করণ পক্ষে, তা সংযুক্ত কর, পক্ষবত ট্রাপিজয়েডের ভূমি ও দুইটী লম্ব ক্রমশঃ নির্দিষ্ট ভূমি ও লম্বের সমান ।

## ৩০শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

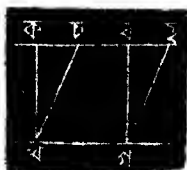
যে যে সমান্তরিক ক্ষেত্র এক ভূমির উপর এবং সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে তাহার পরস্পর সমান ।

কখগঘ ও চখগছ দুই সমান্তরাল ক্ষেত্র খগ নামক ভূমির উপর এবং খগ ও কছ সমান্তরালেব মধ্যে অবস্থিত আছে, কখগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্র চখগছ ক্ষেত্রের সমান ।

২৪শ প্রতিজ্ঞানুসারে কঘ = খগ, এবং চছ = খগ ; যে যে বস্তু প্রত্যেক কোন বস্তুর সমান, তাহার পরস্পর সমান, অতএব কঘ = চছ । এইক্ষণে



সমুদায় কছ রেখা হইতে কঘ বিয়োগ করিলে ঘছ অবশিষ্ট থাকিবে ; পুনশ্চ কছ রেখা হইতে চছ বিয়োগ করিলে কচ অবশিষ্ট ঘছ অবশিষ্টের সমান হইবে, কারণ সমান বস্তু হইতে সমান বস্তুর বিয়োগ করিলে অবশিষ্ট সমান হয় । অপর কখচ ও ঘগছ ত্রিভুজে, কখ = ঘগ, খচ = গছ এবং কচ = ঘছ, অতএব (৪র্থ প্রতিজ্ঞানুসারে) উক্ত ত্রিভুজদ্বয় সর্বতোভাবে সমান । কখগছ বিষয় চতুর্ভুজ হইতে কখচ ও ঘগছ ত্রিভুজ একে একে লইলে অবশিষ্ট সমান হইবে । সুতরাং



কথগছ সমান্তরিক ক্ষেত্র ৬খগছ সমান্তরিক ক্ষেত্রের  
সমান।

## নিয়োগ।

খগছ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে (পূর্ব প্রতিরূতি দেখ) একটি তেতুলনা কথগছ আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্তিত করিতে  
উচিত। খগছ সমান্তরিক ক্ষেত্র হইতে গছছ ত্রিভুজী  
বহির করিয়া খকছ-র উপর রাখিলে খগছ সমান্তরিক  
ক্ষেত্র খগছ আয়ত ক্ষেত্রে পরিবর্তিত হইবে।

অনুমান। যে যে সমান্তরিক ক্ষেত্র ও আয়ত ক্ষেত্র  
কেই বা সমান সমান ভূমির উপর এবং উক্ত ভূমির  
সমান্তরাল কোন রেখান মধ্যে থাকে তাহাদের ক্ষেত্রফল  
সম্পন্ন সমান।

নিয়ম। সমান্তরিকের কালি নির্ণয় করিতে হইলে তাহার  
কোন এক বাহুর পরিমাণ স্থির করিয়া পারসেই বাহুর  
উপর তাহার সম্মুখীন বাহু হইতে একটি লম্বপাত করিয়া  
সেই লম্বের পরিমাণ স্থির কর। অনন্তর এই পরিমাণ-  
দ্বয়কে গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহাই সমান্তরিকের  
ক্ষেত্রফল।

## উদাহরণ মালা।

১ম। খগছ সমান্তরিকের যদি ভূমিখণ ১২ হাত  
ও লম্ব গছ ৯ হাত হয়, তাহা হইলে এই সমান্তরিকের  
কালি কত? উঃ। ১০৮ বর্গহাত।



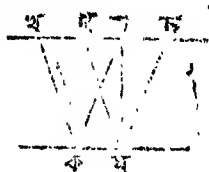
২য়। যে সমান্তরিকের ভূমি ৫.৬ ফুট ও লম্ব ৩.২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত? উঃ। ১৭.৯২ বর্গফুট

৩য়। যে আয়তক্ষেত্র ২৭ ফুট লম্ব তাহার প্রস্থ কত ফুট হইলে ক্ষেত্রফল ১০৮ বর্গফুট হইবে? উঃ। ৪ ফুট

### ৩১শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কখনও এক সমান্তরিক ক্ষেত্র এবং কখনও এক ত্রিভুজ এতদুভয়ে এক ভূমির উপর ও খহু ও কহু একই নই সমান্তরালের মধ্যে আছে। কখনও ত্রিভুজ কখনও সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্ধেক হইবে।

যে বিস্তৃত দিয়া ঘহু দেখা কত রেখার সমান্তরাল টান তাহাতে কখনও ত্রিভুজ (২১শ প্রতিজ্ঞা অনুসারে) কখনও সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্ধেক, কিন্তু কখনও



সমান্তরিক ক্ষেত্র কখনও সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান, অতএব কখনও ত্রিভুজও কখনও সমান্তরিকের অর্ধেক।

অনুমান। যে যে ত্রিভুজ এক ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন রেখার মধ্যে থাকে, তাহার পরস্পর সমান।

### নিরূপণ।

প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে এই প্রতিপন্ন হইতেছে যে, একটি ত্রিভুজ ও একটি আয়ত ক্ষেত্র যদি এক ভূমির উপর

ও এই ভূমির সমান্তরাল কোন বেকার মধ্যে থাকে, তাহা হইলে ত্রিভুজগণিত ক্ষেত্রফল প্রাপ্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হইবে। পুনশ্চ এই বৃত্তি হইতে যখন এক নিম্ন উপলব্ধ হইবে যে, ত্রিভুজ কেন্দ্রের কাছি নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ তাহার কোন এক বাহু পরিমাপ স্থির করিতে হয়, পরে সেই বাহুর উপর আবশ্যক হইলে তাহাকে বর্জিত করিয়া তাহার সম্মুখন কোণ হইতে ত্রুটি লম্বা করিলে সেই লম্বের পরিমাপ স্থির করিতে হয়, অনন্তর এই পরিমাপদ্বয় গুণ করিলে যে ফলক হইবে তাহার অর্ধেক ইহা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল।

দৈর্ঘ্য পরিমাপকে প্রথম পরিমাপ বাহু স্থান করিয়া ক্ষেত্রফল উপলব্ধি সকল প্রকার ত্রিভুজের যটন যে সকল চতুর্ভুজের চারিটি কোণই সমকোণ (অর্থাৎ ৯০ টি) গুণ। তাহাদের বেলাই খাটে রহয় বা দৈর্ঘ্যের বেলা খাটে না। প্রস্তাবিত উপপাদ্যের নিয়োগী বিশেষ রূপে আবশ্যক করিয়া দেখিলে বহু ক্ষেত্রের কালিকি রূপে করিতে হয় তাহা নিয়মের বৃত্তি উপলব্ধি হইতে পারে, যথা, যদি রহস্য বা রহৈড ও আরত ক্ষেত্র একই ভূমির উপর ও সেই ভূমির সমান্তরাল কোন বেকার মধ্যে থাকে তবে তাহাদের ক্ষেত্রফল সমান হইবে, হতবাং রহস্য বা রহৈড ক্ষেত্রে দীর্ঘভূজপরিমাপকে তাহার সম্মুখীন ভূজ হইতে ত্রুপরি পতিত লম্বের পরিমাপ দ্বারা গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থিত হয়।

## উদাহরণ।

১ম : কচখ ত্রিভুজের ভূমি ৭ ফুট ও লম্ব ৮ ফুট হইলে ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

এই প্রশ্নে, কচঘট সমান্তরিক ক্ষেত্রের কানি =  $৭ \times ৮$ , কিন্তু কচখ ত্রিভুজ এই ক্ষেত্রফলের অর্ধেক;  $\therefore$  কচখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল =  $\frac{৭ \times ৮}{২} = ২৮$  বর্গফুট।

২য় : কচলম্ব একই বিষয়াকার ক্ষেত্র কচখ একটী ক্ষেত্র দ্বারা এই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, নবা কখঘজখ ও কখঘচ, এইক্ষেপে এই বক্র রেখাটী কেমন সরল রেখা হইয়াছে নিতে হইবে যে কখঘজখ ও কখঘচ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের কোন বৈষম্য হইবে না।

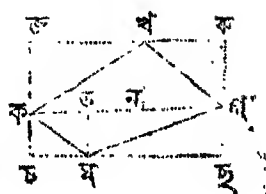
কচ সমান্তরিক বর্গক্ষেত্র ও বিন্দু নিখ।  
খছ, কচ রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর, এবং কছ সমান্তরাল কর। কছ রেখাই নিখাশা সরল খেড়া হইবে।



৩য় প্রশ্ন প্রতিজ্ঞার অনুমানানুসারে.  
কচঘ ও কচখ দুইটি ত্রিভুজ পরস্পর সমান, সুতরাং কচঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কচঘচ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

## ৩২ শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক খ গ ঘ ট্রাপিজিয়মটি  
চ ছ জ ঙ আয়ত ক্ষেত্রের  
অন্তর্ভুক্ত, এবং চ ছ রেখা  
ট্রাপিজিয়মের কর্ণ রেখা ক গ-  
র সমান্তরাল। ট্রাপিজিয়মটি  
আয়ত ক্ষেত্রের অর্ধেক।



ক খ গ ত্রিভুজ ক গ হ জ আয়ত ক্ষেত্রের অর্ধেক।

ক ঘ গ ত্রিভুজ ক গ ছ চ আয়ত ক্ষেত্রের অর্ধেক ;

অতএব এই দুই পক্ষে সমান রাশি সমান করিলে  
প্রতীত হইবে যে, ক খ গ ঘ ট্রাপিজিয়ম = চ ছ জ ঙ  
আয়ত ক্ষেত্রের অর্ধেক।

প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রের কালি  
করিবার নিয়মটি প্রাপ্ত হওয়া যায় ; যথা,

কর্ণ রেখার উপর অপর দুইটি সম্মুখীন কোণ হইতে  
দুইটি লম্ব পাত করিয়া, এই দুই লম্বের সম্মিলিত কর্ণ  
রেখা দ্বারা গুণ করিলে যে গুণ ফল প্রাপ্ত হওয়া যায়,  
তাহার অর্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল স্থির হয়।

### উদাহরণ ।

যদি কঘগখ ট্রাপিজিয়মের কর্ণ কগ ২৬ হাত, যত ও  
গন দুইটি লম্ব যথাক্রমে ৬ ও ৮ হাত হয়, তাহা হইলে  
উহার ক্ষেত্রফল কত ? উঃ। ১৮২ বর্গহাত।

## ৩৩শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি ক খ গ ঘ ট্রাপিজয়েড ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখবর্তী দুইটি বাহু ক খ ও ঘ গ সমান্তরাল হয়, আর ক জ হ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের। যাহার উচ্চতা ট্রাপিজয়েডের



উচ্চতার সহিত সমান হয় ও ক জ ভূমি ক খ ও ঘ গ দুইটি সমান্তরাল বাহুর যোগ পরিমাণ তুল্য হয়; তাহা হইলে ট্রাপিজয়েড ক্ষেত্রটি আয়ত ক্ষেত্রের অর্ধেক হইবে। খ ও গ বিন্দু দিয়া খ চ ও গ ব রেখা চ জ বা ক ঘ রেখার সমান্তরাল টানিলে গ খ চ ও গ খ ব ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সমান হইবে। এবং খ জ, গ ঘ রেখার সমান বলিয়া খ জ হ চ সমান্তরিক ক্ষেত্র ক খ গ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের সমান। অতএব গ হ জ খ ট্রাপিজয়েড ক গ গ ঘ ট্রাপিজয়েড ক্ষেত্রের সমান। সুতরাং ক খ গ ঘ ট্রাপিজয়েড ক জ হ ঘ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অর্ধেকের সমতুল্য।

নিয়ম।

ট্রাপিজয়েড ক্ষেত্রের কালি নির্ণয় করিতে হইলে একটা সমান্তরাল বাহুর এক প্রান্ত হইতে অপরটির উপর লম্বপাত করিয়া দুইটি সমান্তরাল বাহুর সমষ্টির

অর্ধেককে লম্বারা গুণ করিলে গুণফল ক্ষেত্রের পরিমাণ হইবে।

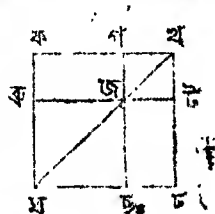
### উদাহরণ।

কখনও ট্রাপিজয়েডের কথ ও গঘ বস্তুক্রমে ৬ ও ৪ হাত এবং উহাদের অন্তর ষগ ও ফুট হইলে, ইহার কালি কত হইবে? উঃ। ২৫ বর্গহাত।

### ৩৪ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য :

কোন সরল রেখা দুই ভাগে বিভক্ত হইলে, সেই দুই খণ্ডের বর্গ ক্ষেত্রের ফল, উক্ত খণ্ডদ্বয়ের পরস্পরের গুণনে যে আয়ত ক্ষেত্রের ফল হয়, তাহার দ্বিগুণ, এতদুভয়ের সমষ্টি সমুদায় রেখার বর্গ ক্ষেত্রের ফলের সমান হইবে।

মনেকর, যচ সরল রেখা ছ বিম্বুতে দুই অংশে বিভক্ত হইয়াছে। এইকণে সমুদায় রেখা যচ-র উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল = য ছ, ছ চ উভয় রেখার উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজের ফল + য ছ ও ছ চ রেখা-দ্বয়ের গুণনে যে আয়ত হয় তাহার দ্বিগুণ, অর্থাৎ য চ<sup>২</sup> = য ছ<sup>২</sup> + ছ চ<sup>২</sup> + ২ য ছ. ছ চ।



এই য চ রেখার উপর য চ খ ক সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিয়া খ ঘ সংযুক্ত কর, এবং ছ বিম্বু দিয়া ছ জ গ রেখা

চ খ বা ঘ ক রেখার সমান্তরাল করিয়া টান, এবং অ  
বিশ্ব দিয়া ঝ ট রেখাকে ক খ বা ঘ চ-র সমান্তরাল  
করিয়া টান।

গ ছ, ক ঘ সমান্তরাল হওয়াতে তাহাদের উপর খ ঘ  
সম্পাতে বাহ্য কোণ খ জ গ অন্তর্বিণ প্রতীপ ক ঘ খ  
কোণের সমান হইতেছে। কিন্তু ক খ ঘ ও ক ঘ খ সমান,  
কারণ ক খ, ক ঘ সমচতুর্ভুজের বাহু বলিয়া পরস্পর সমান,  
সুতরাং গ জ খ ও গ খ জ সমান, অতএব গ খ, গ জ  
পরস্পর সমান, এবং গ খ, জ ট-র সমান ও গ জ, খ ট-  
র সমান হওয়াতে গ জ ট খ ক্ষেত্র সমবাহক। আর  
ইহা সমকোণীও বটে, কারণ গ খ ট কোণ সমকোণ  
হওয়াতে গ জ ট খ সমান্তরিক ক্ষেত্রের অন্যান্য কোণও  
সমকোণ। সুতরাং গ জ ট খ, গ খ রেখার সমচতুর্ভুজ।  
কিন্তু গ খ = জ ট = হ চ, কায়ে কাবেই ইহা হ চ রেখারও  
সমচতুর্ভুজ; এই রূপে বা গ হ জ, ঘ ছ রেখার সমচতুর্ভুজ  
বলিয়া প্রমাণ হইতে পারে।

অপর ক গ জ বা আয়ত ক্ষেত্র হ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রের  
সমান; কিন্তু হ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটি হ চ ও চ ট  
রেখাবয়ের অন্তর্গত কিন্তু চ ট = হ জ = ঘ ছ, সুতরাং  
হ চ ট জ আয়ত ক্ষেত্রটি হ চ ও ঘ ছ রেখাবয়ের  
অন্তর্গত।

এইরূপে ঘ হ জ বা ও গ জ ট খ দুই সমচতুর্ভুজ এবং  
ক ঝ জ গ ও জ ট চ ছ, দুইটি আয়তক্ষেত্র, ইহারা একজ  
যোগে ক ঝ হ খ সমচতুর্ভুজের তুল্য।

$$\therefore ঘ চ^2 = ঘ হ^2 + হ চ^2 + ২ ঘ হ. হ চ।$$

বীজগণিত দ্বারা উপপত্তি। ঘ হ ও হ চ দুই রেখা  
ক. খ দুই সাংকেতিক অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করিলে,  
(ক+খ)<sup>২</sup> = ক<sup>২</sup> + খ<sup>২</sup> + ২ ক.খ; অর্থাৎ, (ঘ হ + হ চ)<sup>২</sup>।  
অথবা ঘ চ<sup>২</sup> = ঘ চ<sup>২</sup> + হ চ<sup>২</sup> + ২ ঘ হ. হ চ। ( ... .. ১ )

এই রূপে ঘ চ রেখা ক ও হ চ, খ অক্ষর দ্বারা নির্দেশ  
করিলে,

$$(ক-খ)^2 = ক^2 + খ^2 - ২ ক.খ; অর্থাৎ, (ঘ চ - হ চ)^2,$$

$$অথবা ঘ হ^2 = ঘ চ^2 + হ চ^2 - ২ ঘ চ. হ চ। \dots (২)$$

অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার অন্তরের উপর সমচতুর্ভুজ =  
ঐ দুই রেখার সমচতুর্ভুজ — ঐ দুই রেখার আয়তক্ষেত্র-  
ফলের দ্বিগুণ।

$$অপর, ক^2 - খ^2 = (ক+খ)(ক-খ); \dots \dots (৩)$$

অর্থাৎ, দুই অসমান রেখার সমচতুর্ভুজের অন্তর  
তাহাদের যোগ ও অন্তরের আয়তফলের তুল্য।

এই প্রতিজ্ঞাটিকে পাণীগণিতের দ্বারা অর্থাৎ সংখ্যা-  
বাচক রাশির দ্বারা প্রমাণ করিয়া দেওয়া যাইতে  
পারে; যথা, বোধ কর ঘ চ = ৬, ঘ হ = ৪, ও হ চ = ২।

$$৬^2 = ৪^2 + ২^2 + ২ (৪ \times ২) অথবা, ৩৬ = ১৬ + ৪ + ১৬।$$

অতীমান। সমচতুর্ভুজের কর্ণের পরিতঃস্থ সমান্তরিক  
ক্ষেত্রও সমচতুর্ভুজ হয়।

সমান্তরিক ক্ষেত্রে কর্ণের পরিতঃস্থ কোন একটি সমান্ত-  
রিক ক্ষেত্র এবং অনুরূপকণয় ইহারা একত্র যোগে শঙ্কু-  
পদে বাচ্য হয়। যথা, গ ট সমান্তরিক ক্ষেত্রকে ক জ ও



ত চ অল্পপুরুষের সহিত একত্র যোগে ক চ সমান্তরিক ক্ষেত্রের শঙ্কু কহা যায়। সংক্ষেপে এই শঙ্কুকে ক ট চ কিসা বা গ চ বলিয়া নির্দেশ করা যায়। এই রূপ ক চ সমান্তরিক ক্ষেত্রকে পূর্বেক্ত অল্পপুরুষের সহিত একত্র যোগে ক চ ট অথবা গ ক চ শঙ্কু কহা যায়।

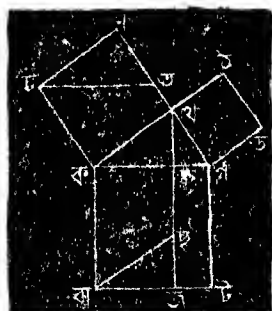
ক্ষেত্রতত্ত্বে বাহ্যকে আরত কহে, গণিত বিদ্যাত তাহাকে গুণফল কহে। ক জ সমান্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অবধারিত করিতে হইলে ইহার দৈর্ঘ্য ক গ প্রস্থ জ গ দ্বারা গুণ করিতে হইবে, যদি দৈর্ঘ্য ৩ বর্গ হাত ও প্রস্থ ২ বর্গ হাত হয়, তাহা হইলে ৪ ও ২-কে গুণ করিলে ক্ষেত্রফল স্থির হয়। এতলে ক গ, গ জ অন্তর্গত আরত নং কহিয়া সংক্ষেপে দুই পার্শ্ববোধক অক্ষর মাধ্য এক দিম্বু দিলে ক্ষেত্রফল বুঝাইবে।

ইউক্লিডের সমুচ্ছারিংশ প্রতিজ্ঞা, ও ঐ প্রতিজ্ঞা অবলম্বন করিয়া। সমলৈঙ্গিক ক্ষেত্রের কয়েকটি ধর্ম নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।

৩৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণের অভিমুখীন বাহু (অর্থাৎ কর্ণের) উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, অপর দুই বাহুর (অর্থাৎ ভূজ এবং কোটির) উপরে অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য।

কখনও এক সমকোণিক  
ত্রিভুজ, তাহার মধ্যে কখনও  
সমকোণ : কখনও রেখার উপর  
অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ, কখনও, গথ  
উভয় রেখার উপর অঙ্কিত  
সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য।  
কখনও রেখার উপর কখনও  
সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত কর (২৭শ প্রতিক্রিয়া), এবং গথ  
রেখাকে বর্ধিত করিয়া খন, খক রেখার সমান কর। এ  
বিন্দু দিয়া গড, খক রেখার সমান্তরাল ও ক বিন্দু দিয়া  
কড, খন রেখার সমান্তরাল অঙ্কিত কর। যেহেতু  
কখনও সমকোণ, কখনও কোণও সমকোণ : অতএব কখনও  
সমচতুর্ভুজ। এইরূপে খন ও ক সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত  
কর। এবং খজ, কঝ রেখার চত, কগ রেখার এবং ঝড,  
কখ রেখার সমান্তরাল টান। গকঝ ও খকড প্রত্যেক  
সমকোণ হইয়া পরস্পর সমান হওয়াতে খকগ কোণ  
উভয়তঃ যোগ করিলে সমুদায় কোণ খকঝ সমুদায়  
গকড কোণের সমান হইবে।



এইরূপে কখনও ও কখনও সমান্তরিক ক্ষেত্রদ্বয় মধ্যে  
কখনও রেখা কখনও রেখার ও কখনও রেখা কখনও রেখার সমান।  
এবং কখনও ও কখনও রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ খকঝ, কখনও ও  
কখনও রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ গকড-র সমান। অতএব  
(২৬শ প্রতিক্রিয়ারূপে) ঐ দুইটি সমান্তরিক ক্ষেত্র  
পরস্পর সমান। কিন্তু (৩০শ প্রতিক্রিয়ারূপে) কখনও

সমচতুর্ভুজ কণ্ডত সমান্তরিক ক্ষেত্রের সহিত সমান এবং কবা জ চ আয়ত ক্ষেত্রটি কথহর সমান্তরিক ক্ষেত্রেব সহিত সমান। অপর যে যে বস্তু প্রত্যেকে কোন এক বস্তুর সমান, তাহার। পরস্পর সমান; অতএব কথগড সম-  
চতুর্ভুজ কবা জ চ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান। ঐরূপে প্রদর্শিত হইতে পারে যে খগডট সমচতুর্ভুজ চগটজ আয়ত ক্ষেত্রের সহিত সমান; অতএব কবা জ চ ও চগটজ দুইটি আয়ত ক্ষেত্র বা কগটক সমচতুর্ভুজ কথগড ও খগডট দুইটি সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য। সুতরাং কগ বাহুর উপরিস্থ সমচতুর্ভুজ কথ ও খগ বাহুর উপরিস্থ দুই সমচতুর্ভুজের যোগ তুল্য।

অনুমান ১। কোন ত্রিভুজের এক বাহুর উপর অঙ্কিত সমচতুর্ভুজ যদি অন্য দুই বাহুর উপর অঙ্কিত দুই সমচতুর্ভুজের সমান হয়, তবে ঐ দুই বাহুর অন্তর্ভুক্তী কোণ সমকোণ হইবে।

অনুমান ২। সমকোণিক ত্রিভুজে কর্ণ রেখা অপর কোন ভুজ অপেক্ষা বৃহৎ।

অনুমান ৩।  $কথ^২ + খগ^২ = কগ^২$ । এই সমান বস্তুর উভয় পক্ষ হইতে খগ<sup>২</sup> বিয়োগ করিলে,  $\therefore কথ^২ = কগ^২ - খগ^২$ ;

নিয়োগ।

১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটি ভুজ যথাক্রমে ৮ ও ৬ ফুট হইলে কর্ণপরিমাণ কত হইবে?

অ অবাক্ষ রাশিধার কণ রেখাকে নির্দেশ করিলে

$$\alpha^2 = 8^2 + 6^2 = 100;$$

এই সমীকরণের উভয় পক্ষের বর্গমূল গ্রহণ করিলে,

$$\alpha = \sqrt{100} = 10।$$

২। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের দুইটি বাহু যথাক্রমে ৮ ও ৬ এবং ১০ ফুট, তাহার কণ পরিমাণ কত?

উঃ। ২০ ফুট।

৩। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কণ পরিমাণ ২৫ হাত, ও একটি বাহুর পরিমাণ ১৫ হাত হইলে অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

অ অবাক্ষ রাশিধার অপর বাহুটি নির্দেশ করিলে,

$$\alpha^2 + 15^2 = 25^2।$$

এই সমীকরণের উভয় পক্ষ হইতে  $15^2$  বিয়োজ্য করিলে,

$$\alpha^2 = 25^2 - 15^2 = 400;$$

উভয় পক্ষের বর্গমূল গ্রহণ করিলে,

$$\alpha \text{ বা অপর ভূজ} = \sqrt{400} = 20 \text{ হাত।}$$

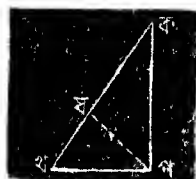
৪। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের কণপরিমাণ ৩০ হাত এবং একটি বাহুর পরিমাণ ২৪ হাত হইলে, অপর বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

উঃ। ১৮ হাত

## ৩৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি পরিজ্ঞাত আছে, সমকোণ হইতে কর্ণ রেখার উপর লম্ব রেখার পরিমাণ নির্দেশ করিতে হইবে।

ক খ গ একটি সমকোণিক ত্রিভুজ, ইহার ভূমি খ গ ২১ হাত, ও কোটি ক গ ২৮ হাত, ক গ গ সমকোণ হইতে ক খ কর্ণের উপর গ ঘ লম্ব টান, এই লম্বের পরিমাণ কত হইবে।



$$\text{কখ}^2 = ২১^2 + ২৮^2; \therefore \text{কখ} = ৩৫ \text{ হাত}$$

এইক্ষণে ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল দুই প্রকারে নির্ণয় করা যাইতে পারে : যথা,

$$\text{১মতঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{২১ \times ২৮}{২}$$

$$\text{২য়তঃ। ক খ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{৩৫ \times \text{গ ঘ}}{২}$$

কিন্তু যে যে বস্তু প্রত্যেকে অপর কোন বস্তুর সমান, তাহারা পরস্পর সমান,

$$\therefore \frac{৩৫ \times \text{গ ঘ}}{২} = \frac{২১ \times ২৮}{২};$$

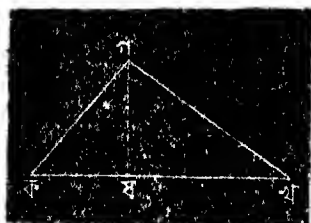
$$\text{এই সমীকরণে গ ঘ} = ১৬.৮ \text{ হাত।}$$

উদাহরণ। খগ ২৪ হাত এবং কগ ৬২ হাত হইলে, লম্বের পরিমাণ কত হইবে? উঃ ১৯.২ হাত।

## ৩৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ একটি ত্রিভুজ, ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে ক খ ভূমির উপর গ ঘ লম্বপাত হইয়াছে।

কখ, কগ ও খগ তিনটি  
বাহুর পরিমাণ জানা আছে;  
এইক্ষেণে প্রথমতঃ ভূমি লম্ব-  
পাত দ্বারা যে দুই খণ্ড  
সিদ্ধ হইয়াছে তাহার



ক'ন খণ্ডের পরিমাণ নিরূপণ করিতে হইবে দ্বিতীয়তঃ,  
যে লম্বরেখার পরিমাণ নির্দেশ করিতে হইবে; তৃতীয়তঃ,  
কখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইবে।

গোপ কর কখ = ২০ হাত, কগ = ১০ হাত, এবং  
খগ = ১২ হাত।

এইক্ষেণে কঘ খণ্ডকে 'অ' অব্যক্ত রাশি দ্বারা নির্দেশ  
করিলে, কঘ = ২০ — অ।

ক ব গ ও খ ঘ গ দুইটি সমকোণিক ত্রিভুজ। গ ঘ ইহাদের  
সাধারণ বাহু; সুতরাং গ ঘ রেখার পরিমাণ উভয় ত্রিভুজ  
হইতে দুই প্রকারে নির্দেশ করা যাইতে পারে; যথা,

$$\text{গঘ}^2 = ১০^2 - \text{অ}^2, \text{ আর গঘ}^2 = ১২^2 - (২০ - \text{অ})^2।$$

যে যে বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহার। পরস্পর  
সমান,

$$১২^2 - (২০ - \text{অ})^2 = ১০^2 - \text{অ}^2।$$

এই সমীকরণে অব্যক্ত রাশির ফল ধার্য করিলে, অ বা  
ঘ = ৮.৯।

গঘ লম্ব রেখার পরিমাণ ধার্য্য করিতে হইলে,  
 $গঘ^2 = ১০^2 - ৮.৯^2$ , অতএব গঘ = ৪.৫৫।

$$\text{সুতরাং কগখ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল} = \frac{১০ \times ৪.৫৫}{২} =$$

৪৫.৫।

উদাহরণ। পূর্বোক্ত ত্রিভুজ যদি গখ = ৬ হাত, কগ = ৪ হাত, এবং খক = ৫ হাত হয়, তাহা হইলে কঘ, ঘগ রেখার পরিমাণ ও ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

উঃ। কঘ = ১.৫, গঘ = ৩.৯৬, এবং ক্ষেত্রফল = ৯.৯

### ৫৮ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

স্থূলকৌণিক ত্রিভুজে যদি কোন স্থূল কোণের সম্মুখীন বাহুকে বর্জিত করিয়া তদুপরি উক্ত কোণ হইতে লম্ব টানা যায়, তবে স্থূল কোণের পার্শ্বস্থ দুই বাহুর দুই সমচতুর্ভুজ বর্জিত বাহু এবং তাহার বর্জিত ভাগের অন্তর্গত অংশতের বিত্ত্বগ স্থূল কোণের সম্মুখীন বাহুর সমচতুর্ভুজ তুল্য হইবে।

কখগ এক স্থূলকৌণিক ত্রিভুজ, যাহার কগখ কোণটি স্থূল কোণ। খগ বর্জিত করিয়া ক বিন্দু হইতে তাহার উপর কঘলম্বটান।

$$\text{কখ}^2 = \text{খগ}^2 + \text{কগ}^2 + ২ \text{খগগঘ।}$$



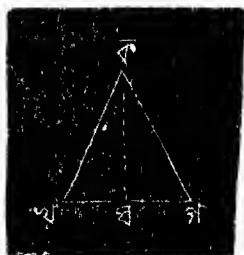
খ ঘ সরল রেখা গ বিম্বিতে দুই ভাগে বিভক্ত হই-  
যাছে, এই জন্মা ( ৩৪ শ প্রতিজ্ঞানুসারে ),

খ ঘ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + গঘ<sup>২</sup> + ২ খগ × গঘ ; উভয় পক্ষে  
ক ঘ<sup>২</sup> যোগ কর, তাহা হইলে,

খ ঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + গঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> + ২ খগ × গঘ ;  
কিন্তু খ ঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> = ক খ<sup>২</sup> ; এবং গ ঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> = ক গ<sup>২</sup>  
ক খ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + কগ<sup>২</sup> + ২ খগ × গঘ ।

### ৩৯ শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক খ গ ত্রিভুজের ক গ খ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হইলে,  
এই কোণের এক পার্শ্বস্থ রেখা খ গ-র উপর তাহার  
সম্মুখীন কোণ হইতে তদুপর  
ক ঘ লম্বপাত করিলে, গ কোণের  
সম্মুখীন ক খ রেখার সমচতু-  
ভূজ খ গ ও কগ-র সমচতু-  
ভূজ অপেক্ষা খ গ × গ ঘ-র দ্বিগুণ  
পরিমাণে লম্বুতর হইলে, অর্থাৎ,



$$ক খ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + কগ<sup>২</sup> - ২ খগ.গঘ ।$$

৩৪ শ প্রতিজ্ঞার দ্বিতীয় সমীকরণ দ্বারা,

খ ঘ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + গঘ<sup>২</sup> - ২ খগ.গঘ ; ইহার উভয়  
পক্ষে ক ঘ<sup>২</sup> যোগ কর, তাহা হইলে,

খ ঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + গঘ<sup>২</sup> + ক ঘ<sup>২</sup> - ২ খগ.গঘ ;  
অতঃ ক খ<sup>২</sup> = খগ<sup>২</sup> + কগ<sup>২</sup> - ২ খগ.গঘ ।



## ৪০ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ একটি ত্রিভুজে, যদি ইহার শীর্ষ কোণ গ হইতে ভূমির মধ্য বিন্দুতে গ ঘ রেখা টানা যায়, তাহা হইলে,  $ক গ^২ + গ ঘ^২ = ২ ক ঘ^২ + ২ গ ঘ^২$ ।

গ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর গ চ লম্ব টান। তাহাতে ক ঘ গ ও খ ঘ গ দুইটি ত্রিভুজে পূর্বোক্ত দুই প্রতিজ্ঞা দ্বারা,



$$ক গ^২ = ক ঘ^২ + গ ঘ^২ + ২ ক খ.ঘ চ$$

$$গ খ^২ = খ ঘ^২ + গ ঘ^২ - ২ খ ঘ.ঘ চ$$

ক ঘ = খ ঘ ইহা সারণ রাখিয়া এই দুই সমীকরণ যোগ করিলে,

$$ক গ^২ + গ খ^২ = ২ ক ঘ^২ + ২ গ ঘ^২।$$

## ৪১ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি ও কোটি নির্দিষ্ট আছে, ঐ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে; এবং ঐ ত্রিভুজের কর্ণ রেখার পরিমাণও স্থির করিতে হইবে।

নির্দিষ্ট ভূমি = ৬ ফুট, এবং কোটি = ৮ ফুট, এমন এক সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার ভূমি ও কোটি যথাক্রমে ৬ ও ৮ ফুট হইবে।



ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ক খ নাম কর, এবং খ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর ৮ ফুট পরিমিত এক সরল রেখা টান, যথা খ গ। পরে ক ও গ যুক্ত কর, তাহাতে ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ হইবে ; এবং ক গ কর্ণ রেখা পরিমাপ করিলে ১০ ফুট হইবেক।

## ৪২ শ্রী প্রতিভা । সম্পাদ্য ।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং কর্ণ নির্দিষ্ট থাকে, ত্রিভুজটী অঙ্কিত করিতে হইবে।

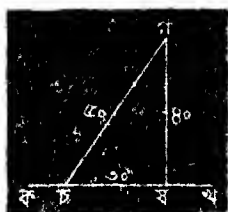
ভূমি = ৬ ফুট, এবং কর্ণ = ১০ ফুট। এমন এক সমকোণিক ত্রিভুজ নির্মাণ করিতে হইবে যাহার ভূমি ও কর্ণ যথাক্রমে ৬ ও ১০ ফুট হইবে।

ছয় ফুট পরিমিত এক সরল রেখা ক খ (পূর্বপ্রতিকৃতি দেখ) নাম কর, এবং খ বিন্দু হইতে ক খ রেখার উপর খ গ এক অসীম সরল রেখা (যাহাকে খ গ অভিমুখে যত দূর ইচ্ছা বর্জিত করা যাইতে পারে) অঙ্কিত কর। পরে কম্পাস-কে ১০ ফুট বিস্তার করিয়া উহার এক পদ ক বিন্দুর উপর রাখিয়া অপর পদ দিয়া খ গ রেখা ছেদ কর, যথা গ ; এবং ক ও গ এক সরল রেখা দ্বারা সংযুক্ত কর ; তাহা হইলে ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত হইবে। খ গ রেখা পরিমাপ করিলে ৮ ফুট হইবেক।

### ৪৩ শ্রুতিজ্ঞ।। সম্পাদ্য।

জরীপী কিতা বা শৃঙ্খলের সাহায্যে ভূমির উপর লম্ব বা সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

মনে কর, ক খ শৃঙ্খলের উপর ঘ বিন্দু হইতে একটি লম্ব উত্তোলন করিতে হইবে। ঘচ-কে ৩০ লিঙ্কের সমান করিয়া; অপর এক গাছি শৃঙ্খল লইয়া; তাহার এক প্রান্ত হইতে ১০ লিঙ্ক পরিমিত করিয়া ঘ স্থানে দৃঢ় রূপে ধরিতে হইবে; আর অপর প্রান্ত চ স্থানে ধরিতে হইবে। পরে ঘ হইতে ৪০ লিঙ্কের স্থান ধরিয়া শৃঙ্খল-কে বলপূর্বক টানিলে ঘ বিন্দুতে ঘ গ লম্ব হইবে। কারণ তাহা হইলে ঘ গ ৪০ ও গ চ ৫০ লিঙ্ক পরিমিত হইবে, এবং গ ঘ ও ঘ চ-র বর্গ চ গ-র বর্গের তুল্য হইবে। কায়েকাখেই চ ঘ গ সমকোণ ও গ ঘ লম্ব হইল।

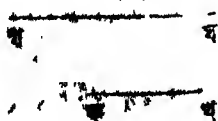


### রেখা ও ধরাতলের সম্বন্ধ। সদৃশ ত্রিভুজ।

৪৪ সূত্র। একটি রেখা বা রাশি অন্য একটি রেখা বা রাশি অপেক্ষা যে পরিমাণে গুরু বা লঘু তাহাকে সেই সেই রেখার বা রাশির পরস্পর সম্বন্ধ কহে।

গ ঘ ও ক খ দুইটি রেখা।

হাত বা গজ একক স্বরূপ হিঙ্গ করিয়া ঐ একক যদি ঐ-পমোক্ত রেখার মধ্যে ছয়বার



ও দ্বিতীয় রেখার মধ্যে তিনবার থাকে, তাহা হইলে প্রথমকে দ্বিতীয়ের সহিত তুলনা করিলে দেখিতে পাওয়া যায় যে, প্রথমটী দ্বিতীয় অপেক্ষা ২ গুণ অধিক এবং উহা এই রূপে ব্যক্ত হয়  $\frac{\text{গঘ}}{\text{কখ}} = \frac{৩}{১}$  ; এবং দ্বিতীয় কখকে যদি প্রথম গঘ-র সহিত তুলনা করা যায়, তবে দেখা যায় যে, ৩ একক দ্বারা উহা প্রথমটী অপেক্ষা লঘু হইতেছে, যথা  $\frac{৩}{১} = \frac{\text{কখ}}{\text{গঘ}}$ , অর্থাৎ ১ যে রূপ ৩ রাশির ছয় অংশের একাংশ সেই রূপ ৩ও ৬ রাশির ঐ ছয় অংশের ২ অংশ বলা যাইতে পারে ।

এই রূপে এক রাশির সহিত অন্য রাশির যে সহজ তাহার নাম অনুপাত । যে অনুপাতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটি অপরাপর অপেক্ষা কত গুরু বা লঘু বলিয়া বোধ হয়, তাহার নাম পাটীগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত, এবং বাহ্যতে অনুপাতীয় রাশির মধ্যে একটি অপরাপর অপেক্ষা কত গুণ গুরু বা কত গুণ লঘু বলিয়া প্রতীত হয়, তাহার নাম জ্যামিতিমূলক অনুপাত । যেমন ৬ এবং ৩ এই দুইটির পাটীগণিত সম্বন্ধীয় অনুপাত ২ এবং ৩ জ্যামিতি-মূলক অনুপাত ৩ বা ২ ।

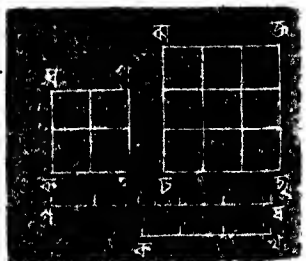
কোন রাশির সহিত অন্য কোন রাশির অনুপাত ব্যক্ত করিতে হইলে তাহাদিগের মধ্যে দুইটি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র বিস্তৃপাত করিতে হয়, উহার নাম আনুপাতিক দ্বিবিভু ।

কখ-র সহিত গঘ-র অনুপাত লিখিয়া ব্যক্ত করিতে হইলে, এরূপে লিখিতে হয়, যথা, কখ : গঘ =  $\frac{\text{কখ}}{\text{গঘ}}$  ।

অমুপাতের প্রকৃতি যে রূপে লিখিত হইল তাহা হইতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে, আদিমকে লব ও অন্তিমকে হর করিলে যে ভগ্নাংশ উৎপন্ন হয়, তাহা অমুপাতের পরিমাণ। গ ঘ ও ক খ রেখার অমুপাত, যথা, গ ঘ : ক খ বা  $৬ : ৩$  অর্থাৎ অন্তিম রাশি ৩ আদিম রাশি ৬ এর মধ্যে কত বার আছে তাহাই নির্ণয় হইতেছে।

ভগ্নাংশের লব ও হর সততই ভাজ্য ভাজক সম্বন্ধে নিবদ্ধ থাকে, যেমন ৫ অথবা  $৬ - ৩$  সমান কথাই অর্থাৎ কোন বস্তুকে ৩ ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগকে ৬ বার লওয়া যাইবে, ৬ কে ৩ দিয়া ভাগ করিলে তাহা। অমুপাতের প্রথমটিকে লব ও দ্বিতীয়টিকে হর করিলেই উহাদিগের পরিমাণ স্থির হইবে; কিন্তু অমুপাতের দুইটী রাশি যদি ভিন্ন জাতীয় হয়, তবে প্রথমটী লব ও দ্বিতীয়টিকে হর করিলে পরিমাণ স্থির হইবে না উভয়কে এক জাতীয় করিতে হইবে। যেমন ৩টাকা ও ৬টাকা ইহাদের অমুপাত  $৩ : ৬$  এবং উহাদের পরিমাণ ৬ অথবা ২, কিন্তু ৩ আনা ও ৬ টাকার অমুপাত ৩ আনা ২৬ আনার অমুপাতের সমান, উহা এইরূপে লিখিত হয়  $৩ : ২৬$  অথবা  $\frac{৩}{২৬}$  অথবা  $\frac{৩}{২৬}$ ।

এই রূপে যদি চকু ধরা-  
তলিক ক্ষেত্রমধ্যে ৯বর্গ একক  
থাকে এবং কগ ধরা তলিক  
ক্ষেত্রমধ্যে ৪বর্গ একক থাকে,  
তাহা হইলে দ্বিতীয় ধরা-  
তলিক ক্ষেত্রে যত একক আছে



৩০ তার চতুর্থাংশের নয় ভাগ প্রায়মাত্র ধরাতিলাক কোর

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\text{চক্র}}{\text{কগ}} = \frac{২}{৫}$$

৩১ যথা অথবা রাশিদিগের সমন্বয় সিদ্ধার করা ৩২  
রাশিদিগকে অনুপাতেয় রাশি কহা গিয়া থাকে। প্রথম  
রাশি নাম আদিম দ্বিতীয়টির নাম অন্তিম। অন্তিম অপেক্ষা  
আদিম ক্ষুদ্র হইলে অনুপাতকে ক্ষুদ্রবৈষম্যানুপাত কহে ;  
যথা, ৩ : ৪ ; অন্তিম অপেক্ষা আদিম লঘু হইলে অনু-  
পাতকে লঘুবৈষম্যানুপাত কহে ; যথা, ৩ : ৫ ; আর  
আদিম এবং অন্তিম সমান হইলে অনুপাতকে সামান্যানু-  
পাত কহে ; যথা, ৩ : ৩ ;

অনুপাতে উভয় রাশি কোন এক রাশি দ্বারা গুণিত বা  
বিভক্ত হইলে অনুপাতের পরিমাণ পরিবর্তিত হয় না।  
মন কর ৪ : ৮ টী এখানে বিবেচ্য। উহার পরিমাণ ৪,  
কিন্তু ৪ এই রাশিটির লব ও হর উভয়কে কোন রাশির  
দ্বারা গুণিত বা বিভাজিত করিলে যে অনুপাত উৎপন্ন  
হয়, তাহার প্রত্যেকেই ৪ : ৮ এই অনুপাতটির সমান,  
যথা, ২ : ৪, ৮ : ১৬, ইহারা প্রত্যেকেই ৪ : ৮ এই  
অনুপাতটির সমান। ২ : ৪ ও ৮ : ১৬ অনুপাতে উভয়  
রাশি সমান রূপে গুণিত বা বিভাজিত হইলে আদিম  
অনুপাত উৎপন্ন হইতে পারে।

দুই অথবা তিন অপেক্ষা অধিক সংখ্যক অনু-  
পাতের সমানত্ব সম্বন্ধ থাকিলে তাহাকে সমানুপাত  
কহে।

মধ্য, কথ : গঘ এবং ৫ : ৩ এই দুইটি অনুপাতের  
 পরিমাণ  $\frac{\text{কথ}}{\text{গঘ}}$  ও  $\frac{৫}{৩}$  একে দুইটি ভগ্নাংশের সমান, কিন্তু  
 কথ এই ভগ্নাংশটি যদি  $\frac{৫}{৩}$  এই ভগ্নাংশের সমান হয়,  
 তাহা হইলে দুইটি অনুপাতও পরস্পর সমান হইল এবং  
 কথ, গঘ, চছ, জঝ এই চারিটি রাশিতে একটি সমানুপাত  
 উৎপন্ন হইল। ঐ সমানুপাতটী এক রূপে লিখিত হয়  
 কথ : গঘ :: চছ : জঝ

এবং কথ-র সহিত গঘ-র যে সম্বন্ধ, চছ-র সহিত  
 জঝ-র সেই সম্বন্ধ পঠিত হয় অর্থাৎ প্রকারান্তরে

উভয়ই বলা হইতেছে যে  $\frac{\text{কথ}}{\text{গঘ}} = \frac{\text{চছ}}{\text{জঝ}}$ ।

দুইটি রাশির অনুপাত স্থির করিবার সময়ে উহাদের  
 মাধ্য বেরূপ আনুপাতিক দ্বিবিম্ব স্থাপিত করিতে হয়।  
 সেই কথ দুই সমান অনুপাত এক শ্রেণীতে লিখিয়া  
 প্রকাশ করিবার সময়ে দুই অনুপাতের মধ্যে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র  
 চারিটি বিন্দুপাত করিতে হয়, উহার নাম সমানুপাতিক  
 চতুর্বিম্ব।

সমানুপাত পূর্বোক্ত প্রকারে ব্যক্ত হইলে, কথ ও  
 জঝ-কে অন্ত্য রাশি এবং গঘ ও চছ-কে মধ্য রাশি কহা  
 যায়।

চারিটি রাশি সমানুপাতিক হইলে, তাহাদের অন্য  
 রাশি দুইটির গুণকল মধ্য রাশি দুইটির গুণকলের সমান  
 হইবে। যথা,

কথ : গম্ব : : চতু : জম্ব, এম্বলে কথ  $\times$  কথ =  
গম্ব  $\times$  চতু ।

এক জাতীয় চারিটি রাশি সমান্তরালে স্থাপিত হইলে তাহা সমান্তরাতিক হয়, তাহা হইলে নিম্ন লিখিত দ্বারা যাহা উদ্ভাবন প্রাপ্তী অবশ্য পরিমাপ করিলে নিম্নপ্তি দ্বারা কোন ব্যতিক্রম হইবেক না।

### ত্রিনিময় নিম্পত্তি ।

যদি চারিটি রাশি সমান্তরাতিক হয়, তাহা হইলে প্রথম ও তৃতীয় সম্বন্ধে যে নিম্পত্তি নির্ভায়েন চতুর্থ সম্বন্ধে সেই নিম্পত্তি ।

### বিনোম নিম্পত্তি ।

প্রথম : প্রথম : : চতুর্থ : তৃতীয় ।

### যোগ নিম্পত্তি ।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের যোগফল : দ্বিতীয় : : তৃতীয় ও চতুর্থের যোগফল : চতুর্থ ।

### অন্তর নিম্পত্তি ।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : দ্বিতীয় : : তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগফল : চতুর্থ ।

### পরিবর্ত নিম্পত্তি ।

প্রথম ও দ্বিতীয়ের বিয়োগফল : প্রথম : : তৃতীয় ও চতুর্থের বিয়োগফল : তৃতীয় । ইত্যাদি ।

যদি সমান্তরাতের তিনটি মাত্র রাশি প্রাপ্ত হওয়া যায়, তাহা হইলে আমরা চতুর্থ রাশি উদ্ভাবন করিঃ



পারি, এবং যে নিয়ম দ্বারা এই রাশিটী জানিতে পারা যায় গণনা শাস্ত্রে এই নিয়মটী যে কত দূর প্রয়োজনীয় তাহা বলা যায় না। যদি ২, ৪, ৮, ১৬, এই কএকটী সমান্তরাতিক রাশির মধ্যে তিনটী যাক নির্দিষ্ট থাকে চতুর্থটী এইরূপে বাক্তি করণ যায়, যথা, ২ এর সহিত ৪ এর যে সম্বন্ধ, ৮ এর সহিত কোন বাক্তি করণ সেই সম্বন্ধ, তাহা হইলে  $(৪ \times ৮ = ২, ৩২)$  ১৬ আবিষ্কৃত হইয়া পড়ে। গণনা বিষয়ক এইরূপ যত প্রকার উপস্থিত হইবে সমুদায়ই ত্রৈরাশিকের মধ্যে আশ্রিত। অতএব সমান্তরাতিক বিধি দ্বারা নির্ণয় চতুর্থ রাশি বাক্তি হইবে।

### ৪৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গণ এক নির্দিষ্ট সরল রেখাকে একরূপ ভাগ করিতে হইবে যে সেই ভাগগুলি আর একটী বিভক্ত সরল রেখার ভাগগুলির সমূহ হইবে, অর্থাৎ সে সকল অংশের বিভক্ত রেখার অংশগুলির ন্যায় পরস্পরের সহজে সমান নিম্পত্তি থাকিবে।



গক সরল রেখাকে ঘ, ছ, ট বিভক্তে সমানরূপে বিভক্ত করণ কর, অর্থাৎ গঘ = ঘছ = ছট। গক ও গখ রেখাকে এমত করিয়া স্থাপন কর যেন তাহাদের সংযোগে

কোন উৎপত্তি হয় ; পরে কথ সংযুক্ত করিয়া ঘ, ছ, ট  
 যুক্তি হয়, কথ-র সমান্তরাল গচ, জক, ও টড নিষ্কাশন  
 হয়, এবং চজ, কঠ, গক রেখার সমান্তরাল করিয়া টান।  
 ইহাণে ঘচজক কোণের সম্মুখীন বাহুগুলি সমান্তরাল।  
 বিশিষ্ট চক = কক = ঘগ, বাচজ কোণ চগঘ কোণের সমান  
 গচ জক কোণ = গঘচ কোণ ; অতএব : গ প্রতিফল-  
 নের, গঘচ ও চজক বিকৃতকর পরস্পর সমান এবং  
 গচ = গক = এক্ষণে কড = গচ, ইত্যাদি : অনন্তর  
 গচ রেখা যে যে বিন্দুতে বিভাজিত হইয়াছে তাহার কোন  
 এক বিন্দু, যথা জ, লইলে প্রত্যেক দুইটি যে, গক রেখা  
 গচ যত গুণ, গঘ রেখা ও গক-র তত গুণ ; অর্থাৎ :

$$\frac{গক}{গচ} = \frac{গঘ}{গক} \quad \text{অর্থাৎ : গক}^2 = গচ \times গঘ \quad \text{গক} : গঘ = গচ : গক।$$

### ৪৬ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য :

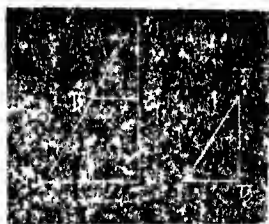
তুলাকোণিক ত্রিভুজ সকল সদৃশ, অর্থাৎ তাহাদের  
 কোন কোন সমান কোণের সংলগ্ন বাহুগুলি পরস্পর অমুপাতীয়।

কথগ ও চজক দুই তুলা কোণ বিশিষ্ট ত্রিভুজ, অর্থাৎ  
 কথক কোণ জচক কোণের, গথক কোণ জজক কোণের  
 আব কগথ কোণ চজক কোণের সমান। এস্থলে কগথ  
 ও চজক ত্রিভুজের সমান সমান কোণের পার্শ্ব বাহু  
 অমুপাতীয় : অর্থাৎ গক : গথ :: জচ : জক।

গক ও গথ দুইটি সরল রেখা হইতে জচ ও জক দুইটি  
 সরল রেখার সমান গট ও গঠ দুই অংশ ছেদ কর, এবং  
 টি সংযুক্ত কর।

গট ও জট ত্রিভুজে, গট কোণ জট অথবা গক কোণের সমান একারণ (২১শ প্রতিজ্ঞানুসারে) টট ও কক পরস্পর সমান্তরাল।

গট ও টক রেখাকে কতকগুলি সমান অংশে বিভাগ করিয়া সেই বিভাগের বিন্দু হইতে গথ রেখাতে যদি কথ রেখার সমান্তরাল রেখাসকল টানা যায়, তাহা



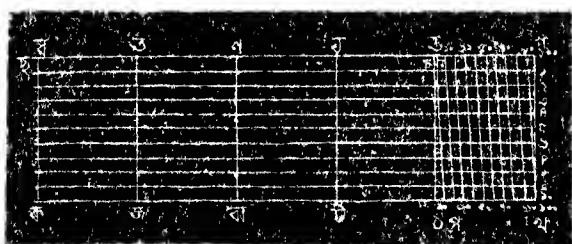
হইলে গট ও টক রেখা যত অংশে ছেদিত হইবে তত অংশে গথ ও কথ রেখা ছেদিত হইবে : এবং উহা প্রত্যতি কট ও টট বা জট গক রেখার মধ্যে যত বার আছে গট ও কট রেখা গথ রেখায় চিক তত বারই আছে : অর্থাৎ

$$\frac{\text{গক}}{\text{জট}} = \frac{\text{গথ}}{\text{কথ}}, \text{ বা } \text{গক} : \text{জট} :: \text{গথ} : \text{কথ}.$$

এবং যিনিময় নিম্নলিখিত দ্বারা গক ও গথ ও কথ ও কট অন্তর্মাণ : তুল্যকোণিক ত্রিভুজের মধ্যে একেব একটী ভূজ অন্যের বৎসমশীল ভূজের যত ভাগ হইবে তাহার তদনুযায়ী ভূজগুলিও অন্যের বৎসমশীল ভূজগুলির যথান্ব ততগুণ হইবে।

**নিয়োগ।** ডাএগমাল স্কেল বা সূক্ষ্মমানদণ্ড।

১ম। যগ একটী রেখা অঙ্কিত কর। এক ইঞ্চির সমান করিয়া ডগ এক অংশ ছেদ কর। সামান্য গজের ন্যায় ডগ-কে দশাংশে বিভক্ত কর। ড ও গ হইতে একদিকে



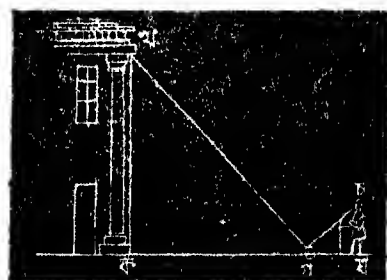
এইটি লক্ষ্য রাখি। প্ৰত্যেক বইতে অঙ্কিত লক্ষ্য দেখাওঁকে  
 লক্ষ্য সমান অংশে বিভাজিত করা। এই দশমী নিম্নে  
 উক্ত গণ-র সমান্তরাল করিয়া দশটি রেখা অঙ্কিত করা।  
 নিম্নে অঙ্কিত পত্রে যে বিম্বু গণা পত্রে দশ  
 লক্ষ্য অংশে বিভাজিত করা। উইয়াছে তাহাও বিম্বু সমান্ত  
 রাল কর এবং এই রেখার সমান্তরালে অঙ্কিত নম্বটী  
 পত্রে উক্ত বইতে নম্বটী রেখা অঙ্কিত করা। চন  
 এক ইঞ্চির এক শতাংশ হইবে। কারণ চন একটী  
 বইতে এবং চন, ঠ প-র সমান্তরাল  $\frac{৬৫}{১০} = \frac{৬৫}{১০}$   
 কিন্তু উক্ত, উক্ত-র দশমাংশ অতএব  $\frac{৬৫}{১০} = \frac{৬৫}{১০}$  অতএব  
 চন, ঠ প-র দশমাংশ হইল, কিন্তু ঠ প, গণ রেখার  
 দশমাংশ এক ইঞ্চির দশমাংশ অতএব চন এক ইঞ্চির  
 দশমাংশ হইবে।

যদি যত, ত গ, গ ট, ট ড প্রত্যেককে ড গ-র সমান করা  
 হয়, ও ড গ-র পরিমাণ একশত একক হয়, তাহা  
 হইলে ড গ-র পরিমাণ ৪০০ একক ও চন-র পরিমাণ ৪০০  
 একক, চন-র পরে যে রেখা আছে তাহার পরিমাণ

৪০২। এই রূপে ত্রয়শঃ প্রকৃতি হইয়া কপ-র পরিমাণ ৪১০ একক হইবে।

সামান্য মানদণ্ডে এক ইঞ্চিকে ১০ অথবা ১২ অংশে বিভক্ত করাই সাধ্য; তাহা অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর অংশ গ্রহণ করা সহজ নহে, যদি ১ ইঞ্চির শতাংশে বিভক্ত করিবার প্রয়োজন হয়, তাহা হইলে সামান্য মানদণ্ডের নিয়মানুসারে ১ ইঞ্চিকে শত অংশে বিভক্ত করিলে প্ৰত্যেক অংশ এত ক্ষুদ্র হইবে যে তাহা অবশ্যই করা যাইতে পারে না, অতএব ভিন্ন প্রকার উপায় দ্বারা ১ ইঞ্চির ১০০, ১০০০, ১০০০০ ইত্যাদি অংশ লইতে হইবে এবং এই উপায় চাইতেই ডায়গনাল স্কেল বা যুক্তমান সত্ত প্রস্তুত হয়।

২য়। কথ্য একটি কীর্তিস্তম্ভ, যাহানে দর্পণ পাতিয়া রাখিয়া তাহার মধ্য, উক্ত স্থানের ছায়া দেখিয়া তাহার উচ্চতা নির্ণয় করিতে হইবে।



দর্শক য চিত্রিত স্থানে দণ্ডায়মান হউক, অর্থাৎ যে স্থানে দাড়াইলে কীর্তিস্তম্ভের চূড়াগ-র প্রতিবিম্ব দর্পণের মধ্যে দেখিতে পাইবে। এইক্ষণে ইহা সিদ্ধান্ত আছে যে কোন বস্তু হইতে আলোক আসিয়া কোন বস্তু দ্রব্যেতে

লম্ব হইয়া প্রতিফলিত হইলে উভয় দিকের কোন সমান হয়। অর্থাৎ আশোক আগিয়া প্রথমতঃ কোন স্রোতে লম্ব হইলে এক কোণের উৎপত্তি হয়। অনন্তর সেই আশোক উক্ত স্রোত সংলগ্ন হইয়া প্রতিফলিত হইলে আর একটী কোণ হয়। এই উভয় কোণ পারস্পর সমান হয়। অতএব ক গ খ ও ঘ গ চ কোণ উভয়েই সমান। আর ক খ ও ঘ চ উভয়ে ক ঘ রেখার উপর লম্ব ভাবে দাঁড় বলিয়া এই দুইটী ত্রিভুজ পারস্পর সমান। এই জন্য

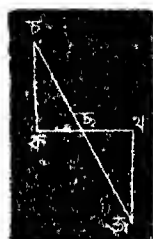
$$ক গ : ঘ চ = ক গ : ক খ, \therefore ক খ = \frac{ঘ চ \times ক গ}{গ ঘ}$$

এক্ষণে যদি ক গ ১০০ ফুট ও গ ঘ ৫ ফুট হয়, আর ক খ হইতে স্রোতের চকু অর্থাৎ ৩৫ বেধা ৫ ফুট হয়, তাহা হইলে

$$ক খ স্রোতের উচ্চতা = \frac{৫ \times ১০০}{৫} = ৮০ \frac{১}{৩} \text{ ফুট।}$$

এই ক চিত্রিত স্থান হইতে চ নামক স্থানে ঘাইবার পথ না থাকিলেও ইহাদের পারস্পর দূরত্ব নির্ণয় করিতে হইবে।

কোনমান যন্ত্র দ্বারা ক বিন্দু হইতে ক চ রেখার উপর ক খ লম্ব পাতি কর। সুবিধা মতে ক খ বেধায় ছ একটী স্থান লইয়া ঐ স্থানে একটী নিশান প্রোথিত কর। অনন্তর খ চিত্র হইতে খ ক রেখার উপর খ জ লম্ব রেখা টান। এই লম্বরেখায় এমনত একটী



জ্ঞান নিকূপণ কর যে এই জ্ঞান হইতে ছ, চ দুইটা জ্ঞান লক্ষ্য করিলে উহার সমস্ত লক্ষিত হয়। অনন্তর খ ক রেখাটী পরিমাপ কর।

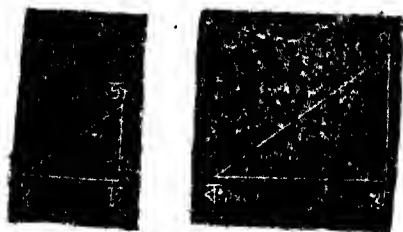
ক ছ চ ও ছ খ জ ত্রিভুজের ক ছ চ, চ ক ছ কোণ যথাক্রমে খ জ ও জ খ ছ কোণের সমান বলিয়া উহার পরস্পর সমুৎপাদ। অতএব,

$$\text{ক ছ} : \text{খ জ} :: \text{ছ ক} : \text{ক চ}; \therefore \text{ক চ} = \frac{\text{খ জ} \cdot \text{ছ ক}}{\text{ছ খ}}$$

যদি ক ছ ৪০ হাত, ছ খ ২০ হাত, এবং খ ক ৬০ হাত হয়, তাহা হইলে  $২০ \cdot ৬০ : ২০ :: ৪০ : \text{ক চ} = ১২০$  হাত

ক ছ ৪ হাত, খ জ ১ হাত ও খ ক ৩ হাত হইলে চ ক-র পরিমাণ কত হইবে? উঃ ১২ হাত

৪. কোন কর্ণিস্তম্ভের নিকটে এক যষ্টি লম্বভাবে নিহিত করিয়া যষ্টি ও স্তম্ভের ছায়ার দ্বারা স্তম্ভের প্রকৃত উচ্চতার পরিমাণ করিতে হইবে।



মনে কর, খ গ কর্ণিস্তম্ভ, খ ক উহার ছায়া, ছ জ যষ্টি ও ছ চ উহার ছায়া। এইকালে স্তম্ভ ও যষ্টির নীচ-দেশ হইতে ভাঁহাদিগের পরস্পরের ছায়ার শেষ নীচ পর্যন্ত যে সূর্য্যরশ্মি বিস্তৃত হইয়াছে, অর্থাৎ গ ক ও

৩৮, তাহার পরস্পর সমান্তরাল বলিয়া  $\angle$  খ ক গ =  
 $\angle$  হ চ জ; অতরাং খ ক গ ও হ চ জ ত্রিভুজদ্বয় সমান।

$\therefore \angle$  হ চ জ  $\approx$   $\angle$  খ ক গ  $\approx$   $\angle$  খ গ;

$$\therefore \text{খ গ} = \frac{\text{হ জ} \times \text{খ ক}}{\text{হ চ}}$$

উদাহরণ।

(১) যদি ১০ হাত বর্টির ছায়া ৭ হাত হয়, তাহা  
 হলে যে কীটিক্তকের ছায়া ১৪০ হাত, তাহার উচ্চতা  
 কত?

এই প্রশ্নে,  $৭ \times ১০ \approx ১৭০ \approx$  গ খ = ২০০ হাত।

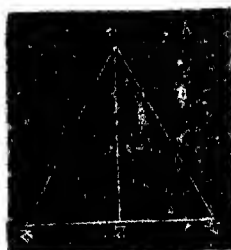
(২) পূর্বোক্ত প্রতিকৃতিতে যদি হজ ৫ হাত, হচ  
 ৮ হাত ও খ ক ৬৪ হাত হয়, তাহাইহলে গ খ-র পরিমাণ  
 কত হইবে?

উঃ ৮০ হাত।

## ৪৭ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

তুলাকোণিক বা সচল ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান  
 কোণ-সংলগ্ন বাহুর বর্ণের যে পরিমাণে নিম্পত্তি এ  
 ত্রিভুজদ্বয়ের কেন্দ্রকলের পরস্পর সেই নিম্পত্তি, অর্থাৎ  
 একটির কেন্দ্রকল তাহার ভূজের বর্ণের যত গুণ অপ-  
 র-কেন্দ্রকলও তৎসমনীল ভূজের বর্ণের তত গুণ  
 হইবে।





ক খ গ ও চ ছ জ দুই ত্রুণাকোণিক ত্রিভুজ, গ ও জ  
বিশ্ব লিখ। ক খ ও চ ছ রেখার উপর গ ঘ ও জ ঘ লম্বপাত  
কর। ক খ গ ও চ ক গ দুইটি ত্রিভুজ ত্রুণাকোণিক

$$\text{অতএব } \frac{\text{ক খ}}{\text{চ ছ}} = \frac{\text{ক গ}}{\text{চ জ}}, \text{ এবং } \frac{\text{গ ঘ}}{\text{জ ঘ}} = \frac{\text{ক গ}}{\text{চ জ}};$$

এই দুইটি সমান বস্তু গুণ করিলে,

$$\frac{\text{ক খ} \cdot \text{গ ঘ}}{\text{চ ছ} \cdot \text{জ ঘ}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}; \text{ কিম্বা } \frac{\text{ক খ} \cdot \text{গ ঘ}}{\text{চ ছ} \cdot \text{জ ঘ}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}.$$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{\text{ক গ খ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}}{\text{চ জ ছ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{ক গ}^2}{\text{চ জ}^2}.$$

এই সমীকরণটি অনুপাতাকারে রাখিলে,

$$\text{ক্ষেত্রফল ক গ খ} : \text{ক্ষেত্রফল চ জ ছ} :: \text{ক গ}^2 : \text{চ জ}^2.$$

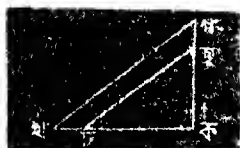
অনুমান। সমস্ত ক্ষেত্র সকলের ক্ষেত্রফলের যে সমস্ত  
তাহাদেব সমগোঁয় বাহু সকলের বর্গেরও সেই সমস্ত।

৪৮ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ গ নির্দিষ্ট ত্রিভুজের সমস্ত অপর একটি ত্রিভুজ  
ক্ষেত্র অন্তর্ভুক্ত করিতে হইবে।

## ব্যবহারিক জ্যামিতি ।

ক'খ হইতে নিক্ষেপা দ্বিত্বকের  
মির সমান ক'চ এক অংশ হইল  
১২, পরে চ বিন্দু দিয়া খ গ-র  
সমান্তরাল চ'ছ রেখা অঙ্কিত  
কর। চ ক'হ, খ ক'গ-র সমস্ত আঁকা হইল ।



যদি নির্দিষ্ট দ্বিত্বকের ভূমি ক'খ = ১২ ফুট, ক'  
গ = ১৫ ফুট, এবং কোটি ক'গ = ৯ ফুট, আর নিক্ষেপা  
দ্বিত্বকের ভূমি চ'ক = ৮ ফুট, তাহা হইলে চ'চ,  
খ গ-এ সমান্তরাল টানিলে প্রতীতি হইবে যে চ'ছ = ১০  
ফুট, এবং ক'ছ = ৬ ফুট। অর্থাৎ,

$$১২ : ১৫ :: ৮ : চ'ছ ; \therefore চ'ছ = \frac{৮ \times ১৫}{১২} = ১০ \text{ ফুট}$$

$$১২ : ১৫ :: ৮ : ক'ছ ; \therefore ক'ছ = \frac{৮ \times ৯}{১২} = ৬ \text{ ফুট}$$

## বৃত্তসম্বন্ধীয় উপপাদ্য ও সম্পাদ্য।



### ৪৯ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি এক সরল রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ম দ্বিয়া আঁসিয়া  
বৃত্তান্তর্গত ক'খ জ্যাকে যদি সমস্থিখণ্ড করে, তবে  
উহাকে লম্বভাবে দ্বিখণ্ড করিবে; এবং যদি লম্বভাবে  
ছেদ করে তবে সমস্থিখণ্ড করিবে।

ম ক ও ম খ সংযুক্ত কর,  
ম গ ক ও ম গ খ দুইটী ত্রিভুজ  
পরস্পর সমান, কারণ ম খ = ম ক,  
গ খ = গ ক এবং ম গ ঐ দুই  
ত্রিভুজের সামান্য বাহু ; সুতরাং



ম গ ক কোণ ম গ খ কোণের সমান, তাহা হইলে ম গ  
রেখা ক খ রেখার উপর লম্বভাবে অবস্থাপিত হইল।

পুনশ্চ, ম গ যেন ক খ রেখার উপর লম্বভাবে পড়ি-  
য়াছে। তাহা হইলে ম গ, ক খ রেখাকে সমান রূপে  
বিখণ্ড করিবে, অর্থাৎ ক গ ও গ খ সমান হইবে।

ম ক ও ম খ দুই কর্কট রেখা সমান হওয়াতে ক খ ম  
সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, ইহার ম ক খ কোণ ম খ ক কোণের  
সমান, এবং ক গ ম, ও খ গ ম সমকোণ হওয়াতে  
পরস্পর সমান ; সুতরাং অবশিষ্ট কোণদ্বয় খ ম গ ও  
ক ম গ পরস্পর সমান, অতএব ক গ ম ও খ গ ম দুইটী  
ত্রিভুজ পরস্পর সমান এবং খ গ = ক গ।

অনুমান। কোন সরল রেখা বৃত্তান্তর্গত জ্যাকে লম্ব-  
ভাবে সমদ্বিখণ্ড করিলে ঐ রেখা বৃত্তের কেন্দ্রে ভেদ করিয়া  
গমন করিবে।

### উদাহরণ মালা ।

১। যদি ক খ খিত্তের ব্যাসার্ধ ক ম ১০ হাত ও জা  
ক খ ১৬ হাত হয়, তবে ম গ লম্বের মান কত হইবে ?

এই প্রশ্নে, ক গ = ই ক খ = ১৬ = ৮ ; অপর ব গ ম স

কর্ণিক ত্রিভুজে,  $মগ^2 = কম^2 - কগ^2 = ১০^2 - ৮^2 = ৩৬$ ,  
 $\therefore মগ = ৬$  হাত ।

২। কন ২০ হাত ও ক থ ২৪ হাত হইলে, ম গ রেখার পরিমাণ কত হইবে ? উঃ। ১৬ হাত ।

৩। ক ম কর্কট রেখা ৫ হাত, এবং শর গ ঘ ২ হাত হইলে ক থ রেখার মান কত হইবে ?

এই প্রশ্নে,  $ম গ = ম থ - গ ঘ = ৫ - ৩ = ২$ ; সুতরাং  
 $ক থ = \sqrt{৫^2 - ৩^2} = ৪$ , অতএব ক থ = ২, ক গ =  $২ \times ৪ = ৮$   
 হাত ।

৪। ক ম ৮ হাত, ও গ ঘ ৩ হাত হইলে, ক থ রেখার পরিমাণ কত ? উঃ। ১০.৪৯ হাত ।

৫। ক থ ৬৪ ফুট ও গ ঘ ১৬ ফুট হইলে, ক ম রেখার পরিমাণ কত হইবে ? উঃ। ৬০ ফুট ।

৬। ক থ ৮ ফুট ও গ ঘ ২ ফুট হইলে, ক ম রেখার পরিমাণ কত হইবে ? উঃ। ৫ ফুট ।

৫০ শ প্রতিক্রিয়া । সম্পাদ্য ।

এক নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে ।

ক থ গ নির্দিষ্ট বৃত্ত, ইহার কেন্দ্র নির্ণয় করিতে হইবে । বৃত্ত-মধ্যে ক থ ও থ গ দুইটি জ্যা অঙ্কিত কর । ইহাদিগকে ম চ, ম ছ লম্ব করা সম্বিধাচিত্ত কর । ম বিন্দুই



এই দুই রেখার সম্পাত হউক। ম বিন্দু নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

যেহেতু পূর্বে প্রতিজ্ঞাতে প্রদর্শিত হইয়াছে যে চ ম ও ছ ম রেখা বৃত্তের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যাইবে, সুতরাং এই দুই রেখার সম্পাত স্থান ম নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র।

### ৫১ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

তিনটি নির্দিষ্ট বিন্দু \* দিয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে  
ক, খ, গ তিনটি নির্দিষ্ট বিন্দু পূর্বে প্রতিকৃতি দেখ  
ক, খ, গ দিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে

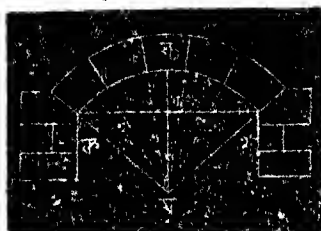
এই তিনটি বিন্দুর মধ্যবর্তী খ বিন্দু হইতে খ ক ও খ গ দুইটি সরল রেখা টান। পারে ক খ ও খ গ রেখা দুয়াকে দুই সরল রেখা দ্বারা সমান ভাগে বিভক্ত কর। এই দুই রেখা বর্দ্ধিত করিলে ম চিহ্নে অবস্থিত হইবে। পারে ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম ক কিম্বা ম খ অথবা ম গ ব্যাসার্ধ লইয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত কর। ক, খ, গ তিনটি বিন্দু দিয়া ক খ গ বৃত্ত অঙ্কিত হইল।

### নিয়োগ।

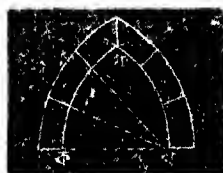
১ম। একটি গোল খিলান নির্মাণ করিতে হইবে। মনে কর। ক খ খিলানের পরিমপ, গ ম উচ্চতা। এইকণে পূর্বোক্ত

• যদি তিনটি নির্দিষ্ট বিন্দু এক রেখায় না হয়

প্রতিজ্ঞার দ্বারা ক, ঘ, খ তিনটি বিন্দু দিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর। ম এই বৃত্তের কেন্দ্র। পরে ক ঘ খ চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া, বিভাগের চিহ্নগুলি ও বৃত্তের কেন্দ্র মনু রেখা দ্বারা সংযুক্ত করিলে খিলানের প্রতিগুলি নিরূপিত হইবে।



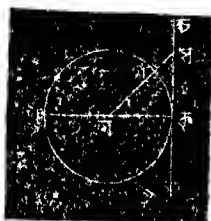
৫২ শ : অধিক খিলান নির্মাণ করিবার নিয়ম। ক খ খিলানের পরিমাপ। ক গ রেখার উপর ক ও খ কেন্দ্র করিয়া ক খ ব্যাসার্ধ পরিমাণানুসারে দুইটি চাপ অঙ্কিত কর, এই চাপদ্বয় গ বিন্দুতে স্পর্শ করিবে। এইকাল ক গ ও খ গ দুইটি চাপকে কতিপয় সমান অংশে বিভাগ করিয়া ক গ চাপের বিভাগের চিহ্নগুলি খ কেন্দ্রের সহিত; আর খ গ চাপের বিভাগের চিহ্নগুলি ক কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত কর; এতদ্বারা খিলানের প্রতিগুলি নিরূপিত হইবে।



## ৫২ শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক খ ব্যাসের প্রান্ত হইতে ক চ লম্ব টানিলে এই রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইবে।

ক চ রেখাতে ব একটি বিন্দু  
লইয়া ক ম সংযুক্ত কর। ম ক য  
সমকোণি হইয়াছে ম য কর রেখা  
ম ক বা ম গ অপেক্ষা বৃহত্তর।  
সুতরাং য বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়ি-



তেছে, এই ক চ রেখার মধ্যে ক বিন্দু ব্যতীত আর যত  
তত্র বিন্দু লইলে সেই বিন্দু বৃত্তের বাহিরে পড়িবে, অতএব  
ক চ রেখা বৃত্তকে কেবল ক এক বিন্দুতে স্পর্শ করিতেছে।  
এবং উহাই বৃত্তের স্পর্শনী।

অনুমান। ক চ রেখা বৃত্তের স্পর্শনী হইলে ম কেন্দ্র  
হইতে ম ক বাসান্তি টানিলে ইহা ক চ বৃত্তস্পর্শক রেখার  
লম্ব হইবে।

### ৫৩ শ প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে এক নির্দিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে  
এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে।

প্রথমতঃ। বিন্দুটী বৃত্তপরিধির কোম স্থানে নির্দিষ্ট  
থাকিলে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে।

ক চ হ এক বৃত্ত তাহার পরিধিস্থিত বিন্দু ক। ক হইতে  
এমত এক সরল রেখা টানিতে হইবে যাহা বৃত্তকে স্পর্শ  
করিবে।

বৃত্তের কেন্দ্র ম নির্দেশ করিয়া ক ম সংযুক্ত কর।  
পরে ক বিন্দু দিয়া ক ম রেখার উপর খ গ লম্ব টান,  
খ গ রেখা ক চ হ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ করিবে।

ম ক প সমকোণ' হওয়াতে  
ক প ম কোণ আপেক্ষা বৃহত্তর  
দৃষ্টতেছে এবং ত্রিভুজের বৃহত্তর  
কোণের অভিমুখীন বাহুও অন্য  
বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর। এজন্য



১ গ, ২ ক অপেক্ষা বৃহত্তর। সুতরাং ক দ্বিগুণ ও ক গ  
 ৩ খ। চ ক হ বৃত্তের বহিঃস্থ।

দ্বিতীয়তঃ । বিক্ষুণ্ণ ব্রহ্মপরিধির বাহিরে কোন স্থানে  
কিনে প্রতিজ্ঞা সম্পন্ন করিতে হইবে ।

কটক নির্দিষ্ট রক্তের বহিঃস্থ বিন্দু। রক্তকে  
করে এমনত এক সরল রেখা যি হইতে টানিঃ  
হয়।

রক্তেব কেবল ম নির্দেশ করিয়া ম খ সংযুক্ত কর।  
পরে খ ম রেখাকে বাস স্বরূপ লইয়া একটা বৃত্তাক্ষ  
সঙ্কিত কর। এই বৃত্তাক্ষ যে স্থানে নির্দিষ্ট বস্তুকে ছিন্ন  
করে তাহাই স্পর্শ বিন্দু, অর্থাৎ নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে উক্ত  
বিন্দু দিয়া রেখা টানিলে স্পর্শনী হইবে।

মকখ অর্ধবৃত্ত কোণ হওয়াতে সমকোণ অতএব  
মকগ রেখা মক রেখার লম্ব। কিন্তু (৫২ শ প্রতিজ্ঞা-  
দ্বারা) ব্যাসের প্রান্ত হইতে লম্ব টানিলে তাহা বৃত্তকে  
কেবল এক বিন্দুতে স্পর্শ করে সুতরাং থকগ বৃত্তের  
স্পর্শিনী।

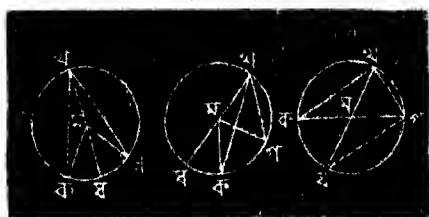


## ৫৩শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

বৃত্তপরিধির এক অংশের উত্তর যদি একটি কেন্দ্রস্থ আর একটি পরিধিস্থ কোণ থাকে, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণপরিধিস্থ কোণের দ্বিগুণ হইবে ।

এই প্রতিজ্ঞাটী দুই প্রকারে প্রতিপাদিত হইতে পারে । যথা, প্রথমতঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের মধ্যে আছে ; দ্বিতীয়তঃ, বৃত্তের কেন্দ্র ম যেন ক খ গ কোণের বাহিরে আছে । খ গ সংযুক্ত করিয়া য পর্বাঙ্ক বৃদ্ধি কর । ক ম খ ত্রিভুজটী সমন্বিত্বাহ, এবং  $\therefore$  ম খ ক কোণ = ম ক খ কোণ ; কিন্তু ( ১৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে ) ক ম য বাহ্য কোণ = ম খ ক কোণ + ম ক খ কোণ ;

$$\therefore \text{ক ম য কোণ} = ২ \text{ ম খ ক কোণ} ;$$



এই রূপে গ ম য কোণও ম খ গ কোণের দ্বিগুণ । বৃত্তের কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের মধ্যে হইলে উপরি উক্ত দুই রাশি সমষ্টি করিতে হইবে, যথা, ক ম য কোণ + গ ম য কোণ = ২ ম খ ক কোণ + ২ ম খ গ কোণ ;

$$\therefore \text{ক ম গ কোণ} = ২ \text{ ক খ গ কোণ} ।$$

বৃত্তের কেন্দ্র ম, ক খ গ কোণের বাহিরে হইলে উপরি উক্ত দুইটা রাশি পরস্পর বিয়োগ করিতে হইবে । যথা,

ক ম খ কোণ — ক ম খ কোণ = ২ ম খ গ কোণ — ২  
 ম খ ক কোণ ;  $\therefore$  ক ম গ কোণ = ২ ক খ গ কোণ ।

অনুমান । ১। এক বৃত্তখণ্ডের মধ্যে যত কোণ থাকে  
 তেদি পরস্পর সমান, কারণ উভারা প্রত্যেকেই পরিমিত  
 কোণের অন্তর্লেক ।

২। অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ, অর্ধবৃত্ত অপেক্ষা  
 বৃহত্তর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণের ছান, এবং  
 তদপেক্ষা ক্ষুদ্রতর বৃত্তাংশের অন্তর্গত কোণ সমকোণ  
 অপেক্ষা বৃহত্তর ।

যদি ক গ বৃত্তাংশ সামিবৃত্তস্থ কোণ পরিমিত হয়, তাহা  
 হইলে ক ম খ কোণ পূর্ণের মত =  $২ \times$  ক খ গ কোণ,  
 প্রত্যাহার গ ম খ কোণ =  $২ \times$  গ খ ঘ কোণ ; অতএব  
 $২$  ক খ গ কোণ =  $২ \times$  ক খ ঘ কোণ +  $২ \times$  গ খ ঘ  
 কোণ = ক ম ঘ + গ ম ঘ = দুই সমকোণ, অতএব  
 ক খ গ = এক সমকোণ । অর্থাৎ সামিবৃত্তস্থ কোণ একটি  
 সমকোণ ।

### ৫৪শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক ঘ সরল রেখা ক গ খ বৃত্তকে ক বিন্দুতে স্পর্শ  
 করিতেছে, যদি স্পর্শ বিন্দু ক  
 হইতে বৃত্তকে ছেদ করিয়া ক গ  
 একটি সরল রেখা টানা যায়, তবে  
 ঐ রেখা ও স্পর্শনী রেখাতে যে  
 কোণ উৎপন্ন হইবে, তাহা ঐ রেখার



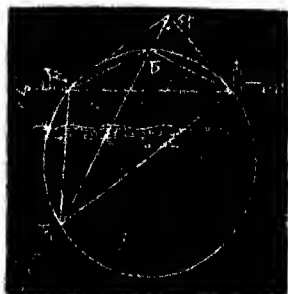
উপর परिधिश्च कोणेर समान रहैवे, अर्थात्  $\angle$  ग क थ कोण =  $\angle$  क थ ग कोण ।

क हईते क थ-र ऊपर क थ लयपात कर, এইकान क ग थ कोण समकोण ; अतः  $\angle$  ग क थ कोण +  $\angle$  क थ ग कोण = एक समकोण ;  $\therefore$   $\angle$  क थ ग कोण =  $\angle$  ग क थ कोण +  $\angle$  क थ ग कोण ; এই समान রাশি হইতে  $\angle$  গ ক থ কোণ বিয়োগ করিলে  $\angle$  ক গ থ কোণ =  $\angle$  ক থ গ কোণ ।

### নিয়োগ ।

ক, খ, গ তিনটি নির্দিষ্ট স্থানের পরস্পর দূরত্ব জানা আছে, যথা, ক খ ১২ মাইল, খ গ ৭.২ মাইল, এবং ক গ ৮ মাইল । য চিহ্নিত স্থানে দণ্ডায়মান থাকিয়া করীণ আশীন দেখিলেন যে খ য গ কোণ  $25^\circ$ , ও গ য ক কোণ  $12^\circ$  । এইক্ষণে যে স্থানে আশীন দণ্ডায়মান আছেন তথা হইতে গ চিহ্নিত স্থানের কত অন্তর নির্ণয় করিতে হইবে ।

ক, খ, গ তিনটি বিন্দু দিয়া ত্রিভুজ নির্মাণ কর, খ বিন্দু দিয়া খ চ রেখা একপে অঙ্কিত কর যে  $\angle$  ক খ চ কোণ  $12^\circ$  হয়, অর্থাৎ গ য ক কোণের সমান হয় ; এইরূপে ক বিন্দু দিয়া ক চ রেখা একপে অঙ্কিত কর যে  $\angle$  ক চ গ কোণ  $25^\circ$  হয়, অর্থাৎ খ য গ কোণের সমান হয় । ক, খ, চ



তিনটি বিন্দু দিয়া, ক খ গ চ একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর, এবং  
 গ চ সংযুক্ত করিয়া বৃত্তপরিধি পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত কর। এই ক্ষেত্রে  
 (৩৩শ প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ চ ও ক ঘ চ কোণ পরস্পর  
 সমান ও খ ক চ ও খ ঘ চ কোণ পরস্পর সমান। কিন্তু  
 প্রবীণ আমীন যে স্থানে দৃষ্টায়মান তত্রত্য কোণদ্বয়  
 ক খ চ ও খ ক চ কোণদ্বয়ের সহিত যথাস্থ সমান। সুতরাং  
 গ চ ঘ রেখা আমীনের স্থান দিয়া গিয়াছে; এবং সমান  
 দূরের মানদণ্ড দ্বারা উক্ত রেখা পরিমাণ করিলে  
 তাহাতে বত একক হইবে গ ও ঘ-র দূরত্ব তত মাইল  
 হইবেক। অর্থাৎ ঘ গ = ১৫ মাইল।

### উদাহরণ।

নিম্ন লিখিত কএকটি প্রশ্ন কক্ষাস্থ এবং মানদণ্ড  
 দ্বারা সমাধা কর।

১। যে ত্রিভুজ ক্ষেত্রের তিনটি বাহু যথাক্রমে ১২০,  
 ১৬০ ও ২০০ লিঙ্ক তাহার বৃত্ত বাহুর উপর পতিত  
 লম্বের পরিমাণ কত? উঃ। ৯৬ লিঙ্ক।

২। যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে ২৪, ৪০ এবং  
 ৫২ হাত তাহাকে বেষ্টিন করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত করিলে  
 উহার ব্যাসার্ধ কত হইবে? উঃ। ২০ হাত।

৩। একটি আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ পরিমাণ ১৬৬ ফুট,  
 এবং ইহার সংলগ্ন ধীন কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ  
 ৮ ফুট, এই আয়তের সংলগ্ন ভূজদ্বয়ের পরিমাণ কত?

উঃ। ১০ এবং ১৩৬ ফুট।

## ৫৫শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুইটি জ্যা বৃত্তের মধ্যে পরস্পর ছিন্ন হয় তবে  
একটির খণ্ডদ্বয়ের অন্তর্গত আয়ত অন্যটির খণ্ডদ্বয়ের  
অন্তর্গত আয়তের তুল্য হইবে। আর ঐ দুই জ্যা বৃত্তের  
বাহিরে কোন বিন্দুতে যদি ছিন্ন হয় তবে সমুদায় রেখা-  
দ্বয় এবং তাহাদের বৃত্তবহিঃস্থ অংশের অন্তর্গত আয়ত  
পরস্পর সমান।

মনে কর, একটা বৃত্তের দুইটি জ্যা গ ঘ ও খ ক, ৬  
বিন্দুতে ছিন্ন হইয়াছে, এইক্ষেণে  $চ খ \times চ ক = চ গ \times$   
 $চ ঘ$ ।



এখন ১ ম ও ২ ম প্রতিরূতিতে ক গ ও খ ঘ সংযুক্ত  
করিলে, চ খ ঘ ও চ ক গ দুইটি ত্রিভুজ উপপন্ন হয়।  
এবং উহাদের (৫৩শ প্রতিজ্ঞার ১ম অঙ্কমানানুসারে)  
চ গ ক কোণ চ খ ঘ কোণের সমান, ও গ চ ক কোণ  
খ চ ঘ কোণের সমান, অতএব অবশিষ্ট চ ঘ খ কোণ  
চ ক গ অবশিষ্ট কোণের সমান হইবে। সুতরাং চ খ ঘ  
ও চ ক গ দুইটি ত্রিভুজ তুল্যকোণিক হইল, এবং (৪৬শ  
প্রতিজ্ঞানুসারে),

$$চ খ \times চ গ :: চ ঘ \times চ ক; \therefore চ খ \times চ ক = চ গ \times চ ঘ$$

অনুমান ১। উপরি উক্ত প্রথম ক্ষেত্রে যদি  $৩$  ক খ ব্রজার্জ হয়, অর্থাৎ  $৩$  গ ঘ রেখা কেজাগত হয়, এবং  $৩$  ক খ রেখা উহাকে সম ভাবে ছেদ করে, তাহা হইলে  $৩$  ক খ-র সমান হইবে, সুতরাং  $৩$  ক<sup>২</sup> =  $৩$  গ . চ ঘ।

অনুমান ২। উপরি উক্ত দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যদি  $৩$  খ রেখার  $৩$  বিন্দুটি স্থির রাখিয়া রেখাটি ক্রমে দক্ষিণ দিকে সরিয়া আনা যায়, তাহা হইলে  $৩$  ক খ ক্রমশঃ ক্ষুদ্র হইতে হইতে বিনষ্ট হইবে (৩য় প্রতিরূতি দেখ)। এবং  $৩$  ক মাত্র অবশিষ্ট থাকিবে।  $৩$  খ . চ ক,  $৩$  ক . গ সমচতুর্ভুজের তুল্য হইবে, সুতরাং  $৩$  ক<sup>২</sup> =  $৩$  গ . চ ঘ। অর্থাৎ যে রেখা ব্রজকে ছেদ করে তাহার সমুদায় ও বহিঃস্থ অংশের আগত স্পর্শিনী \* রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য।

\* একটী ব্রজের জ্যা  $৩$  ক খ,  $৩$  পর্য্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে, এবং কেন্দ্র ম। এখন  $৩$  খ-র  $৩$  বিন্দু স্থির রাখিয়া  $৩$  বিন্দুকে যদি ডাইন দিকে ঘুরাইয়া আনা যায়, তাহা হইলে জ্যা  $৩$  ক খ ক্রমশঃ ছোট হইয়া আসিবে, এবং ক্রমাগত ঘুরাইতে ঘুরাইতে অবশ্য কোন না কোন সময়ে  $৩$  ক খ জ্যা একবারে বিনষ্ট হইয়া যাইবে, অর্থাৎ  $৩$  ও  $৩$  বিন্দু একত্র মিলিত হইবে। এবং যখন  $৩$  ও  $৩$  একত্র মিলিত হইবে, তখন  $৩$  সুতরাং এক বিন্দু মাত্র ক<sup>২</sup>-তেই ঐ ব্রজের সঙ্কীর্ণ মিলিত হইবে, ক<sup>২</sup>-কে যে দিকে ইচ্ছা প্রসারিত কর কখনই ব্রজ ভেদ করিবেক না। এই অবস্থায় ক<sup>২</sup>-কে ঐ ব্রজের স্পর্শিনী বলে। এই স্থলে



১ যদি সমুদ্রের সমতল হইতে টেনেরিক পর্বতের উচ্চতা আড়াই মাইল হয়, তবে উহা কত দূর পর্যন্ত দেখা নাইতে পারে ?

$$\text{৫ম প্রতিজ্ঞাসারে } চগ.চখ = কচ^২, \therefore চখ = \frac{কচ^২}{চগ} ।$$

এইকণে খ গ পৃথিবীর ব্যাসের স্থানীয় এবং চ গ এই ব্যাস সম্বন্ধে এত ক্ষুদ্র যে গণনাকালে ইহাকে ভাগ করিলে অর্থাৎ চ গ-ব পরিবর্তে খ গ ধরিলে গণনাকালে কোন বিশেষ ব্যতিক্রম হইবার আশঙ্কা নাই। এইরূপে ক চ রেখাকে ক খ



চাপের সমান ধরিলেও গণনার বড় বিশেষ তারতম্য হইবার সম্ভাবনা নাই। অতএব যদি চ গ = খ গ পৃথিবীর ব্যাস = ৭৯৬০ মাইল বা অক্ষর দ্বারা, পর্বতের উচ্চতা খ চ, উ অক্ষর দ্বারা এবং ক চ দূরত্ব দ অক্ষর দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে,

$$ব \times চখ = কচ^২, \text{ অর্থাৎ } ব \times উ = দ^২ ;$$

$$\therefore দ = \sqrt{ব.উ} ।$$

$$\text{এখানে, } উ = ২২ \text{ মাইল ; } \therefore দ = \sqrt{৭৯৬০ \times ২২} = ৪৪১ \text{ মাইল} ।$$

যেখা বৃত্তকে স্পর্শ করিলে যদি স্পর্শ চিহ্ন হইতে ব্যাসার্ধ টানা যায়, তাহা হইলে সেই রেখা ও স্পর্শিনী রেখাতে ৯০° হয়।



২। যে পর্বতের শৃঙ্গ ২৫ মাইল দূরে দেখা যায় তাহার উচ্চতা কত?

উঃ। ৪১৪ ফুট

৩। কোন অর্ণবানের গুরুত্ব ৮০ ফুট উচ্চ হইলে এই গুরুত্বের উপর হইতে কত দূর পর্যন্ত পৃষ্ঠাত্ত টেনেয়িক পর্বতের চূড়া এ লক্ষিত হইতে পারে?

উঃ। ১৫২.০৪ মাইল।

৪। সমুদ্রের সমস্তল হইতে এক মাইল উচ্চ পর্বতের চূড়া যদি ৮৯ মাইল পর্যন্ত দেখা যায় তাহা হইলে পৃথিবীর ব্যাস কত?

উঃ। ৭৯২.১ মাইল।

৫। সরল ভূমির দশ ফুট উপরে কোন পদার্থ রাখিলে যদি তাহা চার মাইল পর্যন্ত দৃষ্টি গোচর হয়, তবে পৃথিবীর ব্যাস কত হইতে পারে?

উঃ। ৮৪৪৮ মাইল।

৫৬শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ ঘ একটি জ্যা (১১০ পৃষ্ঠার প্রতিজ্ঞা দেখ) চ পর্যন্ত প্রসারিত হইয়াছে। এখন যদি  $গ চ \times চ ঘ = ক' চ^2$  হয়, তাহা হইলে ক' চ, ক' বিন্দুতে ঐ বৃত্তকে স্পর্শ করিতেছে।

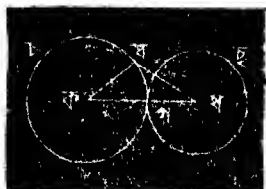
যদি স্পর্শ না করে, তবে মনে কর, চ ক' প্রসারিত ইয়া ব' বিন্দুতে বৃত্তকে ছেদ করিতেছে। তাহা হইলে

ক' চ' = গ চ × চ ঘ = চ খ' × চ ক' (৫৫শ প্রতি-  
জ্ঞাপ্রসারে) = (ক' চ + ক' খ) × ক' চ, অর্থাৎ ক' চ ×  
ক' চ = (ক' চ + ক' খ) × ক' চ। অতএব স্পষ্টই দেখা  
যাইতেছে যে ক' খ বিনষ্ট না হইলে, এই সমীকরণ সত্য  
হইতে পারে না, এবং ক' চ গ্রহণবিহীন হইলে ক' খ জা-  
ত্বপন্ন হইতে পারে না, অর্থাৎ ক' চ, ক' বিন্দুতে যে বৃত্ত  
স্পর্শ করিবে।

### ৫৭শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ চ ও গ ঘ দুইটি বৃত্তের কেন্দ্র সংযোজক রেখা, ক খ  
এ দুই বৃত্তদ্বয়ের বাসোদ্ধিক গ ও গ খ-র সমষ্টির সমান্তর  
এ তদে এই দুইটি বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করিবে।

বৃত্তদ্বয় অবশ্য গ বিন্দু  
দিয়া যাইবে, কারণ গ বিন্দু  
ব্যতিরেকে উহার আর সাধারণ  
বিন্দু নাই, যদি না যায়, তবে



এ বিন্দু দিয়া যাইবে। ক ঘ ও খ ঘ সংযুক্ত কর,  
অপর ক ঘ খ ত্রিভুজে ক ঘ + খ খ, ক খ বাহু অপেক্ষা  
বৃহত্তর। এই অসম্যান বস্তু হইতে ক ঘ বা ক গ বিয়োগ  
করিলে অবশিষ্ট খ ঘ, খ গ অপেক্ষা বৃহত্তর হইবে, অতরাং  
ক বিন্দু গ চ বৃত্তের বাহিরে পড়িবে।

গ চ বৃত্তে গ বিন্দু ব্যতিরেকে অন্য কোন বিন্দু লইলেও

এ রূপ প্রদর্শিত হইতে পারে। অতএব এই দুইটি রক্ত কেবল গ বিন্দুতে সংস্পর্শ হইবে।

### ৫৮শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই রক্তের কেন্দ্রের ব্যবধান পরস্পরের ব্যাসার্ধের বিয়োগফলের সমান হয়, তাহা হইলে একটি রক্ত অপনতির ভিতরে থাকিবে ও তাহাকে স্পর্শ করিবে।

গ চ ও গ ছ দুইটি রক্ত, ক ও খ ইহাদের কেন্দ্র, এবং ক গ ও খ গ ইহাদের ব্যাসার্ধ; যদি  $ক খ = চ গ - খ গ$  হয়, তাহা হইলে গ ছ রক্ত গ চ রক্তকে গ বিন্দুতে স্পর্শ

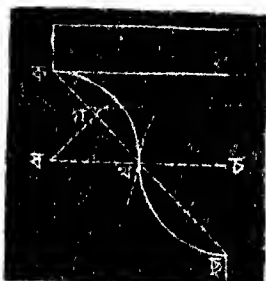
করবে।  
গ ছ রক্ত যদি গ চ রক্তকে গ বিন্দু বাতীত অন্য বিন্দুতে স্পর্শ করে, তবে গ ছ রক্ত গ চ রক্তকে গ ও ঘ দুই বিন্দুতে স্পর্শ করুক। খ ঘ ও ক ঘ সংযুক্ত কর। এই-কণে ক খ ঘ ত্রিভুজে ক ঘ বাহু ক খ ও খ ঘ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি অপেক্ষা স্থান, কিন্তু  $খ ঘ = খ গ$ , অতএব  $ক ঘ = ক খ + খ গ = ক গ$ -র স্থান, অর্থাৎ ঘ বিন্দু রক্ত গ চ-র অন্তরস্থ। অন্য কোন বিন্দু লইলেও এই রূপে প্রদর্শিত হইবে যে তাহা গ চ রক্তের অন্তরস্থ; অতএব



ক ছ ড় গ চ বৃত্তকে একের অধিক বিন্দুতে অন্তরে স্পর্শ করিতে পারে না।

### নিয়োগ।

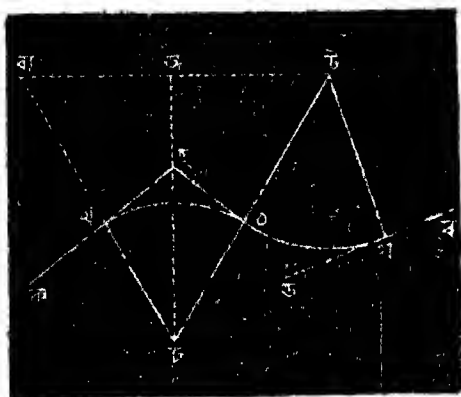
১। ক খ ছ একটি মাইমা রেকটা অর্থাৎ কার্ণিসের মোড়  
৩। ক ব কবিত্তে হইবে। ক ছ সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দুতে  
সমন্বিত কর, পরে ক খ রেখাকে ঘ গ লম্ব রেখা দ্বারা  
সমন্বিত কর, গ ঘ রেখার মধ্য তপা একটি বিন্দু হইতে  
গা ঘ, ঘ খ পরিসিত ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ একটি বৃত্তাংশ  
অঙ্কিত কর। অপর ঘ খ সংযুক্ত  
করিয়া বাক্তিত কর, এবং খ চ,  
ঘ খ-র সমান করিয়া চ খ  
ব্যাসার্দ্ধ লইয়া খ ছ এক বৃত্তাংশ  
অঙ্কিত কর। পূর্বোক্ত প্রতিজ্ঞা  
দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে



ক খ ও খ ছ দুইটি বৃত্ত কেবল খ বিন্দুতেই সংস্পর্শ  
করিবে, অতএব ক খ ছ সর্পাকৃতি বক্ররেখা অনবচ্ছিন্ন  
রূপে অঙ্কিত হইয়াছে, এবং ইহাই মাইমা রেকটা হইল।

২। ক খ ও গ ঘ দুই দিক দিয়া লোহবন্ধ গিয়াছে,  
ইকণে এই দুইটি দিক অনবচ্ছিন্ন বক্ররেখা দ্বারা সংযুক্ত  
করিতে হইবে।

খ ও গ যে দুই স্থান সংযুক্ত করিতে হইবে তাহা  
নির্দিষ্ট আছে এবং যে দুই বৃত্তাংশ দ্বারা সংযুক্ত হইবে  
তাহার একটি চাপের ব্যাসার্দ্ধও নির্দিষ্ট আছে।



খ ও গ বিম্বু দিয়া খ ও গ ট হুইল লইয়া ট খ ও গ  
গ ট রেখা দ্বয়কে বিকিরিত বায়ুসাক্ষের সমান কর। পরে ট খ  
সংযুক্ত করিয়া চ ক লইয়া সমন্বিত কর। খ ও  
রেখা বন্ধিত হইয়া চ ক রেখাকে চ স্থানে ছেদ করুক  
(চ বিম্বু খ ও চাপের কেন্দ্র হইবে)। অপর চ ট সংযুক্ত  
করিয়া ট কেন্দ্র ও ট গ বায়ুসাক্ষ লইয়া গ ও চাপ অঙ্কিত  
কর, ও চ কেন্দ্র করিয়া চ ও বায়ুসাক্ষ লইয়া চ ও চাপ  
অঙ্কিত কর।

চ ব জ ও চ ট জ দুইটি ত্রিভুজ সর্বত্রোচ্চাবে সমান  
এজন্য চ ব = চ ট; কিন্তু খ ব = গ ট = ঠ ট; অতএ  
চ খ = চ ঠ, এবং খ ঠ ও গ ঠ দুইটি সমকোণী ঠ ত্রিভুজ  
সংশ্লিষ্ট করিলে, অতঃপর গ, খ দুইটি স্থান অননন্দি  
সম্প্রকৃতি বন্ধ রেখা দ্বারা সংযুক্ত হইয়াছে।

৩০ টি প্রতিষ্ঠা : সম্পাদ্য।

চারিটি কেন্দ্র হইতে বৃত্তাংশ অঙ্কিত করিয়া একটি  
বৃত্তাভাসমদূশ ক্ষেত্র নির্মাণ করিতে হইবে।

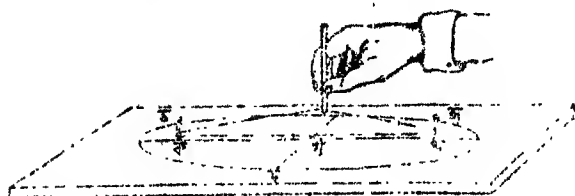


১ ছ একটি সোনা বিশিষ্ট রেখার উভয়দিকে দুইটি  
সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত কর, যথা চ ড ছ ও চ ট ছ,  
এবং ত্রিভুজের বাহুগুলি জ, খ ট, ঠ পর্যন্ত প্রসারিত  
করিয়া ড ট সংযুক্ত কর। পরে ড ও চ বিন্দুকে কেন্দ্র  
করিয়া একপ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ট ঘ ঠ ও জ গ খ দুইটি  
বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর যে তাহাদের মধ্যের পরিসর গ ঘ  
নিষ্কাশ্য বৃত্তাভাসমদূশ ক্ষেত্রের লম্বিত ব্যাসের সমান  
হয়। অপর চ, ছ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া চ জ = চ ছ  
ব্যাসার্দ্ধ লইয়া জ ক ট ও খ খ ঠ দুইটি বৃত্তাংশ অঙ্কিত  
কর। ড, চ, চ, ছ চারিটি বিন্দু দিয়া চারিটি বৃত্তাংশ  
অঙ্কিত হইয়া ক ট ঘ ঠ খ গ জ বৃত্তাভাসমদূশ ক্ষেত্র  
সংকলিত হইল। এই ক্ষেত্রে চ ও ছ দুইটি অধিভ্রম।

ক খ ও গ য দুইটা রেখাকে গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাস কহা যায়। মূলক গরিষ্ঠ ব্যাসাক্ষর আর মূল লঘিষ্ঠ ব্যাসাক্ষর।

প্রকারান্তর। সূত্রদ্বারা বৃত্তাভাস টানিবার রীতি।

গরিষ্ঠ ব্যাসের দৈর্ঘ্যতার সমান এক খাই সূত্র লইয়া তাহার দুই পার্শ্ব ক ও খ বিন্দুতে কোন প্রকার কোণল দ্বারা আবদ্ধ কর। পরে ঐ সূত্র একটী পেন্সিলে দিয়া প্রসারিত করিয়া চতুর্দিকে ঘুরাইয়া আনিলে একটা প্রকৃত বৃত্তাভাস ক্ষেত্র নির্মিত হইবে। যথা চ হ ক।

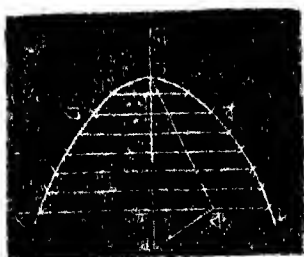


### ৬১ টি প্রতিজ্ঞা সম্পাদ্য।

একটী ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে। ত ৩ সর্বাধিক বিস্তার এবং চ ছ নির্দিষ্ট তলন্ত রেখাঙ্কি এখন ক্ষেপণী ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

চ হ রেখাকে ক বিন্দুতে সমন্বিত কর, ও ক, ত সংযুক্ত করিয়া ক বিন্দু দিয়া ক খ লগ টান। ক খ ল ত হ উভয়কে বর্জিত করিলে খ বিন্দুতে ছিন্ন হইবে পরে খ ত অক্ষদণ্ড বর্জিত করিয়া ছ খ-র সমান্তর ও ত প দুইটা অংশ ছেদ কর। প বিন্দু ক্ষেপণী ক্ষেত্রের অধিগ্রহ হইবে।

এইক্ষেত্রে ত খ-র লম্ব অক্ষের কতিপয় তলস্থ রেখা  
 ১নং, যথা দ ন ক, ব প ভ  
 ইত্যাদি। অনন্তর পা বিম্ব  
 প্রকল্প করিয়া গ ন ও গ প  
 বাসার্জ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত  
 করিলে দ ন ক ও ব প ভ  
 তলস্থ রেখাকে দ.ক ও ব.ভ



বৃত্তে ছেদ করিবে। এইরূপে আর কতকগুলি তলস্থ  
 রেখা টানিয়া কতিপয় বৃত্ত অঙ্কিত করিলে যে ছেদ  
 বিন্দুগুলি পাওয়া যাইবে, সেই সকল ছেদ বিন্দুগুলি  
 যথা একটি বক্র রেখা উত্তমরূপে টানিলে ক্ষেপণী ক্ষেত্র  
 প্রাপ্য হইবে।

একটা লোষ্ট্র উর্দ্ধে নিক্ষেপ করিলে তাহাতে যে  
 পথ প্রদত্ত হয়, সেই প্রভাবে তাহার ক্রিয়াক্ষমতা উর্দ্ধগতি  
 হয়, অনন্তর বেগের পর্যায়সমানে যে যখন ভূমিতে পড়ে  
 তখন কিঞ্চৎ বক্র হইয়া পতিত হয়। নিক্ষেপ লোষ্ট্র  
 পথ দিয়া উঠিয়া ভূমি স্পর্শ হয় সেই পথের  
 প্রকারকে ক্ষেপণী কহে। ক্ষেপণীর দুই বাহুর সীমা নাই।

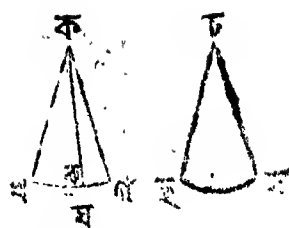
## ৬২ টি প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যদি দুই বৃত্তক্ষেত্রের বাসার্জ ও কেন্দ্রস্থ কোণ  
 সমান হয় তাহা হইলে ঐ দুই বৃত্তক্ষেত্রের  
 পরিমাপ সমান হইবে।

মনে কর, কখগ ও চহস এই দুই সমান বাসার্জবিশিষ্ট



বৃত্তক্ষেত্রে একের কেন্দ্রস্থ  
কোণ ক, অপর কেন্দ্রস্থ  
কোণ চ এর সহিত সমান  
ক'খ গ' হ' জ' কেন্দ্রক, চ হ' ক  
বৃত্তক্ষেত্রে সমান হইবে।



এখন যদি ক'খ গ' বৃত্তক্ষেত্রে উপরে চ হ' জ' বৃত্ত-  
ক্ষেত্রে এইরূপে উপস্থাপিত করা যায় যে, চ হ' রেখা  
খ ক রেখার উপর, এবং চ কোণ ক কোণের উপর পড়ে  
তাহা হইলে চ হ' ও খ ক রেখা উভয়ে সমান বলিয়া  
মিলিয়া যাইবে, এবং চ কোণ ক কোণের সহিত সমান  
বলিয়া মিলিয়া যাইবে। তাহা হইলে দুটিই রেখা চ হ'  
কটিই রেখা খ গ-র সহিত মিলিয়া যাইবে, অন্যথা, হয় তাহ  
ক'খ গ' বৃত্তক্ষেত্রে বাহিরে নচেৎ তাহ-র ভিতরে পড়িবে  
কিঞ্চ প্রথমতঃ যদি চ হ' কুটিল রেখার সংস্থান খ গ  
কুটিল রেখার উপরে হয়, এবং শেষোক্ত রেখাকে চ  
নিম্নরেখা তেদ করিয়া ক'খ একটি বাসার্জ টানা যায়, তাহ  
হইলে দুই বৃত্তক্ষেত্রে বাসার্জ সমান বলিয়া ক'খ  
ক গ-র সমান হইবে, কিন্তু প্রত্যক্ষই হইতেছে যে, তাহ  
অদম্ভন। অতএব চ হ' কুটিল রেখা বাহিরে পড়িবে না  
এইরূপে আবার চ হ' রেখা খ গ-র ভিতরেও পড়িবে না  
তাহা অনায়াসে উপপন্ন করা যাইতে পারে। কাষেকাষে  
উভয় কুটিল রেখা মিলিয়া যাইবে, এবং তাহা হইলে এই  
দুই বৃত্তক্ষেত্রেও মিলিয়া যাইবে। অতরাং দুই বৃত্তক্ষেত্রে  
পারস্পর সমান হইল।

৬৩ টি প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

যদি সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তক্ষেত্রের কেন্দ্রস্থ কোণের সম্মুখীন দুইটি কুটিল রেখা সমান হয়, তাহা হইলে কেন্দ্রস্থ কোণ দুইটিও পরস্পর সমান হইবে।

মনে কর, ক খ গ ও চ চ জ (পূর্ব প্রতিজ্ঞা দি দেখ) দুই সমান ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তক্ষেত্রের কুটিল রেখা খ গ, চ ক ল রেখা ছ ক-র সমান; খ ক গ কোণও চ চ জ কোণের সমান হইবে। যদি না হয়, তবে অবশ্যই উক্ত কোণ দুটির মধ্যে অন্যত্র বড় হইবে। মনে কর খ ক গ কোণ ছ চ জ কোণ অপেক্ষা বড়, অর্থাৎ খ ক গ কোণের অংশ খ ক গ কেণ্ডী অধিক হইবে। তখন, হইলে খ ক গ কোণ, ছ চ জ কোণের সমান বলিয়া, (৬২ টি প্রতিজ্ঞা-সদরে) কুটিল রেখা ছ ক, কুটিল রেখা খ ক-র সমান, কিন্তু কুটিল রেখা ছ জ = খ গ, অতএব কুটিল রেখা খ ক = খ গ, কিন্তু স্পষ্টই দেখা গাইতেছে উহা সম্ভবতঃ অতএব অন্যত্র অপেক্ষা বড় হইতে পারে না, অর্থাৎ উভয়ে সমান।

৬৪ টি প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

সমান ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট দুইটি বৃত্তক্ষেত্রের মধ্যে একের কেন্দ্রস্থ কোণ অপরের কেন্দ্রস্থ কোণের যত গুণ হইবে, সেই কোণের সম্মুখীন ধনু অপেক্ষা কোণের সম্মুখীন ধনুরও তত গুণ হইবে।

মনে কর ট ঠ উ ও চ ছ জ  
 দুইটি বৃত্তক্ষেত্রক, ইহার মধ্যে  
 ছ চ জ কোণ, ঠ ট উ কোণ  
 অপেক্ষা অ গুণে বড়, তাহা



হইলে ধরু ছ জ ধরু ঠ ট অপেক্ষা অ গুণে বড় হইবে  
 যদি ছ চ জ কোণ অ অংশে সমান ভাগ করা যায় তাহা  
 হইলে তাহার প্রত্যেক অংশ, ঠ ট উ কোণের সমিত সমান  
 হইবে। এবং প্রত্যেক অংশের সম্মুখীন ধনুগুলি  
 প্রত্যেকে, ঠ উ-ধনুর সমিত সমান হইবে। কিন্তু সেই  
 সকল ধনুগুলির সমষ্টি, ছ জ ধনু সমান, অর্থাৎ ছ জ  
 ধনু = ধনু ঠ উ + ঠ উ + উ-বার ঠ উ, অর্থাৎ ধনু  
 ছ জ = অ × ধনু ঠ উ। এখানে আরও দেখা যাইতেছে যে,  
 বৃত্তক্ষেত্রক ছ চ জ = অ × বৃত্তক্ষেত্রক ঠ ট উ। অর্থাৎ,

$$= ছ চ জ \text{ ধনু } ছ চ জ$$

$$= ঠ ট উ \text{ ধনু } ঠ ট উ \text{ ইত্যাকে অনুপাতিকার রাখিলে}$$

$$= ছ চ জ : = ঠ ট উ : = ধনু ছ জ : ধনু ঠ উ।$$

### ৩৫ টি প্রতিজ্ঞা। সম্মাদ্য।

এক নির্দিষ্ট রেখার উপর সমানবাহু এবং তুল্য-  
 কোণিক এক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক'খ নির্দিষ্ট রেখা, ইহার উপর সমানবাহু ও তুল্য-  
 কোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ଏ ଚଢ଼ିତେ କିଏ ଦେଖାନ୍ତି  
 ଯାହାକିର ମନ୍ଦାଳ ଥାଏ ଲହ ଟାଳି  
 କି ଓ ମିଶ୍ର ସଂସ୍କୃତ କରନ୍ତି କି ମି  
 ଶ୍ରୀକୃଷ୍ଣଙ୍କ ସ୍ତବ୍ୟ ଶ୍ରୀମଦ୍ଭଗବତ୍  
 ଶ୍ରୀକୃଷ୍ଣଙ୍କ ସ୍ତବ୍ୟ ଶ୍ରୀମଦ୍ଭଗବତ୍  
 ଶ୍ରୀକୃଷ୍ଣଙ୍କ ସ୍ତବ୍ୟ ଶ୍ରୀମଦ୍ଭଗବତ୍

[illegible]

७३ टि अडिअ : नमः ।

ক. ১. এক ১০ ক্রিমি. লম্বার উপর সমান্তরাল ৫৫৭ ক্রিমি-  
\* দিক বহুভুজ কেন্দ্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক ও খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া  
ক খ ব্যাসার্ধ লইয়া দুইটা বৃত্ত  
দ্রষ্ট কর, এই দুই বৃত্তের পরস্পর  
সংস্পর্শ বিন্দু য-কে কেন্দ্র করিয়া  
যকৌ ভূ ব্যাসার্ধ লইয়া কখগনছে



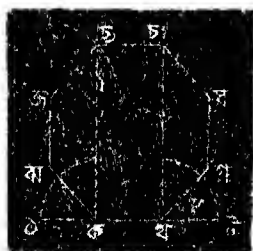
এত অক্ষিত কর। কথ নির্দিষ্ট রেখার পরিমাপ ও  
মাপস বিস্তার করিয়া তাহা এই বৃত্তপরিধিতে ছয় বার

প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে, ক খ রেখার উপর সমানবাহু ও তুল্যকোণিক ষড়ভুজ ক্ষেত্র নিক্ষেপিত হইবে।

### ৩৭ টি প্রকৃতি । সম্পাদ্য ।

ক খ এক নির্দিষ্ট রেখার উপর এক সমানবাহু ও তুল্যকোণিক ষড়ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর ক ছ ও খ চ দুইটি লম্ব টান, ক খ রেখাকে উভয় পার্শ্বে বাকিত করা এবং ঠ ক ছ ও উ খ চ কোণদ্বয়কে ক খ ও খ গ রেখা দ্বারা সমান ভাগে

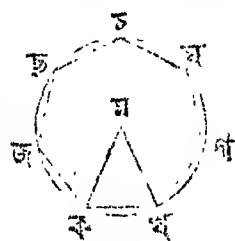


দ্বিখণ্ড কর এবং এই কোণদ্বয়কে ক খ-র সমান করা পাবে না শুধু হইতে ক ছ কিংবা খ চ-র সমান্তরাল বাকিত গ ঘ দুইটি রেখা টানিয়া উহাদিগকে ক খ-র সমান কর। অর্থাৎ জ ও ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া, ক খ ব্যাসার্দ্ধ হইয়া, এই দুই বৃত্ত অঙ্কিত কর। এই দুই বৃত্ত ক ছ ও খ চ রেখাকে ছ ও চ যে দুই বিন্দুতে ছেদ করিতেছে তথা হইতে চ জ ও চ ঘ টান এবং ছ চ সংযুক্ত কর। ক খ গ ঘ চ ছ জ বা সমানবাহু ও তুল্যকোণিক ষড়ভুজ ক্ষেত্র ক খ রেখার উপর অঙ্কিত হইল।

## ৬৮ টি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক খ নির্দিষ্ট রেখার উপর একটি বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে, যাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

ক খ রেখার উপর ক ম ও খ ন দুইটি রেখা, একপেটান যেরূপ ক ম ও ক খ ম কোণ দুই পরস্পর নিষ্কাশ্য বহুভুজের কোণের অঙ্কেকের সমান হয় (৭ম প্রতিজ্ঞা)। ক ম ও খ ন রেখাদ্বয়ের সংযোগ দিক, ম-কে কেন্দ্র করিয়া ম ক ব্যাসাঙ্ক



লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ক খ রেখা বৃত্তপথে গিয়া যত দূর হইয়া প্রযোগ করিয়া কোন বিন্দুগুলি সংযুক্ত করিলে ক খ রেখার উপর যে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে, তাহার বাহুগুলি ও কোণগুলি পরস্পর সমান হইবে।

ক ম = খ ন, এজন্য ক ম খ সমত্বিত্ব ত্রিভুজ; উহার ম ক খ ও ম খ ক কোণদ্বয় পরস্পর সমান। অতএব  $\angle ক ম খ + \angle ক ম খ কোণ = ১৮০^\circ$ ,  $\therefore$  ম ক খ কোণ =  $\frac{1}{2}(১৮০^\circ - \angle ক ম খ কোণ)$ ; কিন্তু ক ম খ কোণ =  $৩৬^\circ - ২^\circ = ৩৪^\circ$ ;  $\therefore$  ম ক খ কোণ =  $\frac{1}{2}(১৮০^\circ - ৩৪^\circ) = ৬৮^\circ$ । সুতরাং সমভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইলে ম ক ও খ ন রেখাদ্বয়কে একপেটান আঁকিতে হইবে যে ক খ কোণ প্রত্যেকে  $৬৮^\circ$  হয়, অনন্তর ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ম ক বা ম খ ব্যাসাঙ্ক লইয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর,

পরে কথ রেখা। রূপনির্ণিতে সূর্য্য। আনয়। ছেদ বিন্দু-  
গুলি সংযুক্ত করিলে সম্ভূজ কোণ অঙ্কিত হইবে।

বহুভুজের সমমধ্য কোণ ও মকথ কোণের পরিমাণ  
নির্ণয় করিতে হইলে বহুভুজের বাহুর সংখ্যা দ্বারা  $360^\circ$ -  
কে ভাগ করিলে ভাগফল সমস্ত কোণের পরিমাণ হইবে।  
এই ভাগফল  $180^\circ$  হইতে বিয়োগ করিলে বহুভুজের  
কোণের পরিমাণ হইবে। এবং এই বিয়োগফলের অর্ধেক  
লইলেই মকথ কোণের পরিমাণ হইবে। এই সং-  
কেত অনুসারে নিম্ন তালিকার ক্রম তালি লক্ষ্য হইয়াছে।

বাহুর সংখ্যা	বহুভুজের নাম	মধ্যস্থ কোণের মান	বহুভুজের মকথ কোণের মান	মকথ কোণের পরিমাণ
৩	ত্রিভুজ বা ত্রাশ্র	১২০	৬০	৬০
৪	চতুর্ভুজ বা চতুরাশ্র	৯০	৯০	৪৫
৫	পঞ্চভুজ	৭২	১০৮	৪৪
৬	ষড়ভুজ	৬০	১২০	৬০
৭	সপ্তভুজ	৫১ $\frac{৩}{৪}$	১০৮ $\frac{৩}{৪}$	৬৪ $\frac{৩}{৪}$
৮	অষ্টভুজ	৪৫	১২৫	৫৭
৯	নবভুজ	৪০	১৪০	৭০
১০	দশভুজ	৩৬	১৪৪	৭২
১১	একাদশভুজ	৩২ $\frac{৪}{৫}$	১৪৭ $\frac{৪}{৫}$	৭৩ $\frac{৪}{৫}$
১২	দ্বাদশভুজ	৩০	১৫০	৭৫

৬৯ তি প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

কোন নির্দিষ্ট বৃত্তে সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে, অথবা বৃত্তপরিধিকে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যক অংশে বিভাগ করিতে হইবে ।

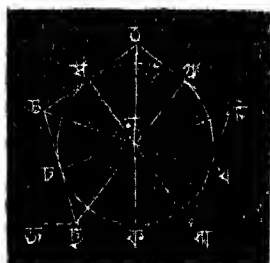
বৃত্তের কেন্দ্র ম বিন্দুতে 'পূর্ব' প্রতিষ্ঠিত দেখ । কম খ একত্র একটী কোণ অঙ্কিত করা যাক, বহুভুজের অধ্যক্ষ কোণের সমান হয় । পরে কম খ ম যুক্ত কর, কম খ নিকটস্থ বহুভুজের একটী বাহু হইবে, উক্ত বৃত্তপরিধিতে ক্রমশঃ প্রয়োগ করিলে বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে ।

-----

৭০ তি প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

নির্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে :

পূর্বোক্ত প্রতিজ্ঞা দ্বারা বৃত্তপরিধিকে নির্দিষ্ট অংশে বিভাগ কর : যথা ক, খ, গ, ঘ, চ । পরে বৃত্তের কেন্দ্র ম হইতে ম ক, ম খ, ম গ, ম ঘ, ও ম চ বাসার্জি রেখাগুলি



টান । অপর ক, খ ইত্যাদি বিন্দু দিয়া উক্ত বাসার্জিগুলির উপর লম্ব টানিলে নির্দিষ্ট বৃত্তোপরি সমানবাহু ও তুল্যকোণিক বহুভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে ।



অনুমান ১। সকলরৈখিক ক্ষেত্রের অন্তরস্থ কোণ সকলের সমষ্টি ঐ ক্ষেত্রের বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুর্ভুজ সমকোণ তুল্য হইবে।

কাবল কথং যত কোন মনোবৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে এক বিন্দু ন নির্দেশ করিয়া ক্ষেত্রের সমস্ত কোণ চিত্রে বর্ণিত সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রের বহু বাহু আছে তত মিলিত হইবে। এবং ১৯ শ প্রত্যক্ষানুসারে ঐ বিন্দুজসমূহের সমস্ত কোণ দ্বিভুজ সংখ্যার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য। আর সেই কোণসমূহ ক্ষেত্রের কোন ও তদন্তর্গত মাত্র বিন্দুজ কোণের যোগতুল্য কিন্তু ঐ মাত্র বিন্দুজ সমূহের সাধারণ শূন্য; আর ঐ বিন্দুজ কোণ ১৮০ শ প্রত্যক্ষানুসারে নয় অনুমান অনুসারে চারি সমকোণ তুল্য; অতএব ক্ষেত্রের কোণসমূহে যদি সমকোণ যোগ করিলে উক্ত দ্বিভুজের সকল কোণের তুল্য হইবে, সুতরাং ক্ষেত্রের কোণ, তাহার বাহু সংখ্যার দ্বিগুণ চতুর্ভুজ সমকোণ তুল্য।

২। সরলরৈখিক ক্ষেত্রের প্রত্যেক ভূজকে এক এক দিকে বর্দ্ধিত করিলে যত বহিঃস্থ কোণ জন্মে সকলগুলির সমষ্টি চারি সমকোণের তুল্য।

প্রত্যেক অন্তরস্থ কোণ যথা চিত্রে, বহিঃস্থ যথা চিত্রে, একত্র যোগে ( ১৪ শ প্রত্যক্ষানুসারে ) ছই সমকোণ তুল্য; অতএব সকল অন্তরস্থ ও বহিঃস্থ কোণ একত্র যোগে ক্ষেত্রে যত বাহু আছে তাহার দ্বিগুণ সমকোণ তুল্য, অর্থাৎ সকল অন্তরস্থ কোণ + সকল বহিঃস্থ কোণ



বিন্দু জ বিন্দু উপর পড়িয়া ক ছ রেখা ঘ জ রেখার সহিত  
মিলিয়া যাইবে, এবং ম চ রেখা ম জ রেখার সমান প্রান্তিত  
হইবে; তাহা হইলে বৃহত্তী বহুভুজের জ বিন্দু দিয়া যাইবে।  
এইরূপে ঐ রূপে বহুভুজের কোণ ট, ছ, ক দিয়া যাইবে  
তাহাও উপপন্ন কর যাইতে পারে।

পুনশ্চ ক, ক ঘ, ঘ জ ইত্যাদি জ্যাগুলি পরস্পর  
সমান; অতএব ম গ, ম খ, ম চ ইত্যাদি লম্বগুলিও পরস্পর  
সমান সুতরাং ম বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া উহাদের একটীকে  
বাসার্জ করিয়া বৃত্ত টানিলে জ্যা'দিগকে গ, খ, চ বিন্দুতে  
স্পর্শ করিবে, এবং সেই বৃত্ত বহুভুজের অন্তর্গত হইবে।

ছ ম ক, ক ম ঘ প্রকৃতি কোণগুলি প্রত্যেকে পরস্পর  
সমান, সেই জন্য উহার। প্রত্যেকে বহুভুজের বাহুর  
সংখ্যা বৃত্ত হইবে ৩৬০ অংশের তত ভাগ হইবে।  
বৃত্তের ভিতরে বহুভুজ ক্ষেত্র আঁকিতে হইলে বহুভুজের  
যতগুলি বাহু হইবে বৃত্তপারিনিকে তত অংশে ছেদ  
করিয়া ঐ ছেদ বিন্দুগুলি যথাক্রমে সংযুক্ত করিলে নিক্ষেপা  
বহুভুজ অঙ্কিত হইবে। আর বৃত্তের বাহিরে বহুভুজ  
আঁকিতে হইলে ঐ ছেদ বিন্দু দিয়া স্পর্শ রেখা টানিলে  
নিক্ষেপা বহুভুজ হইবে।

৭২ তি প্রতিজ্ঞা।। সম্পাদা।

এক নির্দিষ্ট বহুভুজের ভিতরে একটা বৃত্ত অঙ্কিত  
করিতে হইবে।

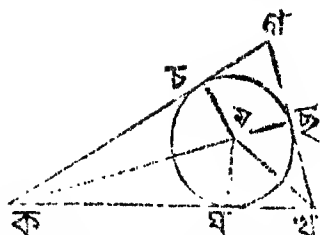
ক খ গ নির্দিষ্ট ত্রিভুজ.

ইচ্ছা করিলে দুইটি কোণ,

যথা : গ ক খ ও ক খ গ,

ক ম ও খ ম ছাড়া সমান

অংশে বিভক্ত কর । এই ক



দুই রেখার সম্পর্ক বিন্দু ম নিকটস্থ বৃত্তের কেন্দ্র

হইবে । এই ম বিন্দু হইতে ক খ, খ গ ও গ ক রেখার

উপর লম্ব টান, যথা : ম ঘ, ম ছ ও ম চ । ক ম ঘ ও

ক ম চ ত্রিভুজে হ ক ম কোণ ও ক ম কোণের সমান,

ক ঘ ম ও ক চ ম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান

এবং ক ম দুইটি ত্রিভুজে সমান বাহু, অতএব এই দুইটি

ত্রিভুজ সর্বতোভাবে সমান, এবং চ ম = ঘ ম । এই কারণ

বশতঃ ঘ ম = ম ছ ; অতএব ম ঘ, ম চ ও ম ছ এই

তিনটি সরল রেখা পরস্পর সমান, সুতরাং ম বিন্দুকে

কেন্দ্র করিয়া এই তিনের মধ্যে কোন রেখা ব্যাসার্ধ খাইয়া

বৃত্ত আঁকিত করিলে সে বৃত্ত এই তিন রেখার অগ্র দিয়া

খাইবে, এবং ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখাকে স্পর্শ

করিলে, কেননা ঘ, চ, ছ বিন্দুতে যে যে কোণ আছে

প্রত্যেকে সমকোণ, এবং ব্যাসের অগ্র বিন্দু হইতে লম্ব

দানিলে তাহা (৫২শ প্রতিজ্ঞানুসারে) বৃত্তকে স্পর্শ করে ।

অতএব ক খ, ক গ ও খ গ সরল রেখা প্রত্যেকে বৃত্ত স্পর্শ

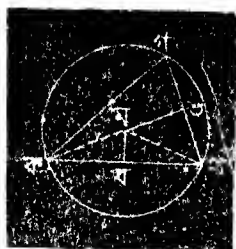
করিতেছে, সুতরাং ঘ চ ছ বৃত্ত ক খ খ ত্রিভুজের ভিতরে

অঙ্কিত হইল ।

৭৩তি প্রতিক্রিয়া । সম্পাদ্য ।

এক নির্দিষ্ট ত্রিভুজকে বেটেন করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে অর্থাৎ ত্রিভুজটী রূপের অন্তর্গত হইবে ।

কথন নির্দিষ্ট ত্রিভুজ, তাকার চতুষ্কোণে বৃত্ত অঙ্কিত করিতে হইবে ।



কথন ত্রিভুজের কোন দুইটি ভুজ কথ ও খগকে ব এবং ভ বিন্দুতে সমান অংশে

বিখণ্ড কর, এবং এই দুই বিন্দু হইবে কখ, খগ রেখার উপর বম এবং ভম দুই সম টান ও এই দুই সমকে বন্ধি করিলে যে বিন্দুতে ম লগ্ন হইবে অর্থাৎ ম বিন্দু হইবে ম ক, ম খ, ক ম গ পর্যন্ত বাসান্দ্র লইয়া রূপ টানিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিগ হইবে এবং কখগ ত্রিভুজের পরি অঙ্কিত হইবে ।

কম ও খম সংযুক্ত কর :  $কম = বখ$ ,  $মব$ ,  $কমব$  ও  $খমব$  ত্রিভুজের সামান্য বাহু এবং কবম ও খবম প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া সমান ।  $\therefore$  প্রথম প্রতিক্রিয়াসারে  $কম = খম$  এই রূপে ম গ সংযুক্ত করিলে তাহা ম খ রেখার সমান প্রমাণ করা যাইতে পারে, অতএব ম ক, ম খ, ম গ প্রত্যেকে সমান । সুতরাং ম কেন্দ্র করিয়া ইচ্ছামের একটিকে বাসান্দ্র

লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে তাহা ক, খ, গ বিন্দু দিয়া  
গাইবে।

### ৭৪ তি প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

এক নির্দিষ্ট সমচতুর্ভুজ ক্ষেত্রমধ্যে, কিম্বা সমচতু-  
ভুজ ক্ষেত্রে বেটন করিয়া এক বৃত্ত অঙ্কিত করিতে  
হইবে।

ক খ গ ঘ এক নির্দিষ্ট বর্গ  
ক্ষেত্র, ইহার মধ্যে কিম্বা ইহাকে  
বেটন করিয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিতে  
হইবে।

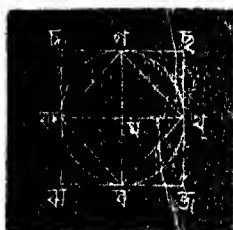


ক খ গ ঘ বর্গ ক্ষেত্রে, ক গ ও  
খ ঘ দুইটি কর্ণ রেখা টান, এই  
দুই রেখার মধ্যস্থ বিন্দু ম বর্গ ক্ষেত্রের অন্তর্গত ও  
বহিঃস্থ বৃত্তের কেন্দ্র হইবে। ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে বর্গ  
ক্ষেত্রের কোন ভূজের লম্বুতম দূরত্ব অর্থাৎ লম্বকে ব্যাসার্দ্ধ  
লইয়া বৃত্ত টানিলে ক খ, খ গ, গ ঘ, ঘ ক প্রত্যেক বাহু  
স্পর্শ করিবে সুতরাং বর্গ ক্ষেত্রমধ্যে বৃত্ত অঙ্কিত হইবে।  
আর ম কেন্দ্র করিয়া উহা হইতে ক, খ, গ, ঘ এই চারিটির  
কোন একটি কোণের দূরত্ব পরিমাণে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া  
বৃত্ত অঙ্কিলে তাহা সকল কোণের অগ্র সংলগ্ন হইবে,  
সুতরাং সেই বৃত্ত ক খ গ ঘ সমচতুর্ভুজোপরি অঙ্কিত  
হইবে।

## ৭৫ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে কিয়ৎ বৃত্তোপরি সমচতুর্ভুজ  
কিয়ং অষ্টভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক গ খ ঘ নির্দিষ্ট বৃত্ত,  
ক খ, গ ঘ দুই ব্যাস পরস্পর  
লম্ব ভাবে টানিয়া কগ, গখ, ঘঘ,  
ডক সংযুক্ত করিলে ঐ ক্ষেত্র  
সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তের



অন্তর্গত হইবে। অপর ক, গ, খ, ঘ বিন্দু দিয়া ক চ,  
চ ঘ, ঘ জ, জ ক বৃত্তস্পর্শক চারিটা সরল রেখা টান।  
তাহা হইলে ঐ ক্ষেত্র সমচতুর্ভুজ ও ক গ খ ঘ বৃত্তো-  
পরি অঙ্কিত হইবে।

ক গ খ ঘ বৃত্তের চতুর্থাংশ, যেমন ক গ, ইহাকে দ্বিগুণ  
করিলে অষ্ট ভুজ ক্ষেত্র বাহ্য পরিমাণ প্রাপ্ত হওয়া  
যায়।

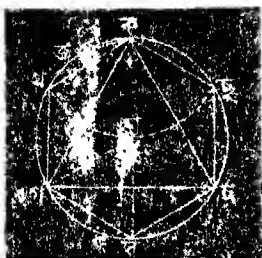
গ ক ম ও গ খ ম ত্রিভুজে, ক ম = খ ম, ম গ দুইটি  
ত্রিভুজের সামান্য বাহু এবং ক ম গ ও খ ম গ প্রত্যেক  
সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, অতএব ঐ দুইটি ত্রিভুজ  
সর্বতোভাবে সমান। অপর ক গ খ অঙ্ক বৃত্ত এজন্য  
ক গ খ কোণ সমকোণ। ঐরূপে গ খ = খ ঘ = ঘ ক  
এবং গ খ ঘ ও খ ঘ ক কোণ প্রত্যেক সমকোণ ইহাও  
উপপন্ন করা যাইতে পারে। সুতরাং ক ঘ খ গ সম-  
চতুর্ভুজ।

## ব্যবহারক জ্যামিতি।

### ৭৬তি প্রতিজ্ঞা।। সম্পাদ্য।

এক নির্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে সমবাহু ত্রিভুজ বড়ত্বজ কক্ষ  
দ্বাদশ ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ গ ঘ চ ছ বৃত্তের বাসার্ক  
নিষ্কাশ্য বড়ত্বজের বাহুর পরি-  
মাণ, অতএব বৃত্তপরিমিতে কোন  
বিন্দু ক কেন্দ্র করিয়া তাহার  
বাসার্ক পরিমিত দূরে খ ম চ  
বিন্দু অঙ্কিত কর, পরে ক খ



সংযুক্ত কর। ক খ নিষ্কাশ্য বড়ত্বজের বাহুর পরিমাণ-  
সংখ্য রেখা বৃত্তপরিমিতে ছয় বার ক্রমশঃ সুবাইচা ভেদ  
বিন্দু গুলি সংযুক্ত করিলে সমবাহু বড়ত্বজ ক্ষেত্র বৃত্তমধ্যে  
অঙ্কিত হইবে। এবং ক বিন্দু হইতে বড়ত্বজের প্রত্যেক  
দ্বিতীয় বাহুর সীমা সংযুক্ত করিলে সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র  
বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত হইবে। আর ক খ চাপ সমদ্বিখণ্ড করিয়া  
সংযুক্ত করিলে দ্বাদশ ভুজের বাহুর পরিমাণ হইবে।

যদি ক খ গ ঘ চ ছ বৃত্তের অন্তর্গত কোন ক্ষেত্রে কোন  
দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায় তাহা হইলে বৃত্তোপরিও সেই  
প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে।

গ ঘ চ ছ ক খ নির্দিষ্ট বৃত্তমধ্যে অঙ্কিত বড়ত্বজ ক্ষেত্র  
গ ও ঘ দুইটি বিন্দু হইতে কেন্দ্র পর্যন্ত রেখা টানা।  
এইক্ষেণে গ ম ঘ কোণ =  $৩৬০^\circ$  এর  $\frac{১}{৬}$  =  $৬০^\circ$ , এবং ম গ  
ঘ কোণ =  $৩৬০^\circ$  এর  $\frac{১}{৬}$  =  $৬০^\circ$ , এবং ম গ ঘ  
কোণের সমান, আর ম গ ঘ  
ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি (১৮০°) প্রতিজ্ঞানুসারে।



দুই সমকোণ অর্থাৎ  $১৮০^\circ$  তুল্য, ইহাতে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে ম গ ঘ ও ম ঘ গ প্রত্যেকে  $৬০^\circ$  ; অতএব ম গ ঘ ত্রিভুজ সমবাহক। সুতরাং অন্তর্গত বহুভুজের বাহুর পরিমাণ চক্রে ব্যাসার্দ্ধের সমান।

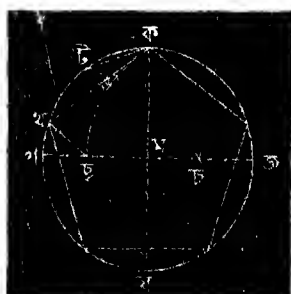
অনুমান ১। কোণ দুইটির  $৬০$  অংশের জ্যা ও ব্যাসার্দ্ধ পরস্পর সমান।

অনুমান ২। সমবাহু বহুভুজ ক্ষেত্রের কোণগুলিও পরস্পর সমান। ম গ ঘ ৫ কোণ ঘ চ ছ কোণে সমান।

## ৭৭ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

এক নির্দিষ্ট রূপে সমানবাহু এবং তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ কিম্বা দশভুজ ক্ষেত্র অন্তর্গত করিতে হইবে।

গ জ, ক ঘ দুই ব্যাস পরস্পর লম্বভাবে টান, এবং ম জ ব্যাসার্দ্ধকে ৫ বিন্দুতে সমবিখণ্ড কর। পরে চ কেন্দ্র করিয়া চ ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া হ ক বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর, এবং ক কেন্দ্র করিয়া ক ছ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া ক খ বৃত্তাংশ অঙ্কিত কর। ক খ পরিধির পঞ্চমাংশ। কম্পাস ক খ পরিমিত বিস্তার করিয়া বৃত্ত-পরিধিতে পাঁচবার ঘুরাইয়া আনিয়া ছেদ বিন্দুগুলি সংযুক্ত



করিলে বৃত্তমধ্যে সমবাহু পঞ্চভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে ।  
অপর ক খ চাপ ট বিন্দুতে সনদ্বিখণ্ড করিয়া ক ট সংযুক্ত  
কর ; ক ট দশ ভূজের বাহুর পরিমাণ ।

যদি ক খ গ ঘ জ বৃত্তে অন্তর্গত পঞ্চভুজ বা বড়ভুজের  
একটি দিয়া বৃত্তস্পর্শক টানা যায়, তাহা হইলে বৃত্তোপরি  
উক্ত প্রকার ক্ষেত্র অঙ্কিত হইবে ।

### প্রাকারান্তর ।

নির্দিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্ধকে এমত রূপে ভাগ কর যে  
সদৃশ্য এবং একংশের আয়ত দ্বিতীয়াংশের সমচতুর্ভুজ  
তুল্য হয় । তবে বৃত্তপরিধির কোন এক নির্দিষ্ট বিন্দু  
প্রত্যেক দিকে ঐ বৃত্তস্থ পঞ্চের সদৃশ রেখা বৃত্তে স্থাপিত  
কর তাহাতে যে দুই চাপ দেখা পাইবে তাহার। প্রত্যেকে  
পরিধির দশমাংশ তুল্য হইবে । সুতরাং এই দুই চাপ  
একত্র যোগে পরিধির পঞ্চমাংশ হইবে, এবং সে চাপের  
সম্মুখীন সরল রেখা নিষ্কাশন করিলে তাহা বৃত্তান্তর্গত  
সমবাহু পঞ্চভুজের বাহু হইবে ।

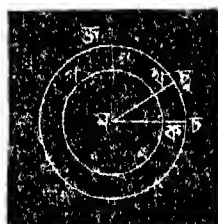
এই উপপত্তি ৭৯টি প্রতিজ্ঞার পর পাঠ করিতে হইবে ।

### ৭৮টি প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটীর পরিধি অপরটীর পরিধির তত  
ভাগ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্ধ বা ব্যাস শেষোক্ত  
বৃত্তের ব্যাসার্ধ বা ব্যাসের তত ভাগ হইবে ।

ক খ গ ও চ ছ জ দুই বৃত্ত, ইহাদের সাধ্যাংশ কেন্দ্র ম ।

এইক্ষেণে যদি ক খ গ পরিধি কতক-  
গুলি ক্ষুদ্র অংশে বিভাজিত হয়, যথা  
ক খ, তাহা হইলে ম খ ও ম ক  
সংযুক্ত করিয়া ছ, চ পর্য্যন্ত বর্দ্ধিত  
করিলে প্রতীয়মান হইবে যে, ক খ,



ক খ গ পরিধির যে অংশ চ ছ ও চ ছ জ পরিধির সেই  
অংশ, অর্থাৎ ক খ গ সমকোণ অপেক্ষা অল্প বৃহৎ  
হয়; তাহা হইলে চ ছ জ ও চ ছ অপেক্ষা অল্প  
বৃহৎ হইবে। এইক্ষেণে ক খ গ ও চ ম ছ দুইটি সমকোণ  
ত্রিভুজ, অতএব ক খ গ চ ছ : : ম ক : ম চ, কিংবা অ ×  
ক খ : অ × চ ছ :: ম ক : ম চ। কিন্তু ক খ গ পরিধিতে  
ক খ অংশ যত বার আছে তাহা ক খ দ্বারা গুণ করিলে  
সমুদায় ক গ পরিধির তুল্য হইবে; এবং চ ছ অংশ  
চ ছ জ পরিধিতে যত বার আছে তাহা চ ছ দ্বারা গুণ  
করিলে সমুদায় চ জ পরিধির তুল্য হইবে, অতএব ক খ গ  
পরিধি : চ ছ জ পরিধি :: ম ক : ম চ।

পুনশ্চ, ক খ গ-র ক্ষেত্রফল = ক খ × ই ক ম, এই-  
ক্ষেণে ক খ ছেদক সমুদায় বৃত্ত অপেক্ষা ও ক খ ধনু সমু-  
দায় পরিধি অপেক্ষা যত গুণ বড় তাহা যদি অ আকর  
দ্বারা নির্দেশ করা যায়, তাহা হইলে অ × ক খ-র  
ক্ষেত্রফল = অ × ক খ × ই ক ম, অর্থাৎ ক খ গ বৃত্তের  
ক্ষেত্রফল = ক খ গ পরিধি × ই ক ম।

অনুমান। বৃত্তের ব্যাস একক হইলে যদি তাহার  
পরিধি ন-সংখ্যক একক বিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে “বৃত্ত-

দ্বয়ের মধ্যে একটির পরিধি অপরটির পরিধির যত গুণ হইবে, প্রথমোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাস শেষোক্ত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বা ব্যাসের তত গুণ হইবে” এই সূত্র স্মরণ করিয়া।

নঃ কথং পরিধিঃ ৪৪ ১ ৪ ২ ক ম ৬

∴ কথং পরিধি = ২ ন × ক ম ; এবং প্রস্তাবিত উপপাদ্য হইতে কথং-র ক্ষেত্রফল = কথং পরিধি × ½ ক ম = ২ ন × ক ম × ½ ক ম = ন × ক ম² । এই সমীকরণে ন রাশির পরিমাণ সর্বত্র সমান থাকিবে । অতএব বৃত্তদ্বয়ের মধ্যে একটির ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের বর্গের যত গুণ, অপরটিরও ক্ষেত্রফল তাহার ব্যাসার্দ্ধের বর্গের তত গুণ হইবে ।

বৃত্তের ক্ষেত্রফল স্থির করিতে হইলে, ন রাশির পরিমাণ অগ্রে স্থির করা কর্তব্য । ইহা পুস্তকান্তরে স্থিরীকৃত হইবে ।

## নানা বিষয়িণী সম্পাদ্য ও উপপাদ্য ।

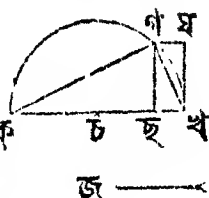
৭৯তি প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

কথং এক নির্দিষ্ট সরল রেখা, ইহাকে এমন ৬ টি অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে ঐ ছয় অংশের আয়ত জঃ অপর এক নির্দিষ্ট রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য হয় ।

কথং রেখা চ বিম্বুতে সমদ্বিখণ্ড কর, চ বিম্বু কেন্দ্র করিয়া চ ক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটি বৃত্তাক্ষ অঙ্কিত কর ।

\* জ রেখা কথং রেখার অর্ধেকের বেশী যেন না হয় ।

পরে খ বিন্দু দিয়া জ রেখার সমান খ ঘ লম্ব টান, ও খ বিন্দু দিয়া ঘ গ, ক খ-র সমান্তরাল টান; ঘ গ রেখা বৃত্তকে গ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে; অপর গ ছ, ঘ খ-র সমান্তরাল টান। ক খ রেখা ছ ক বিন্দুতে এসত রূপে বিভক্ত হইল যে ক ছ. ছ খ আয়ত জ রেখার সমচতুর্ভুজ তুল্য।



ক গ খ, গ ছ ক কোণ প্রত্যেকে সমকোণ বলিয়া পরস্পর সমান, এবং ক বিন্দুস্থ কোণ গ ক খ ও গ ক ছ দুই ত্রিভুজের সামান্য কোণ, একারণ অবশিষ্ট গ খ ক এবং ক গ ছ কোণও পরস্পর সমান। অতএব গ ক খ, গ ক ছ দুই ত্রিভুজ তুল্যকোণিক, সুতরাং তাহাদের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুও অনুপাতীয় ও সমুপ। এইরূপে গ ছ খ ত্রিভুজ গ ক খ ত্রিভুজের সমানকোণিক ও সমুপ উপপন্ন হইতে পারে। অপর গ ক ছ, গ খ ছ দুই ত্রিভুজ প্রত্যেকে গ ক খ ত্রিভুজের তুল্যকোণিক ও সমুপ হওয়াতে তাহারা সকলেই পরস্পর তুল্যকোণিক ও সমুপ।

অতএব ক ছ : ছ গ :: ছ গ : ছ খ .

$$ক ছ \times ছ খ = ছ গ^2$$

অনুমান। এই স্থলে স্পষ্ট প্রতীয়মান হইতেছে যে সমকোণিক ত্রিভুজের সমকোণ হইতে ভূমির উপর লম্ব পাত করিলে সেই লম্ব ভূমির দুই খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয় হয়,

এবং ত্রিভুজের ঐতোক বাহু ভূমির এবং সেই বাহুর  
সংলগ্ন ভূমি খণ্ডের মধ্য অনুপাতীয়, কেননা ক চ গ, ও  
গ চ খ ত্রিভুজে,

ক চ : চ গ :: চ গ : চ খ, এবং গ ক খ ও ক চ গ  
ত্রিভুজ,

ক খ : ক গ :: ক গ : ক চ, এবং গ ক খ ও গ খ চ  
ত্রিভুজ,

ক খ : খ গ :: খ গ : খ চ ।

### ৮০ তি প্রতিজ্ঞা । সম্মান্য ।

ক খ গ ঘ ঙ নির্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সমুদায় অংশ  
একটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র আকৃতি করিতে হইবে ।

কোন একটী কোণ ক হইতে অপর কোণ কোণ পর্য্যন্ত  
কর্ণ রেখা টান; যথা ক গ,

ক ঘ। পরে ক খ হইতে

নিষ্কাশ্য ক্ষেত্রের কোন

বাহুর সমান ক চ এক

অংশ ছেদ কর। এবং চ

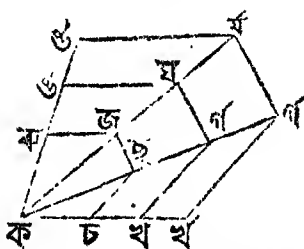
বিন্দু দিয়া গ ঘ-র সমান্তর-

াল চ হ টান, ও হ বিন্দু দিয়া গ ঘ-র সমান্তরাল

ছ জ টান, এবং জ বিন্দু দিয়া ঘ চ-র সমান্তরাল জ ব

টান। ক চ ছ জ বা, ক খ গ ঘ-র সমুদায় ক্ষেত্র আকৃতি

হইল।



১৮শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক চ চ কোণ = ক গ থ কোণ, এবং ক হ জ কোণ = ক গ ঘ কোণ : ইহাদের সমষ্টি করিলে চ চ জ কোণ থ গ ঘ কোণের সমান। এক্ষেপে চ জ বা কোণ গ ঘ ও কোণের সমান, ইত্যাদি। সুতরাং ক চ চ জ বা ও ক থ গ ঘ ও ক্ষেত্রগুলি তুল্যকোণিক। অতএব ক চ হ ও ক থ গ সদৃশ ত্রিভুজে ক হ : ক গ :: চ চ : থ গ এবং ক হ : ক গ :: চ জ : গ ঘ, অতএব চ চ : থ গ :: চ জ : গ ঘ : এক্ষেপে চ ক : জ বা :: গ ঘ : ঘ হ, ইত্যাদি। অতএব সমান কোণ সংলগ্ন বাহুগুলি সমানুপাতিক সুতরাং ক্ষেত্রগুলি সদৃশ।

যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র সদৃশ তাহার সমশীল বাহুর দ্বিঘাত পরিমাণে পরস্পর অনুপাতীয়।

$$\text{কাবঃ, } \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক জ বা}}{\text{ক্ষেত্রফল ক ঘ ও}} = \frac{\text{ক জ}^2}{\text{ক ঘ}^2} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{ক গ}^2} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{ক থ}^2}$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক জ বা}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক ঘ ও}}{\text{ক থ}^2} \quad \text{। এই রূপে,}$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ জ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক গ ঘ}}{\text{ক থ}^2}, \text{ ও}$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ চ}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক থ গ}}{\text{ক থ}^2} \quad \text{সমষ্টি করিলে,}$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ চ বা}}{\text{ক চ}^2} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল ক গ গ ও}}{\text{ক থ}^2} ;$$

$$\frac{\text{ক্ষেত্রফল ক চ চ বা}}{\text{ক্ষেত্রফল ক থ গ ও}} = \frac{\text{ক চ}^2}{\text{ক থ}^2} \quad \text{।}$$

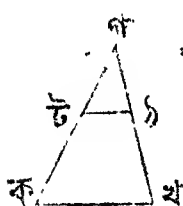
অনুমান। যে যে বহুভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ তাহার সমান সংখ্যক সদৃশ ত্রিভুজ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইতে পারে।

এবং সে সকল ত্রিভুজের বহুভুজ ক্ষেত্রের ন্যায় পরস্পর  
নিষ্পত্তি সহক, এবং সবগীয় বাহুর পরস্পর সে নিষ্পত্তি  
ই বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সহক্রে তাহার দ্বিঘাত পরি-  
মাণে নিষ্পত্তি ।

### ৮২ তি প্রতিজ্ঞা । সম্পাদ্য ।

গ ঠ ও গ ট দুইটি নির্দিষ্ট ঋজু রেখার তৃতীয় অঙ্ক-  
ণীয় নির্দেশ করিতে হইবে ।

গ ঠ ও গ ট দুইটি রেখাকে একত্রে স্থাপন কর যে,



তাহাদের সংযোগে কোণ উৎপত্তি

হক, পরে গ ঠ ও গ ট রেখাদ্বয়কে খ

ও ক পর্য্যন্ত প্রসারিত করিয়া ঠ খ

সরল রেখাকে গ ট-র সমান কর :

এবং ঠ, ট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু

দিতা উহার সমান্তরাল খ ক টিন ।

চ —————

ছ —————

জ —————

গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহু ঠ ট

বাহুর সমান্তরাল, এইজন্য ( ৪৬ শ

প্রতিজ্ঞানুসারে ) গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক ; কিন্তু

ঠ খ = গ ট, অতএব গ ঠ : গ ট :: গ ট : ট ক, সুতরাং

গ ঠ ও গ ট দুইটি নির্দিষ্ট ঋজু রেখার ট ক তৃতীয় অঙ্ক-

ণীয় নির্দিষ্ট হইল ।



## ৮২তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

চ, ছ, জ তিনটি নির্দিষ্টে ঋজু রেখার চতুর্থ অক্ষপাতীয় নির্দেশ করিতে হইবে।

চ ও জ দুইটি ঋজু রেখার (পূর্ব প্রতিকৃতি দেখ) তুল্য অপর দুইটি ঋজু রেখা গ ঠ ও গ ট একত্রে সংস্থাপিত কর যে তাহাদের সংযোগে কোন উৎপত্তি হয় : পরে গ ট ও গ ঠ রেখাকে ক ও খ পর্যায়ে প্রসারিত করিয়া ঋখ রেখাকে ছ-র সমান কর, এবং ঠ ট সংযুক্ত করিয়া খ বিন্দু দিয়া উহার সমান্তরাল খ ক নির্দেশন কর। অনন্তর গ খ ক ত্রিভুজের খ ক বাহুর সমান্তরাল ঠ ট, এজন্য গ ঠ : ঠ খ :: গ ট : ট ক, কিন্তু গ ঠ = ৫, ঠ খ = ৬ এবং গ ট = ৭, একারণে ৫ : ৬ :: ৭ : ট ক, অতএব চ, ছ, জ তিনটি নির্দিষ্টে ঋজু রেখার চতুর্থ অক্ষপাতীয় ট ক নির্ণীত হইল।

## ৮৩তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

ক চ ও চ খ দুইটি (৭৯শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ) নির্দিষ্টে ঋজু রেখার মধ্য অক্ষপাতীয় নির্দেশ করিতে হইবে।

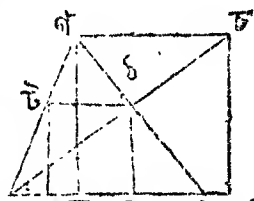
ক ছ, ছ খ এক সরল রেখায় করিয়া ক খ ঋজু রেখার উপর ক খ সামান্তরাল নির্দেশন কর, এবং ছ বিন্দু হইতে ক খ রেখার লম্ব ছ গ টানিয়া ক, গ ও খ, গ সংযুক্ত কর। ক গ খ কোন সামান্তরাল এই বলিয়া সমকোণ, সুতরাং ৭৯শ প্রতিজ্ঞানুসারে ছ গ ঋজু রেখা ক ছ ও ছ খ দুই

খণ্ডের মধ্য জম্পাতীয়; অতএব ক ছ, ছ খ দুই খন্ড রেখার মধ্য জম্পাতীয় ছ গ নির্ণীত হইল।

### ৮৪তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদা।

ক গ খ একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ভিতরে একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক খ রেখার উপর শীর্ষকোণ হইতে গ ঘ লম্ব টান, এবং গ বিন্দু দিয়া গ চ, ক খ রেখার সমান্তরাল টান। পরে গ চ রেখাকে গ ঘ রেখার সমান কর, এবং চ, ক সংযুক্ত কর। ক চ রেখা গ খ রেখাকে ঠ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। এই ক জ ঘ ক খ ছ চ্চদবিন্দু বর্গক্ষেত্রের কোণ হইবে।



ঠ বিন্দু দিয়া ঠ ঝ লম্ব টান, ও ঐ বিন্দু দিয়া ঠ ট ক খ রেখার সমান্তরাল টান, ঠ ট, ক খ-কে ট বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পরে ট জ, ঠ ঝ-র সমান্তরাল টান, ট ঠ ঝ জ চতুর্ভুজটী ক গ খ ত্রিভুজের ভিতরে অঙ্কিত হইল।

ক ট ঠ ও ক গ চ ত্রিভুজ দুইটি সদৃশ; অতরাং  $\frac{ক গ}{ক ট} = \frac{গ চ}{ট ঠ}$ ; কিন্তু ক ট জ ও ক গ ঘ দুইটি ত্রিভুজও

সদৃশ, অতরাং  $\frac{ক গ}{ক ট} = \frac{গ ঘ}{ট জ}$ ; এবং যেদুই বস্তু প্রত্যেকে এক বস্তুর সমান তাহার পৰস্পর সমান, অতএব  $\frac{গ চ}{ট ঠ} = \frac{গ ঘ}{ট জ}$ ; কিন্তু গ চ ও গ ঘ সমান কাম্পনা করা

গিয়াছে; সুতরাং টঠ = টজ, কিন্তু টজ = ঠঝ, তন্নিমিত্ত টঠ, ঠঝ, বা জ ও টজ চারিটি বাহু পরস্পর সমান ও ঠঝ জ কোণ সমকোণ; সুতরাং টঠ নাজ বর্গ ক্ষেত্র, এবং ইহা ক গ খ ত্রিভুজের তিনের অঙ্কিত হইয়াছে।

### ৮৫ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

দুইটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ঢ ক খ গ ও খ গ ড ঠ দুইটি বর্গক্ষেত্র (৩৫ শ প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতি দেখ), ইহাব সমষ্টির সমান আর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

ক গ, গ খ, দুইটি রেখাকে খ স্থানে সমকোণ করিয়া লও। পরে ক, গ সংযুক্ত করিয়া ক গ-ব উপর ক বা ট গ বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত কর। ৩৫ শ প্রতিজ্ঞা অনুসারে ক বা ট গ বর্গক্ষেত্র ঢ ক খ গ ও খ গ ড ঠ দুইটি বর্গক্ষেত্রের যোগ তুল্য।

### ৮৬ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

দুইটি নির্দিষ্ট বর্গক্ষেত্রের বিয়োগ ফলের সমান অপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

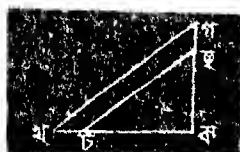
ঢ ক খ গ ও ক বা ট গ দুইটি বর্গক্ষেত্র, ক বা ট গ বড় বর্গক্ষেত্রের কোন বাহু ক গ-কে ব্যাস করিয়া একটি বৃত্ত অঙ্কিত কর। পরে ঢ ক খ গ বর্গক্ষেত্রের ক খ বাহু বৃত্তাংশে প্রয়োগ করিয়া ছেদ বিন্দু খ হইতে

গ পর্য্যন্ত রেখা টান। ক খ গ সমকোণিক ত্রিভুজ, করণ (৫.৩৭ প্রতিজ্ঞার ২য় অনুমানানুসারে) অর্ধের সহ কোণ সমকোণ। সুতরাং খ গ রেখার উপর অঙ্কিত খ গ উ ট বর্গক্ষেত্র চ ক খ গ ও ক বা ট খ বর্গ ক্ষেত্রের অন্তরেই থাকিবে।

### ৮৭ তি প্রতিজ্ঞা। সম্পাদ্য।

কোণপূর বর্গ ক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটী বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে পারিবে।

ক খ, ক গ দুইটী অসম রেখাকে ক স্থানে সমকোণ করিয়া অঙ্কিত কর। ক খ হইতে নির্দিষ্ট অন্তর বর্ণের একটী ভূজ তুল্য এক ভাগ ক চ কাটিয়া লও। ক গ হইতেও এক নির্দিষ্ট অপার বর্ণের ভূজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর, যথা ক ছ। চ, ছ ছেদ বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত কর। চ ছ-র বর্গ ক চ ও ক ছ-র বর্গের সমষ্টির সমান। পুনশ্চ ক খ হইতে চ ছ-র তুল্য এক অংশ ছেদ কর, যথা ক খ। পরে ক গ হইতে তৃতীয় বর্ণের ভূজ তুল্য একটী অংশ ছেদ কর, যথা ক গ। খ, গ সংযুক্ত কর, এইক্ষেণে খ গ-র বর্গ নির্দিষ্ট তিনটী বর্ণের সমান। এই রূপে ৪, ৫ ও তদন্যধিক বর্ণের সমষ্টি তুল্য বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত হইতে পারে।



## অতিরিক্ত প্রতিজ্ঞা ।

১। ভূমি ও ভূমিসংলগ্ন একটি কোণ এবং ভূমির উপর পতিত লম্বের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে ত্রিভুজ কল্পে অঙ্কিত করিতে হইবে ।

২। এমন একটি সমদ্বিবাঙ্ঘ ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার উন্নতিপবিনাণ ভূমির সম্বিত সমান হইবে ।

৩। এমন একটি সমদ্বিবাঙ্ঘ ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার প্রত্যেক ভূজ ভূমির দ্বিগুণ হইবে ।

৪। কোন সমদ্বিবাঙ্ঘ ত্র্যশ্রেণী ভূমি এবং শীর্ষ কোণের পরিমাণ পরিজ্ঞাত থাকিলে ঐ ত্রিভুজ কল্পে অঙ্কিত করিতে হইবে ।

৫। একটি অসীম সরল রেখায় এমন একটি বিন্দু নির্দেশ কর যাহা দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু হইতে সমদূর হইবে ।

৬। এমন একটি সমকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার কর্ণ রেখা ভূমির দ্বিগুণ হইবে ।

৭। কোন নির্দিষ্ট সরল রেখাকে কর্ণ রেখার স্বরূপ করিয়া একটি বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর ।

৮। কোন আয়ত ক্ষেত্রের কর্ণ ও একটি বাহুর পরিমাণ জানা আছে ঐ ক্ষেত্র কি রূপে অঙ্কিত করিতে হইবে ।

৯। কোন ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে রেখা পাত করিয়া ঐ ত্রিভুজকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত কর ।

একটি নির্দিষ্ট সরল রেখাকে ২, ৪, ৮, ১৬ প্রভৃতি সমান সমান খণ্ডে বিভক্ত কর।

১১। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার উপর দুই ভূজের সমষ্টি জ্ঞাত আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১২। কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ভূমি এবং তাহার উপর দুই ভূজের অণুর জানা আছে, ত্রিভুজ অঙ্কিত কর।

১৩। যদি সমকোণিক ত্রিভুজের কোন ভূজকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত করিয়া কর্ণের উপর লম্ব পাতিত করা যায়, তবে কর্ণের খণ্ডদ্বয়ের বর্গের অন্তর উপর ভূজটির বর্গের তুল্য হইবে।

১৪। সমকোণিক ত্রিভুজের ভূদ্বয়ের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজ দুইটি একত্র মোগে কর্ণের উপর অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের তুল্য হইবে।

১৫। সমকোণিক ত্রিভুজে সমকোণ হইতে কর্ণের দূর্য বিন্দু পর্যন্ত রেখা টানিলে ঐ রেখা কর্ণের অর্দ্ধাংশ তুল্য হইবে।

১৬। কোন নির্দিষ্ট সরল রেখাকে এমনতরূপে বিভক্ত কর যে তাহার দুই খণ্ডের আয়ত কোন নির্দিষ্ট আয়তের তুল্য হয়।

কোন সমকোণিক ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এবং কর্ণের রেখার পরিমাণ জানা আছে ঐ ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

১৭। এমনতর একটি বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত কর যাহা অন্য দুই বর্গ ক্ষেত্রের তুল্য হইবে।

১৮। এক নির্দিষ্ট মবল রেখাকে এমন দুই অংশে বিভক্ত করিতে হইবে যে তাহাদের আয়ত তাহাদের অক্ষরের ত্রুভুজ তুল্য হয়।

১৯। এমন একটা সমকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যাহা এক নির্দিষ্ট সমচতুর্ভুজের সমান হয়, এবং যাহার দুই সংলগ্ন বাহুর অন্তর এক নির্দিষ্ট রেখার তুল্য হয়।

২০। এমন একটা ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে যাহা ত্রুভুজা উন্নত এবং সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের সমান হয়।

২১। এক নির্দিষ্ট সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান এক সমবাহু ত্রিভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২২। এমন এক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে যাহার ক্ষেত্রফল এবং পরিমিতি দশ গুণ এক নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এবং পরিমিতির তুল্য হয়।

২৩। এক নির্দিষ্ট সামান্তরিকমধ্যে সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৪। কোন নির্দিষ্ট রম্বের মধ্যে এক নির্দিষ্ট সরল রৈখিক ক্ষেত্রের সমান এক তুল্যকোণিক সমান্তরাল ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৫। একটা নির্দিষ্ট সমানবাহু ও তুল্যকোণিক পঞ্চভুজের মধ্যে সমচতুর্ভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে।

২৬। একটা নির্দিষ্ট রম্বের স্পর্শনী টানিতে হইবে যাহা কোন নির্দিষ্ট সরল রেখার সমান্তরাল হয়।

২৭। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভিতরে এসং বার্ষিক দুইটি রক্ত অঙ্কিত করলে অন্তর্গত বৃত্তের বা সার্জ বর্ধিত বৃত্তের ব্যাসার্ধের অর্ধেকের সমান হইবে।

২৮। একটি সরল ত্রৈখিক কোণকে  $2:3:1$  প্রভৃতি সমান খণ্ডে ভাগ কর।

২৯। একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়া এমন একটি রেখা টান যাহা একটি নির্দিষ্ট সরল রেখার সহিত সংযুক্ত হইলে  $90^\circ$  পরিমিত একটি কোণ উৎপন্ন হয়।

৩০। সনকোণকে ত্রিখণ্ড অর্থাৎ তিন সমান সমান ভাগে বিভক্ত কর।

৩১। একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়া রেখা টানিয়া একটি সমান্তরাল ক্ষেত্রকে সমান দুই খণ্ডে বিভক্ত কর।

৩২। একটি সমকোণিক সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের মধ্যে বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

৩৩। ত্রিভুজের কোন বাহু অন্য দুই বাহুর অঙ্কর হইতে অধিক।

৩৪। সমান্তরাল চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ভাগে বিখণ্ডিত হইয়া থাকে।

৩৫। বর্গ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান অংশে বিখণ্ডিত হইয়া লম্ব ভাবে অবস্থিতি করে ও তদ্বারা বর্গ ক্ষেত্রটি চারিটি সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হয়।

৩৬। যে রেখা সমান্তরাল ক্ষেত্রের কর্ণকে সমান ভাগে বিখণ্ডিত করে, সে ঐ ক্ষেত্রকেও সমান অংশে বিভাগ করিবে।



৩৭। ক খ, গ ঘ, চ ছ ও জ বা চারিটি নির্দিষ্ট রেখার উপর অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের সমষ্টির সমান একটি বর্গ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিতে হইবে।

৩৮। একটি সমানকোণিক ত্রিভুজের মধ্যে একটি সমানকোণিক ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে। অন্তর্গত ত্রিভুজটি যে আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশের একাংশ তাহা প্রমাণ কর।

৩৯। একটি ত্রিভুজের কোন বাহুর কোন বিন্দু হইতে রেখা টানিয়া ইতিভুজকে সমান দুই ভাগে বিভাগ করিতে হইবে।

৪০। ট্রাপিজিয়ম ক্ষেত্রে কোন একটি কোণ হইতে রেখা টানিয়া ঐ বেগাধার ক্ষেত্রকে সমদ্বিখণ্ড করিতে হইবে।

৪১। কোন সরল ত্রৈখিক ক্ষেত্রের তুল্য একটি রম্বস প্রস্তুত করিতে হইবে।

৪২। একটি ত্রিভুজ অঙ্কিত কর যাহার ক্ষেত্রকল একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রকল তুল্য ও যাহার জুমি উক্ত নির্দিষ্ট ত্রিভুজের তুল্য।

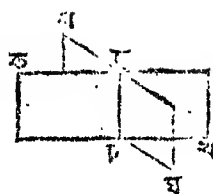
৪৩। কোন ত্রিভুজের তিনটি ভূজকে তিন বিন্দুতে সম-দ্বিখণ্ডিত করিয়া যদি উক্ত বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত করা যায়, তবে মধ্যে যে ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহা আদিম ত্রিভুজের চতুর্থাংশ হইবে।

# ধনজ্যামিতি।

—১৫৫—

## পরিভাষা।

১। ক খ ও গ ঘ দুইটি  
ধরাতল যদি চ ছ রেখাতে  
একস্পর্শ অবস্থেদিত হয়, তাহা  
হইলে ঐ রেখাকে সাধারণ  
প্রান্তর কহে।

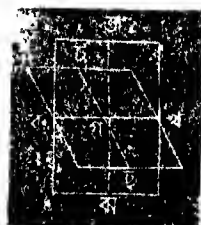


২। একটি ধরাতলের উপর যদি এমন একটি সরল  
রেখা টানা যায় যে, উহার মূল দেশ দিয়া ঐ ধরাতলে গত  
অপর রেখা টানা যাইবে তাহাদের প্রত্যেকের সহিত  
প্রথমোক্ত রেখার সংযোগে সমকোণ উৎপন্ন হয়, তাহা  
হইলে ঐ প্রথমোক্ত রেখাকে উক্ত ধরাতলের লম্ব কহা  
নায়। ক খ একটি ঝড়ুরেখা চ জ গ ছ বাঘ ধরাতলের

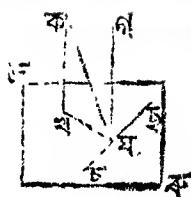
উপর এরূপে অঙ্কিত হইয়াছে  
যে, উহার মূল ক দিয়া উক্ত  
ধরাতলের উপরে ক ঘ, ক চ,  
প্রভৃতি রেখা টানিলে যদি ক ঘ,  
ক চ প্রভৃতি প্রত্যেকে সমকোণ  
উৎপন্ন হয় তাহা হইলে ক খ উক্ত ধরা-  
তলের লম্ব হইবে।



৩। ক খ যদি দুইটি ধাতালের সামান্য  
খণ্ড হয়, এবং চ ছ ও জ ঙ যদি ক খ  
রেখার উপর সমবেগ ভাবে অঙ্কিত  
হয়, তাহা হইলে জ গ চ কোণেই দুইটি  
ধাতালের অবনতির মান হইবে।



৪। মনে কর, জ ঙ ধাতালের  
উপর ক ঘ রেখা আঁকুন হইয়াছে,  
এইক্ষণে ক বিন্দু দিয়া জ ঙ রেখা-  
তলের উপর লম্ব পাঠ করিয়া ঘ খ  
সংযুক্ত করিলে ক ঘ খ কোণেই  
ক ঘ রেখার অবনতির মান হইবে।



৫। যে সকল ধাতাল একপা ভাবে সংস্থিত থাকে যে  
তাহাদের দুই দিক অনিশ্রান্ত ব্রহ্ম করিলে কোন দিকে  
পরস্পরের সহিত সংস্পর্শ হয়না, তাহারা সমান্তর ধাতাল

৬। যে বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও বেধ আছে তাহাকে  
ঘন বা নিটন বস্তু কহে।

৭। পহল নিটন বস্তু অর্থাৎ  
যে বস্তুর সীমাগুলি সমান্তরাল,  
সমান এবং সচল সরলরেখিক ক্ষেত্র;  
এবং বাহ্যর পার্শ্বগুলি সমান্তরাল  
চতুর্ভুজ। পহলের দিকের সংখ্যানু-  
সারে তাহার নামের নির্দেশ হইয়া  
ধাকে। যদি পহলের তিন দিক থাকে  
তবে তাহাকে ত্রিপহল কহে; চারি

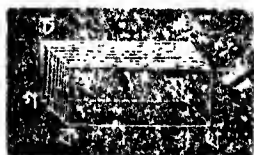


দিক থাকিলে চৌপল বা চৌপহল, পাঁচ দিক থাকিলে পঞ্চপহল কহে, ইত্যাদি।

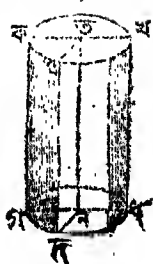
৮। চৌপল বস্তুর ছয়টি দিক  
এতোকে সমচতুর্ভুজ হইলে সম-  
ভুজক ঘন ক্ষেত্র কহে।



৯। যে ঘন বস্তুর ষটি  
আয়তাকর দিক আছে এবং  
প্রত্যেক সমান্তরাল বর্গাদিক সমান  
ও সমান্তরাল, তাহাকে সম-  
কোণিক সমান্তরাল ঘন বা নিউন বস্তু কহে।



১০। সমচতুর্কোণ ক্ষেত্র, একটি  
ভূজের উপর দণ্ডায়মান থাকিয়া  
একবার চতুর্দিকে ঘূর্ণিত হইলে  
যে আকারটি হয় তাহার নাম স্তম্ভ।  
সমান বাসন বিশিষ্ট কতকগুলি  
বস্তু উপর্যুপরি স্থাপিত হইলে  
একটা স্তম্ভ হয়। গাছের গুঁড়ি,  
বাঁশ ও কুপের আকার স্তম্ভ।



১১। যাহার তলটী সরল তৈরিক ক্ষেত্র বিশেষের আকারের ন্যায়, পৃষ্ঠগুলি ত্রিভুজের ন্যায়, এবং ত্রিভুজগুলির সঙ্গ একটী বিন্দুতে শেষ হইয়া একটী সূচীর আকার হইয়াছে তাহার নাম সমকোণসূচী। সমকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্রের আকারানুসারে নামের নির্দেশ হইয়া থাকে। যদি সমকোণসূচীর তলস্থ ক্ষেত্র ত্রিকোণাকার হয়, তাহা হইলে ত্রিকোণাকার সমকোণসূচী কহে, বর্গ হইলে চতুর্কোণাকার সমকোণসূচী কহে, ই প্রাদি।



১২। সমকোণ ত্রিভুজ, সমকোণ দ্বাঘ্রবর্তী দুইটী ভূজের একটীর উপর দণ্ডায়মান হইয়া, আর একটীর চারিদিকে ঘূর্ণিত হইলে যে আকার হয় তাহার নাম সূচী। নৈবেদ্যের আকার সূচীর মত।



১৩। অর্ধদ্রব্র আশ্রয় ব্যাসের উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহার নাম বর্জুন। কম্বানের গোলাব আকার বর্জুন, কদম ফুলের আকার বর্জুন।



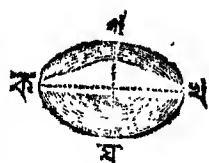
১৪। ঘন বস্তুর এক পাশের মধ্য হইতে অপর পাশের মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা কল্পনা করা যায় তাহাকে অক্ষদণ্ড কহে। একোণস্থূচীর শৃঙ্গ দুইতে ভূমির মধ্য পর্য্যন্ত যে রেখা টানা যায় তাহাকে তাহার অক্ষদণ্ড কহে। বর্জুলের ব্যাস অর্থাৎ যে রেখাটী কেন্দ্রের মধ্য দিয়া গিয়া উভয় প্রান্তে সমাপ্ত হয় তাহাকে উহার অক্ষদণ্ড কহে।

১৫। ঘন বস্তুর শৃঙ্গ বা মস্তক হইতে ভূমিতে লম্ব পাতি করিলে উহাকে উহার উন্নতি কহে।

১৬। কোন একোণস্থূচী, বর্জুল বা অন্য কোন ঘন বস্তুর তলস্থ ক্ষেত্রের সমান্তরালে থাকিয়া যদি কোন সমতল ক্ষেত্র উক্ত বস্তুকে দুই ভাগে বিভক্ত করে তাহা হইলে ঐ ভাগদ্বয়কে খণ্ড কহে। এই খণ্ডদ্বয়ের উপরের খণ্ডটি যদি পরিভাজ্য হয়, তাহা হইলে নিম্নের খণ্ডটিকে প্রকাণ্ড কহে।

১৭। কোন ঘন বস্তুর অন্তর্গত দুই সমান্তরাল সমতল ক্ষেত্রের মধ্যবর্তী স্থানকে তাহার মণ্ডল কহে। ঐ সমতল ক্ষেত্র দুইটি যদি উক্ত ঘন বস্তুর কেন্দ্রের উভয় দিক হইতে সমান দূরে স্থাপিত হয় তাহা হইলে ঐ মণ্ডলকে মধ্যমণ্ডল কহে।

১৮। বৃত্ত খণ্ড আপন জ্যার উপর দণ্ডায়মান হইয়া সকল দিকে ঘুরিয়া আসিলে যে আকারটী হয় তাহার নাম গোলাকার টঙ্কু।



## ধরাতলিক ও ঘন জ্যামিতি সম্বন্ধীয় উপপাদ্য ।

### ১ম প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

জ ক ধরাতলে স্থিত য চ ও গ খ দুইটি রেখার সম্পাত  
বিন্দু গ হইতে উক্ত দুই রেখার উপর লম্ব উত্তোলন  
করিলে ইহা জ ক ধরাতলের ও লম্ব হইবে ।

গ বিন্দু দিয়া জ ক ধরাতলে আর একটি রেখা গ ট  
অঙ্কিত কর, গ ট রেখাতে স্থিত কোন বিন্দু ট দিয়া  
চ ট খ একপেটান যে ট খ, ট চ-র সমান হয়। এইকণে  
য চ গ ও খ চ ক ত্রিভুজে (ব্যবহারিক জ্যামিতির  
৪০শ প্রতিজ্ঞানুসারে)  $গ খ^২ + গ চ^২ = ২ গ ট^২ +$   
 $২ ট চ^২$ ,  $ক খ^২ + ক চ^২$

$$= ২ ক ট^২ + ২ ট চ^২ ;$$

এই দুইটির প্রথমটি দ্বিতীয়

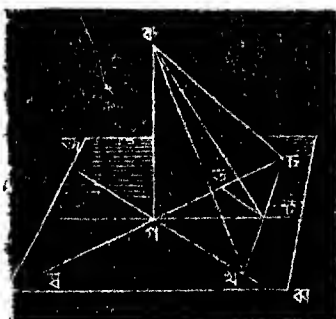
হইতে বিয়োগ করিলে

$$ক খ^২ - গ খ^২ + ক চ^২$$

$$- গ চ^২ = ২ ক ট^২ -$$

$$২ গ ট^২ ;$$

কিন্তু ক গ খ



ও ক গ চ সমকোণিক ত্রিভুজে,  $ক খ^২ - গ খ^২ = ক গ^২$ ,

এবং  $ক চ^২ - গ চ^২ = ক গ^২$ ;  $\therefore ২ ক গ^২ = ২ ক ট^২$

$- ২ গ ট^২$ , এবং  $\therefore ক গ^২ = ক ট^২ - গ ট^২$ , বা

$ক ট^২ = ক গ^২ + গ ট^২$  । সুতরাং ক গ ট একটী সম-  
কৌণিক ত্রিভুজ, এবং ক গ রেখা গ ট রেখার লম্ব ।

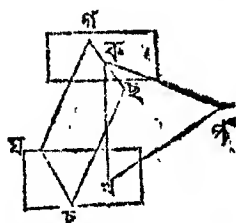
অনুমান ১ । প্রস্তাবিত উপপাদ্য দ্বারা প্রতীয়মান  
হইতেছে যে, কোন ধরাভালের উপর একটী নির্দিষ্ট বিন্দু  
হইতে কেবল একটী লম্ব অঙ্কিত হইতে পারে, এবং সেই  
লম্ব ঐ বিন্দু ও ধরাভালের লম্বুতম দূরত্ব রেখা ।

২ । যদি ক গ রেখা গ খ, গ ট ও গ ঠ প্রত্যেক রেখার  
সম্বন্ধিত সমকোণ উৎপন্ন করে তবে এই তিনটী সরল রেখা  
একই ধরাভালে থাকিবে ।

## ২য় প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক খ একটী সরলরেখা যদি ইহা ক ও খ এই দুই  
ধরাভালের লম্ব হয় তাহা হইলে এই দুইটী ধরাভাল সমান্ত-  
রাল হইবে ।

যদি ক ও খ সমান্তরাল না হয়, তবে উদ্বারা বন্ধি  
পাইলে অবশ্য একদিকে  
সংলগ্ন হইবে । বন্ধি পাইয়া  
ন বিন্দুতে সংলগ্ন হউক,  
তপ ও খ প সংযুক্ত কর ।  
যেহেতুক ক খ রেখা ক ও  
খ উভয় ধরাভালের উপর  
লম্বভাবে আছে, প ক খ ও প খ ক প্রত্যেকে সমকোণ,  
অতএব ক প, খ প ধরাভালের সমান্তরাল যাহা কম্পনার  
পিপরীত, সুতরাং অসম্ভব এবং ক ও খ বন্ধি পাইলে





কোন দিকেই সংলগ্ন হইবে না ও কাষে কাষেই সমান্তরাল

জায়গা। ক খ রেখা ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরা-  
তলের একটির লম্ব হইলে অপরটিরও লম্ব হইবে।

### ৩য় প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল গ ছ ও ঘ চ ছেদ রেখা  
একটি ধরাতল দ্বারা ছিন্ন হইলে, গ ছ ও ঘ চ ছেদ রেখা  
পরস্পর সমান্তরাল হইবে (পূর্ব প্রতিজ্ঞা দ্রষ্টব্য)।

যেহেতুক ক ও খ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল বর্জিত  
হইলে কোন দিকেই সংলগ্ন হইতে পারে না, গ ছ ও ঘ চ  
রেখা ঐ দুই ধরাতলে অবস্থিত বলিয়া ইহারাও বর্জিত  
হইলে সংলগ্ন হইতে পারে না, অতএব ইহারা সমান্তরাল।

### ৪র্থ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ রেখা জ বা ধরাতলের ( ৪র্থ পরিভাষার ) প্রতি-  
কৃতি (দ্রষ্টব্য) লম্ব হইবে। যে যে রেখা ( যথা গ ঘ ) ক খ  
রেখার সমান্তরাল করিয়া অঙ্কিত হইবে তাহারাও ঐ  
ধরাতলের লম্ব হইবে।

ক খ ও গ ঘ রেখা দিয়া একটি ধরাতল অঙ্কিত কা-  
য়াহা জ বা ধরাতলকে খ ঘ রেখাতে ছিন্ন করিবে, জ বা  
ধরাতলে চ ত রেখা গ ঘ রেখার লম্ব অঙ্কিত কর, এবং  
ক ঘ লম্ব অঙ্কিত কর।

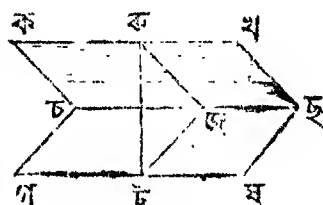
চ ছ রেখা ক খ ঘ পরাতিলের লম্ব, অতএব চ ঘ গ কোণ সমকোণ, কিন্তু গ ঘ খ কোণও সমকোণ, যেহেতু ক খ রেখা খ ঘ রেখার লম্ব এবং গ ঘ, ক খ-র সমান্তরাল। এই-কোণ গ ঘ রেখা চ ঘ ও ঘ খ দুইটি রেখার লম্ব, অতএব এই রেখা জ ক পরাতিলের ও লম্ব।

অনুমান। ক খ ও গ ঘ দুইটি রেখা জ ক পরাতিলের লম্ব হইলে উহারা সমান্তরাল হইবে।

### ৫ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ ও গ ঘ দুইটি রেখা চ ছ অপর এক সমল রেখার সমান্তরাল হইলে তাহারাও পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

জ ক ট পরাতিল এ-  
রূপে অঙ্কিত কর যে উহা  
চ ছ রেখার লম্ব হয়। ক খ  
ও গ ট রেখা চ জ  
রেখার সমান্তরাল বলিয়া  
পূর্বোক্ত উপপাদ্যের অনু-  
মানানুসারে তাহারা পরস্পর সমান্তরাল হইবে।

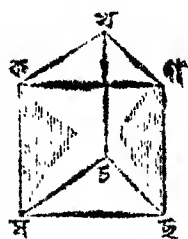


### ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞা উপপাদ্য।

ক খ গ ও ঘ চ ছ কোণত্রয়ের যদি ক খ রেখা ঘ চ-র সমান্তরাল ও খ গ রেখা চ ছ-র সমান্তরাল হয়, তবে ক খ গ কোণ ঘ চ ছ কোণের সমান হইবে।

ক খ, ঘ চ-র সমান ও খ গ, চ ছ-র সমান করিয়া  
ক গ, ঘ ছ, ক ঘ, খ চ ও গ ছ সংযুক্ত কর ।

ব্যবহারিক জ্যামিতির ২৫শ প্রতিজ্ঞানুসারে ক খ চ ঘ  
সমানান্তরাল চতুর্ভুজ অতএব ক ঘ=  
খ চ ; এইরূপে খ গ ছ চ সমান্তরাল  
চতুর্ভুজ এবং গ ছ=খ চ । এইকণে  
ক ঘ ও গ ছ প্রত্যেকে খ চ-র সমান্ত-  
রাল ও সমান বলিয়া ( পূর্বেক্ত  
প্রতিজ্ঞানুসারে ) ক ঘ, গ ছ-র  
সমান ও সমান্তরাল, সুতরাং ক গ ছ ঘ সমান্তরাল  
চতুর্ভুজ, এবং ঘ ছ=ক গ । অতএব ক খ গ ও ঘ চ ছ  
দুইটি ত্রিভুজ সর্বতোভাবে সমান এবং  $\angle ক খ গ = \angle ঘ চ ছ$  ।



### ৭ম প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য

যদি খ ঘ সরল রেখা চ ছ ধরাতলের উপর লম্বভাবে  
দণ্ডায়মান থাকে, তবে ঐ সরল রেখার উপর দিয়া যে  
ধরাতল গমন করিবে ( যথা ক খ ঘ ) তাহাও চ ছ ধরা-  
তলের লম্ব হইবে ।

চ ছ ও ক খ দুইটি ধরাতলের ক ঘ রেখাতে সম্পাত  
হউক ; চ ছ ধরাতলে ঘ গ রেখা  
ক ঘ-র লম্ব করিয়া টান ; এই-  
কণে খ ঘ, চ ছ ধরাতলের লম্ব,  
এজন্য খ ঘ গ সমকোণ হইবে,  
এবং ( ৩য় পরিভাষানুসারে )



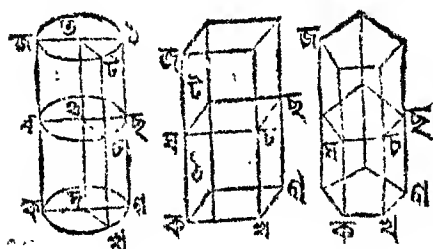
এই কোণ চ ছ ও ক খ ধরাতলের অবনতির মান; সুতরাং এই ধরাতলদ্বয় পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত হইয়াছে।

অনুমান। যদি ক খ ও গ খ দুইটী ধরাতল চ ছ একটি ধরাতলের উপর লম্বভাবে অবস্থিত হয়, তবে উক্ত দুই ধরাতলের সম্মিত রেখা খ ঘ, চ ছ ধরাতলের লম্ব হইবে।

### ৮ ন প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

ক খ গ জ পহলের ভূমির সমান্তরাল একটি ধরাতল যদি ঐ পতলকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে সূতন ধরাতলের উৎপত্তি হয়, তাহা পহলের ভূমির সমান হইবে।

চ ছ ঘ সমান্তরাল ধরাতল যদ্বারা পতল ছেদিত হই-



য়াছে। ক খ গ ও চ ছ ঘ দুইটী সমান্তরাল ধরাতল ক খ চ ঘ অপর একটি ধরাতল দ্বারা ছেদিত হইয়াছে, একনা (৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে) ঘ চ রেখা ক খ যেকার সমান্তরাল; এইরূপে চ ছ, ছ ট ও ট ঘ রেখা যথাক্রমে খ গ, গ ঙ ও ঙক-র সমান্তরাল প্রতীত হইবে। অপর পহলের পরিভাষানুসারে উপলব্ধি হইতেছে যে, ক ঘ

ও খ চ পরস্পর সমান্তরাল ; তন্নিমিত্ত ক খ চ ঘ সমান্ত-  
রাল চতুর্ভুজ, এবং ( ব্যবহারিক জামিনতির ২৪শ  
প্রতিজ্ঞানুসারে ) ঘ চ = ক খ ; এইরূপ চ ছ = খ গ,  
ছ ট = গ ঠ এবং ঘ ট = ক ঠ ; অর্থাৎ ঘ চ ছ ও ক খ গ  
পরস্পর সমান্তরালক পুনশ্চ ( ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে )  
ঘ চ ছ কোণ = ক খ গ কোণ, চ ছ ট কোণ = খ গ ঠ কোণ,  
ইত্যাদি ; অতএব প্রতিপন্ন হইতেছে যে, ঘ চ ছ ধরাতল  
ক খ গ ভূমির সর্বতোভাবে সমান ।

### ৯ম প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

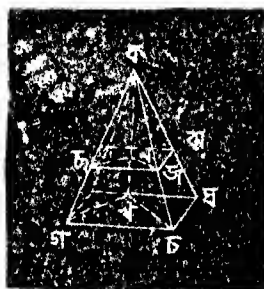
ক খ গ ঘ ক্ষেত্র ভূমির সমান্তরাল একটী ধরাতল  
যদি ঐ ক্ষেত্রে ছেদ কবে, তবে ঐ ছেদনে যে ধরাতল  
উৎপন্ন হয় তাহা উক্ত ভূমির সমান একটী বৃত্ত হইবে ।

ক গ ঠ জ ও খ ট ত দ দুইটী ( পূর্ব প্রতিজ্ঞার  
১ম প্রতিকৃতি দেখ ) ধরাতল ত দ মেরুদণ্ড দিয়া গমন  
করুক ও ঘ চ ছ ধরাতলকে চ, ছ, খবিস্তৃতে ছেদ করুক ।  
এইরূপে ক্ষেত্রের পরিভাষা দ্বারা প্রতীয়মান হইতেছে যে  
খ চ রেখা দ খ রেখার সমান্তরাল, এবং ( ৩য় প্রতিজ্ঞানু-  
সারে ) খ চ, দ খ-র সমান্তরাল, অতএব খ চ প দ  
সমান্তরাল চতুর্ভুজ এবং খ চ = দ খ, এইরূপে  
খ ছ, দ গ-র এবং খ ঘ, দ ক-র সমান প্রদর্শিত হইতে  
পারে । কিন্তু দ খ, ক গ গ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ সূত্রাৎ  
ঘ চ ছ বৃত্তটীও ক খ গ বৃত্তের সমান ।

## ১০ম প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

গ চ ঘ ক একটি সকোণস্থিতির ভূমির সমান্তরাল কোন দ্ব্যাতল যদি ঐ স্থীতিকে ছেদ করে, তাতা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে দ্ব্যাতল উৎপন্ন হয় তাতা ঐ ভূমির সদৃশ হইবে, এবং ভূমি উক্ত ছেদনজ দ্ব্যাতলের সম তুল্য হইবে, অর্থাৎ কোণ হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ ছেদনজ দ্ব্যাতলের উপর পতিত লম্বের তত তুল্য হইবে।

হু জ ঝ ভূমির সমান্তরালে এক দ্ব্যাতল ; ক ন খ একটি লম্ব রেখা ভূমি ও ঐ দ্ব্যাতলের উপর পতিয়া, জ ন ও চ খ সংযুক্ত কর। এইরূপে ( ৩য় প্রতিজ্ঞানুসারে ) হু জ ও গ চ পরস্পর সমান্তরাল এবং ( ৬ষ্ঠ প্রতিজ্ঞানুসারে )



গ চ ঘ কোণ হু জ ঝ কোণের সমান। এইরূপে ঘ কোণ ঝ কোণের সমান ইত্যাদি ; অর্থাৎ হু জ ঝ ছেদনজ দ্ব্যাতল গ চ ঘ ভূমির সহিত তুল্যকোণিক।

ক গ চ ও ক হু জ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ :: গ চ : হু জ।

এইরূপে ক চ ঘ ও ক জ ঝ সদৃশ ত্রিভুজে,

ক চ : ক জ :: চ ঘ : জ ঝ,

∴ গ চ : হু জ :: চ ঘ : জ ঝ।

এই কপে প্রদর্শিত হইতে পারে যে, ছ জ ক ধরাতলে;  
সমুদায় বাহু গ চ ঘ ভূমির সবগীর বাহুর সহিত অষ্ট  
পাণ্ডীয়, এই জন্য বাবহারিক জ্যামিতির ৪৭শ প্রতিজ্ঞা-  
কমান্দে, গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ক-র পরিমাণফল  
১ : ৪ গ চ<sup>২</sup> : ৪ ছ জ<sup>২</sup> :

কিন্তু গ চ : ছ জ : ১ : ৪ ক চ : ক জ :

অপর ক খ চ ও ক ন জ দুইদিক মধ্য ত্রিভুজে

ক চ : ক জ : ১ : ৪ ক খ : ক ন .

∴ গ চ : ছ জ : ১ : ৪ ক খ : ক ন, ইহার দুই পক্ষ বস  
করিলে

গ চ<sup>২</sup> : ছ জ<sup>২</sup> : ১ : ৪ ক খ<sup>২</sup> : ক ন<sup>২</sup>,

∴ গ চ ঘ-র পরিমাণফল : ছ জ ক-র পরিমাণফল :  
ক খ<sup>২</sup> : ক ন<sup>২</sup> .

-----

## ১১শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

ক খ গ ঘ সূচীর ভূমির সমান্তরাল কোন ধরাতল যদি  
এ সূচীকে ছেদ করে, তাহা হইলে ঐ ছেদন দ্বারা যে  
ধরাতল উৎপন্ন হইবে তাহা একটা বৃত্ত হইবে । এবং  
ভূমি উক্ত ছেদনজ ধরাতলের যত গুণ হইবে, শীর্ষ কোণ  
হইতে ভূমির উপর পতিত লম্বের বর্গ ছেদনজ ধরাতলের  
উপর পতিত লম্বের তত গুণ হইবে ।

ক খ গ ঙ চ ছ জ দুইটি সমান্তরাল  
বৃত্তের উপর খ ন ম একটি লম্ব টান,  
এবং খ ঙ প ঙ গ দ য দুইটি বৃত্তের  
পৃষ্ঠের সমান্তরাল দিক, গমন করুক, এই  
ই বৃত্তের চূড়ার পরাভঙ্গকে চ ছ জ  
ক ছ জের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের  
পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের



ক খ গ ঙ চ ছ জ দুইটি সমান্তরাল  
বৃত্তের উপর খ ন ম একটি লম্ব টান,  
এবং খ ঙ প ঙ গ দ য দুইটি বৃত্তের  
পৃষ্ঠের সমান্তরাল দিক, গমন করুক, এই  
ই বৃত্তের চূড়ার পরাভঙ্গকে চ ছ জ  
ক ছ জের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের  
পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের

১. বা গ ঙ চ ছ জ ত বা গ ঙ চ ছ জ

কিন্তু বা গ ঙ চ ছ জ ক খ গ ঙ চ ছ জ  
বৃত্তের উপর খ ন ম একটি লম্ব টান,  
এবং খ ঙ প ঙ গ দ য দুইটি বৃত্তের  
পৃষ্ঠের সমান্তরাল দিক, গমন করুক, এই  
ই বৃত্তের চূড়ার পরাভঙ্গকে চ ছ জ  
ক ছ জের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের  
পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের

গপর, খ ঙ প ঙ গ দ য দুইটি সমান্তরাল  
বৃত্তের উপর খ ন ম একটি লম্ব টান,  
এবং খ ঙ প ঙ গ দ য দুইটি বৃত্তের  
পৃষ্ঠের সমান্তরাল দিক, গমন করুক, এই  
ই বৃত্তের চূড়ার পরাভঙ্গকে চ ছ জ  
ক ছ জের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের  
পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের পৃষ্ঠের

১. য ম ঙ : য ন ঙ : : বা গ ঙ : ত জ ঙ : কিন্তু (বাব-  
হারিক জাণিতের ৭৮টি প্রতিজ্ঞানুসারে) ক খ গ-র  
পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল : : বা গ ঙ : ত জ ঙ

১. ক খ গ-র ক্ষেত্রফল : চ ছ জ-র ক্ষেত্রফল : :

য ম ঙ : য ন ঙ



যদি একটি সূচী অপর কোন ধরাতল দ্বারা এরূপে ছেদিত হয় যে, ঐ ধরাতলটি ঐ সূচীর কোন পৃষ্ঠের সমান্তরাল হয়, তাহা হইলে ঐ ছেদনে যে আকার উৎপন্ন হয় সেইটি ক্ষেপণীর আকার।

### ১২শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

বর্তুলের কোন অংশ দিয়া যদি অপর কোন ধরাতল গমন করে, অপর বর্তুলকে যথেষ্ট কটিয়া দ্বিখণ্ড করায়, তাহা হইলে উভয় খণ্ডেরই ছেদস্থল গোলকাকার অর্থাৎ বৃত্ত হইবে।

ক য গ বর্তুলের ক হ খ ভাগটি ছেদ করা হইয়াছে

এইরূপে বর্তুলের কেন্দ্র ম হইতে ক হ খ ধরাতলে

উপর ম চ লম্ব টান, তাহা

হইলে গ ম চ য বর্তুলের

মেরুদণ্ড হইবে। ম ক য খ

ও ম হ য দুইটি ধরাতল

এই মেরুদণ্ড দিয়া গমন

করুক। ক চ ম ও হ চ য

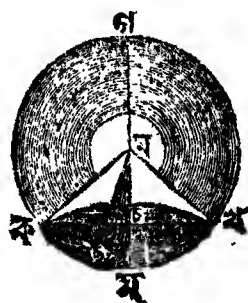
দুইটি সমকোণিক ত্রিভুজ,

মক, মহ প্রত্যেকে বর্তুলের

ব্যাসার্ধ বলিয়া পরস্পর সমান এবং মচ এই দুই ত্রিভুজের

সাধারণ বাহু, অতএব চ ক = চ হ। এইরূপে অন

কোন রেখা চ বিন্দু দিয়া ক হ খ ছেদনজ ধরাতলে



পরিধি পর্য্যন্ত নিষ্কাশিত করিলে যে চক-র সন্নিহিত সমান  
হইবে তাহা প্রদর্শিত হইতে পারে; সুতরাং কছু খ এই  
ছেদনজ ধরা তলটি রূপ ও ইহার ব্যাসার্দ্ধ চক ।

### ১৩শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

সমান ভূমি ও উন্নতিবিশিষ্ট পহল ও শুষ্ক পরস্পর  
সমান ।

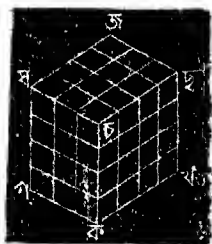
মনে কর চম প্রতিজ্ঞার প্রতিকৃতিতে পহল ও শুষ্ক একই  
ধরা তলের উপর দণ্ডায়মান আচ্ছ, এবং ইহার ইত্যাদে  
ভূমি সমান্তরাল য চ ছ ধরা তল দ্বারা ছেদিত হই-  
য়াছে । এইক্ষেণে এই ছেদনজ ধরা তলগুলি প্রত্যেকে  
পরস্পরের সমান, কারণ (চম প্রতিজ্ঞানুসারে) তাহার  
সমগীয় ভূমির সন্নিহিত সমান । আর ভূমিগুলি যে পরস্পর  
সমান তাহা কল্পিত হইয়াছে । এইরূপে ইহাদেব ভূমির  
সমান্তরালে অন্য কোন ধরা তল নিষ্কাশিত করিলে ত-  
হাও পরস্পর সমান হইবে । এইক্ষেণে এই পহল ও শুষ্ক  
অসংখ্য সূক্ষ্ম সমান খণ্ড বা ধরা তলবিশিষ্ট, এবং ইহা-  
দিগের উভয়ের উন্নতি সমান বলিয়া ইহার একটীতে  
যতগুলি সূক্ষ্ম অংশ বা ধরা তল থাকিতে পারে অপরা-  
ণিতেও ততগুলি ধরা তল থাকিবে, সুতরাং পহল ও শুষ্ক  
সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নত হইলে যে  
পরস্পর সমান হইবে তাহা প্রতিপন্ন হইতেছে ।

## নিয়োগ ।

যদি চ ছ জ বা আরও অর্থাৎ সমচতুষ্কোণ ধরা তল  
ক্ষেত্রের ( ৬০ পৃষ্ঠার প্রতিকৃতি দেখ ) অন্তর্গত এক  
এক বর্গহাত পরিমিত ক্ষেত্রের উপর এক ঘনহাত পরি-  
মিত এক একখানি ইষ্টক স্থাপিত করা যায়, তাহা হইলে  
সে ঘন ক্ষেত্রটী হইবে তাহা এক হাত উচ্চ হইবে ; এবং  
তাহার তলস্থ সমচতুষ্কোণ ক্ষেত্রে যতগুলি বর্গহাত আছে  
উক্ত ঘনক্ষেত্রের মধ্যে ততগুলি ঘনহাত হইবে । যদি  
এ ইষ্টকের স্তরের উপর আর একটি স্তর স্থাপন  
করা যায়, তাহা হইলে সমুদায় ঘনক্ষেত্রটী ২ বৈধিক হাত  
উচ্চ হইবে এবং তাহার তলে যতগুলি বর্গহাত আছে  
উক্তার মধ্যে তাহার ২ গুণ ঘনহাত হইবে । ইত্যদে উচ্চ  
৩ হাত উচ্চ হইলে তলে যতগুলি বর্গহাত, উপর মধ্যে  
তাহার ৩ গুণ ঘনহাত হইবে ইত্যাদি । সুতরাং কোন  
সমকোণিক ঘনক্ষেত্র যত বৈধিক হাত উচ্চ হইবে  
তাহার তলস্থ ক্ষেত্রের বর্গহাতের সংখ্যাকে ততগুণ  
করিলে গুণফল উক্ত ঘনক্ষেত্রের অন্তর্গত ঘনহাতের  
সংখ্যা অর্থাৎ তাহার কাণি হইবে । এইক্ষণে তলস্থ  
বর্গ ক্ষেত্রটির কাণি নির্ণয় করিতে হইলে তাহার  
দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের গুণ করিতে হয়, সুতরাং ঘনক্ষেত্রটির  
ঘনফল অর্থাৎ কাণি স্থির করিতে হইলে তাহার  
দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা এই তিনকে গুণ করিতে  
হয় ।

উদাহরণ ১। ক খ চ জ ঘ গ নিটন ক্ষত্রের দৈর্ঘ্য ক খ ও হাত, বিস্তার ক গ ও হাত ও উচ্চতা ক চ ও হাত হইলে তাহার কালি কত? উঃ। ৪৮ ঘনহাত।

এই সমকোণিক ঘন ক্ষেত্রটি ৪ হাত উচ্চ বলিয়া উহার তলস্থ ক্ষেত্রের বর্গহাতের সংখ্যা ১২-কে ৪ গুন করিলে গুণফল ৪৮ ঘনহাত হইবে।



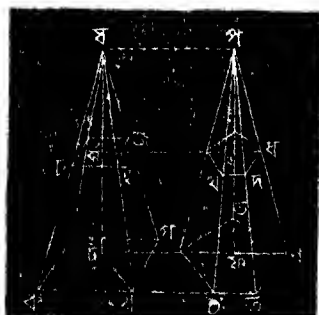
২। যে প্রকৃষকগণের দৈর্ঘ্য, বিস্তার ও উচ্চতা ১০ ফুট ও ১০ ফুট তাহার কালি কত? উঃ। ১০০ ঘনফুট।

৩। যে গাছালের ভূমির পরিমাণফল ১৪ বর্গফুট ও উন্নতি পরিমাণ ১ ফুট তাহার কালি কত? উঃ। ১৪ ঘনফুট।

### ১৪শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

সমান ভূমি ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট স্থান ২ সমকোণ-  
সমকোণ পরস্পর সমান।

মনে কর এই পার্শ্বস্থ সমকোণস্থ চৌদিক একই ধরাতলের উপর দৃষ্টায়মান আছে, এবং ইহাদেব ভূমির সম-  
স্তরাল দিয়া যে ধরাতল গমন করিয়াছে  
তদ্বারা চ ছ জ ও ক খ গ  
ধরাতলগুলি উৎপন্ন হই-  
য়াছে। চ ছ জ ও ক খ গ



দুইটি ধরাভূমির উপর য বা ট লম্ব নির্দেশিত কর, আর  
খ দ য ও ঠ উ গ দুইটি ধরাভূমির উপর গ ন ফ লম্ব  
নির্দেশিত কর। এইক্ষেণে য ট = গ ফ, অতঃপর য বা  
= গ ন। কিন্তু ১০ম ও ১১শ প্রতিজ্ঞানুসারে,

ক খ গ-র পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল ::  
য ট<sup>২</sup> : য বা<sup>২</sup>, এবং ঠ উ গ-র পরিমাণফল : খ দ ধ-র  
পরিমাণফল :: গ ফ<sup>২</sup> : গ ন<sup>২</sup>,

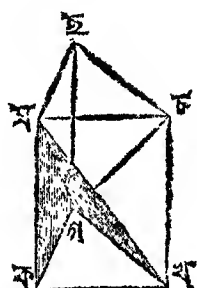
∴ ক খ গ-র পরিমাণফল : চ ছ জ-র পরিমাণফল ::  
ঠ উ গ-র পরিমাণফল : খ দ ধ-র পরিমাণফল ; কিন্তু  
ক খ গ-র পরিমাণফল ঠ উ গ-র পরিমাণফলের সমিত সমান  
কম্পিত হইয়াছে ; অতএব চ ছ জ-র পরিমাণফল =  
খ দ ধ-র পরিমাণফল। এইরূপে ইহাদের ভূমির সমান্ত-  
রাংশ অন্য কোন ধরাভূমি গমন করিলে তাহারও সমান  
হইবে। অতএব এই সকল ক্ষেত্রগুলি এই সকল সমান  
সমান্তরাল ধরাভূমিগুলিতে বন্টিয়া ইহারা পরস্পর সমান।

### ১৫ শ প্রতিজ্ঞা। উপপাদ্য।

যে সকল সকোণস্থূচীর ভূমি ত্রিকোণাকার তাহার  
সমান ভূমির উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট পহলের  
তৃতীয়াংশের একাংশ।

ক খ গ ও ঘ চ ছ পহলের দুই পার্শ্ব। মনেকর যে  
খ গ ঘ ও ঘ গ চ দুই ধরাভূমি এই পহলের মধ্য দিয়া গমন  
করিয়াছে, তাহা হইলে পহলটী তিনটী সকোণস্থূচিতে  
বিভক্ত হইয়াছে এমন প্রতীত হইবে।

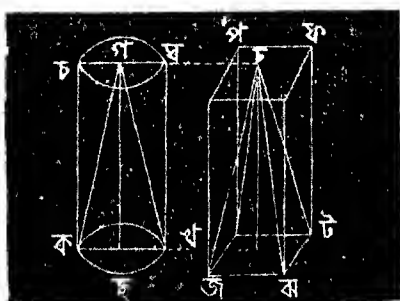
পূর্বপ্রঃজ্ঞানুসারে ক খ গ ঘ  
ও খ চ ঘ গ মকোণস্থচীদ্বয় ক খ ঘ  
ও খ চ ঘ সমান ভূমির উপর  
দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট  
হইয়াছে পরস্পর সমান । এইরূপে  
ক খ ঘ গ ও ঘ চ চ গ মকোণস্থচী-  
দ্বয় ক খ গ ও ঘ চ চ গ সমান



ভূমির উভয় দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট বলিয়া  
তাহারাও পরস্পর সমান ; সুতরাং ক খ গ ঘ মকোণ-  
স্থচী, ক খ গ চ মকোণস্থচী এক হইয়াংশ ।

অনুমান । স্থচী ও শুষ্ক অবস্থা পতল যদি এক ভূমির  
উপর স্থাপিত ও সমান উন্নতিবিশিষ্ট হয়, তাহা হইলে  
যদি সী স্থায় বা পতলের ভূতীয়াংশের একাংশ হইবে ।

লক্ষ্যপূর্ব প্রদর্শিত হইয়াছে যে, ক খ ঘ চ শুষ্ক ও  
জ ন ঠ প পতল এবং ক খ গ স্থচী ও জ ন ঠ চ মকোণ-



স্থচী সমান ভূমির উপর দণ্ডায়মান ও সমান উন্নতি  
বিশিষ্ট হইলে পরস্পর সমান হয় । কিন্তু জ ন ঠ চ

সকোণসূচী জ্বাটফপ পহলের তৃতীয়াংশের একাংশ.  
সুতরাং ক খ গ সূচী ও জ্বাটফপ পহলের তৃতীয়াংশের  
একাংশ ।

### নিয়োগ ।

পুৰ্ণোক্ত প্রতিজ্ঞা হইতে সূচী বা সকোণসূচীর ঘন-  
ফল স্থির করিবার যুক্তিটি উৎপন্ন হইয়াছে : যথা,  
ভূমির ক্ষেত্রফল উচ্চতার পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া তাহার  
তৃতীয়াংশের একাংশ লইলেই ঘনফল স্থির হয় ।

উদাহরণ ১। যে সূচীর তলস্ত ক্ষেত্রের পরিমাণফল ৬  
সর্গফুট ও উচ্চতা ৭ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ১৪ ঘনফুট ।

২। যে সকোণসূচীর তলস্ত ক্ষেত্র ৩ ফুট ভূজনিশিষ্ট  
সমচতুর্ভুজ ও উচ্চতা ৮ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

উঃ। ২৩ ঘনফুট ।

### ১৬ শ প্রতিজ্ঞা । উপপাদ্য ।

বর্জুল স্তম্ভের অন্তর্গত হইলে উহা স্তম্ভের তৃতীয়াংশ-  
শের একাংশ হয় ।

গঠ ঘট বর্জুল ও ইহার বেটনকারী স্তম্ভ খ চ হ ক  
এবং ক হ ম সূচী গাছের শীর্ষ বিন্দু বর্জুলের কেন্দ্র ম  
বিন্দুতে লগ্ন হইয়াছে। যথা রেখা ইহাদের মেরুদণ্ড  
হউক। খ চ ভূমির সমান্তরাল জ্বাট একটী ধরা তল উক্ত  
তিনটী নিটন বস্তু ছেদ করিয়া গমন করুক। ইহা স্তম্ভকে  
জ বিন্দুতে, বর্জুলকে ত বিন্দুতে ও সূচীকে খ বিন্দুতে ।

